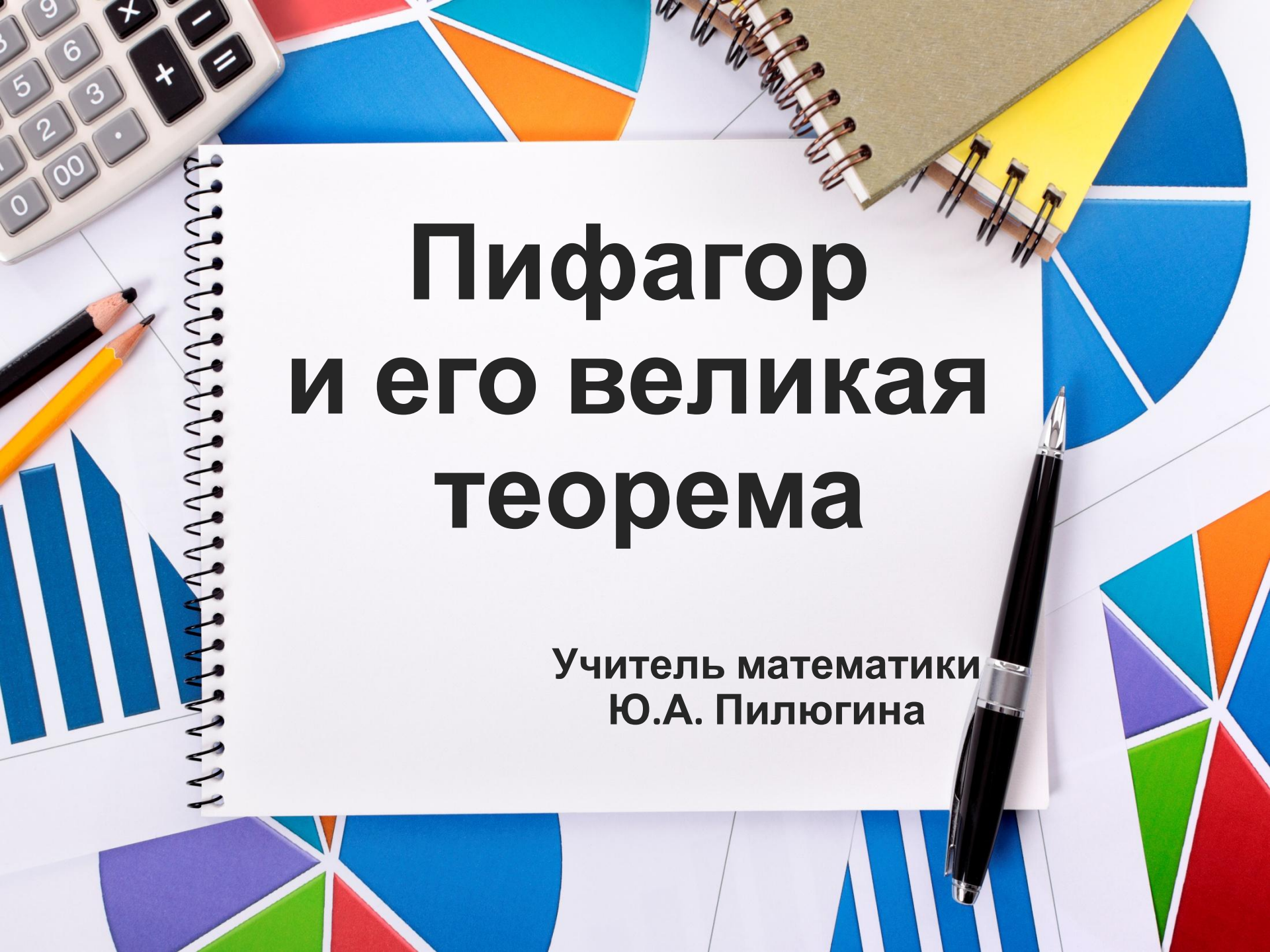
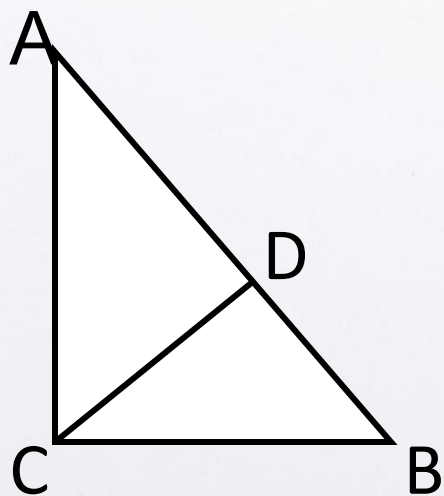


The background is a collage of various items related to mathematics and school. It includes a white calculator with black buttons in the top left, a spiral-bound notebook with a green cover and yellow pages in the top right, a black pen with silver accents in the bottom right, and several colorful geometric shapes like triangles and circles in shades of blue, orange, green, and purple scattered throughout. A white spiral-bound notebook is in the center, serving as the base for the text.

Пифагор и его великая теорема

Учитель математики
Ю.А. Пилюгина

Найдите катеты прямоугольного треугольника, высота которого делит гипотенузу на отрезки, один из которых на 3 см меньше этой высоты, а другой – на 4 см больше высоты.



$$CD = x \quad BD = x+4 \quad AD = x-3$$

$$x^2 = (x-3)(x+4)$$

$$x-12=0$$

$$x=12$$

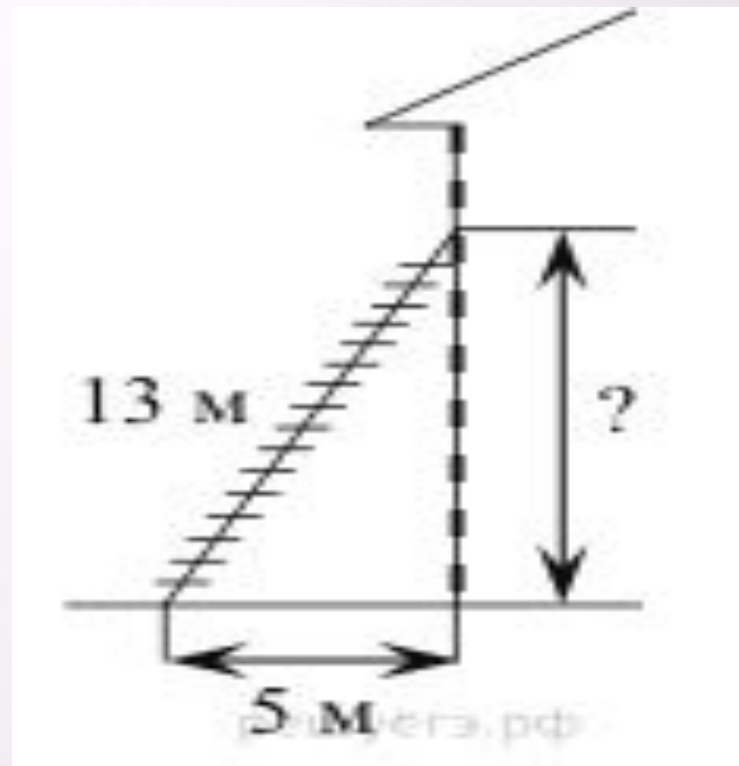
$$AD = 9 \quad BD = 16 \quad AB=25$$

$$BC = \sqrt{25 * 16} = 20$$

$$AC = \sqrt{25 * 9} = 15$$

Задача ОГЭ.

Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну пятого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте расположено окно?



Тема урока:

Теорема Пифагора.

Пифагор Самосский



Геометрия владеет
двумя сокровищами:
одно из них – это Пифагор
Иоганн Кеплер

Пифагор Самосский-

древнегреческий философ-идеалист, математик, основатель пифагореизма, политический, религиозный деятель. Его родиной был остров Самос (отсюда и прозвище - Самосский), где он появился на свет приблизительно в 580 г. до н. э. Его отцом был резчик по драгоценным камням. Имя Пифагора всегда было окружено большим количеством легенд даже при жизни. Считалось, что он мог управлять духами, умел прорицать, знал язык животных, общался с ними, птицы под влиянием его речей могли изменить вектор полета. Предания приписывали Пифагору и умение исцелять людей, в том числе с помощью прекрасного знания лекарственных растений.

Путешествия Пифагора.

Пифагор тайно бежит с острова, решив продолжить образование в Египте, решив продолжить образование в Египте, этой своеобразной для древних эллинов научной Мекке. И здесь юный Пифагор внимательно слушает лекции Фалеса, основателя первой философской школы. Фалес советует ему за знаниями продолжить путь в Египет.

В Египте проведет он 22 года. Но жизнь его вдруг резко меняется. Скончался фараон Амазис, а его преемник по трону не выплатил ежегодную дань Камбизу, персидскому царю, что послужило поводом для войны. Персы не пощадили даже священные храмы, подверглись гонениям и жрецы, их убивали или брали в плен. Пленен был и Пифагор.

В плену в Вавилоне Пифагор встречается с персидскими магами, знакомится с учением халдейских мудрецов, со знаниями, накопленными восточными народами за многие века: астрономией, медициной и арифметикой. Изучает восточные религии. Двенадцать лет пробыл в плену Пифагор, пока его не освободил персидский царь Дарий Гистасп, прослышавший о знаменитом греке. Пифагору уже шестьдесят, и он решает вернуться на родину, чтобы приобщить к накопленным знаниям свой народ.

Он переселяется в южную Италию - колонию Греции – Кротон. В Кротоне Пифагор основывает школу - пифагорейский союз, просуществовавший около двух веков и ставший центром духовной и общественной жизни. Желание людей послушать философа было столь велико, что даже девушки и женщины нарушали закон, запрещающий им присутствовать на собраниях. Одна из них, Феано, становится женой Пифагора. У них рождается трое детей (два сына и дочь), в будущем последователи отца.

Школа Пифагорийцев.

• Свою школу Пифагор создает как тайную организацию со строго ограниченным числом учеников из аристократии, и попасть в нее было не просто. Одна из особенностей школы - почти священное почитание учителя. Только тех, кто прошел многие ступени знаний, Пифагор называет ближайшим учеником и допускает во двор своего дома, где они и ведут беседу. Пифагорейцы, как их позднее стали называть, занимались математикой, философией, естественными науками. В школе существовал декрет, по которому авторство всех математических работ приписывалось учителю.

• Известно также, что кроме духовного и нравственного развития учеников Пифагора заботило их физическое развитие. Он не только сам участвовал в Олимпийских играх и два раза побеждал в кулачных боях, но и воспитал плеяду великих олимпийцев.

• Пифагорейцами было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии, в том числе:

- 1) теорема о сумме внутренних углов треугольника;
- 2) построение правильных многоугольников и деление плоскости на некоторые из них;
- 3) геометрические способы решения квадратных уравнений;
- 4) деление чисел на чётные и нечётные, простые и составные; введение фигурных, совершенных и дружественных чисел;
- 5) доказательство того, что $\sqrt{2}$ не является рациональным числом;
- 6) создание математической теории музыки и учения об арифметических, геометрических и гармонических пропорциях и многое другое.

• Около сорока лет учёный посвятил созданной им школе и, по одной из версий, в возрасте восьмидесяти лет Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания.

• После его смерти ученики окружили имя своего учителя множеством легенд.

Открытия Пифагора

- В геометрии: знаменитая и любимая всеми теорема Пифагора, а также построение отдельных многогранников и многоугольников.
- - В географии и астрономии: одним из первых выразил гипотезу, что Земля круглая, а также считал, что мы не одиноки во Вселенной.
- - В музыке: определил, что звук зависит от длины флейты или струны.
- Он сделал открытия огромной важности в области таких наук, как математика, музыка, оптика, геометрия, астрономия, теория чисел, психология, педагогика, этика.

Формулировка теоремы:

- «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов»
- Во времена Пифагора она звучала так:
«Доказать, что квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равно-велик сумме квадратов, построенных на катетах» или «Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах».

Исторический обзор теоремы Пифагора начнем с древнего Китая. Здесь особое внимание привлекает математическая книга Чу-пей. В этом сочинении так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5:

"Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4".

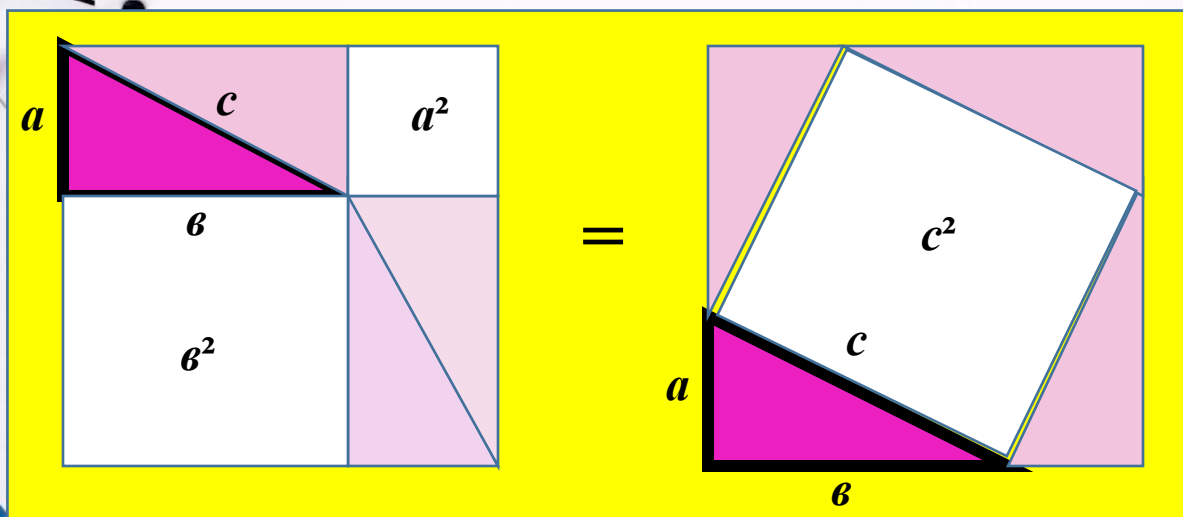
Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмем веревку длиной в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3 м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключенным между сторонами длиной в 3 и 4 метра.

Способы доказательства теоремы

- Доказательства, основанные на использовании понятия равновеликости фигур
- Доказательства методом достроения
- Алгебраический метод доказательства.
- Простейшее доказательство.
- Доказательство Мёльманна
- Доказательство Гарфилда.
- Аддитивные доказательства.
- «Пифагоровы штаны» (доказательство Евклида).
- Древнекитайское доказательство.
- Древнеиндийское доказательство.
- Доказательство Аннариция.
- Всего более 500 способов

Доказательство, основанное на равнодополняемости.

Учебник «Геометрия 7-9 классы» Атанасян Л.
С, Бутузов В.Ф. и др.



Расположим четыре
равных прямоугольных
треугольника так, как
показано на рисунке.

Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади
квадрата со стороной $(a + b)$, а с другой стороны, сумме
площадей четырёх треугольников и внутреннего квадрата

$$(a + b)^2 = 4 \cdot 0,5 ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

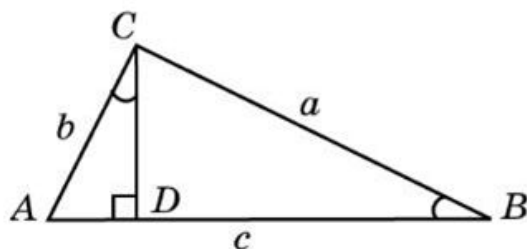
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Теорема доказана.

Учебник «Геометрия 8 класс» автор Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С..

Теорема Пифагора

Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Доказательство. Пусть ABC - прямоугольный треугольник с прямым углом. Проведем высоту CD . Треугольники ABC и ACD подобны (по первому признаку подобия треугольников). Следовательно, $AB \cdot AD = AC^2$.

Аналогично треугольники ABC и CBD подобны (по первому признаку подобия треугольников). Следовательно, $AB \cdot BD = BC^2$. Складывая полученные равенства почленно и замечая, что $AD + DB = AB$, получим: $AC^2 + BC^2 = AB(AD + DB) = AB^2$.

Учебник «Геометрия 7-9 классы»

Погорелов А.В.

Доказательство.

Пусть ABC — данный прямоугольный треугольник с прямым углом C . Проведем высоту CD из вершины прямого угла C (рис. 149).

По определению косинуса угла $\cos A = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$. Отсюда $AB \cdot AD = AC^2$. Аналогично

$\cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{BC}{AB}$. Отсюда $AB \cdot BD = BC^2$. Складывая полученные равенства почленно и замечая, что $AD + DB = AB$, получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB (AD + DB) = AB^2.$$

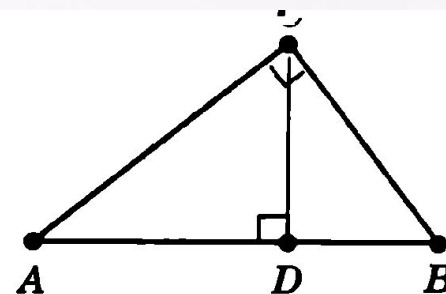
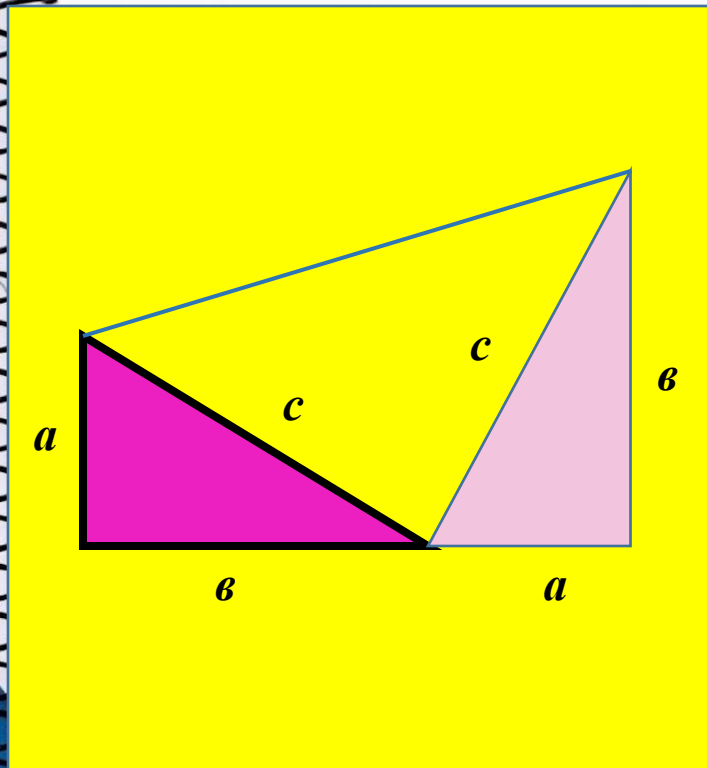


Рис. 149

Доказательство Вальдхейма



Вальдхейм пользуется тем, что площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, а площадь трапеции равна произведению полусуммы параллельных оснований на высоту.

Теперь, чтобы доказать теорему, достаточно только выразить площадь трапеции двумя путями

$$S_{\text{трапеции}} = 0,5(a + b)(a + b) = 0,5(a + b)^2$$

$$S_{\text{трапеции}} = 0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$$

Приравнивая правые части, получаем

$$0,5(a + b)^2 = 0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$$

$$(a + b)^2 = ab + ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

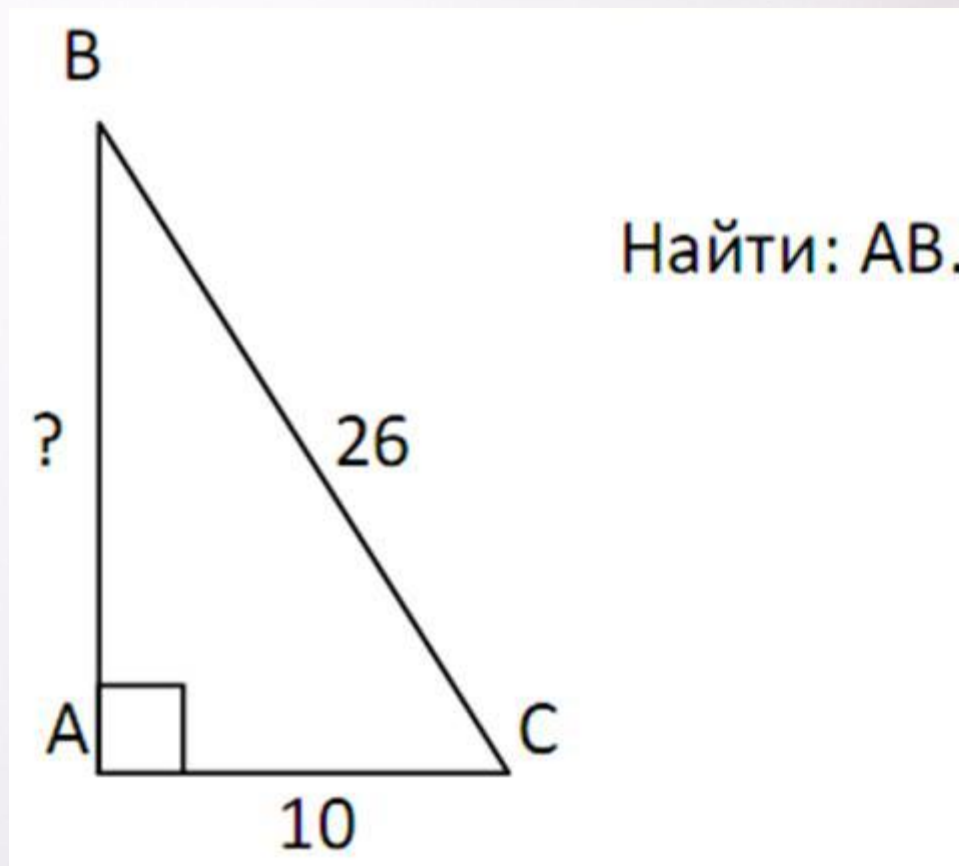
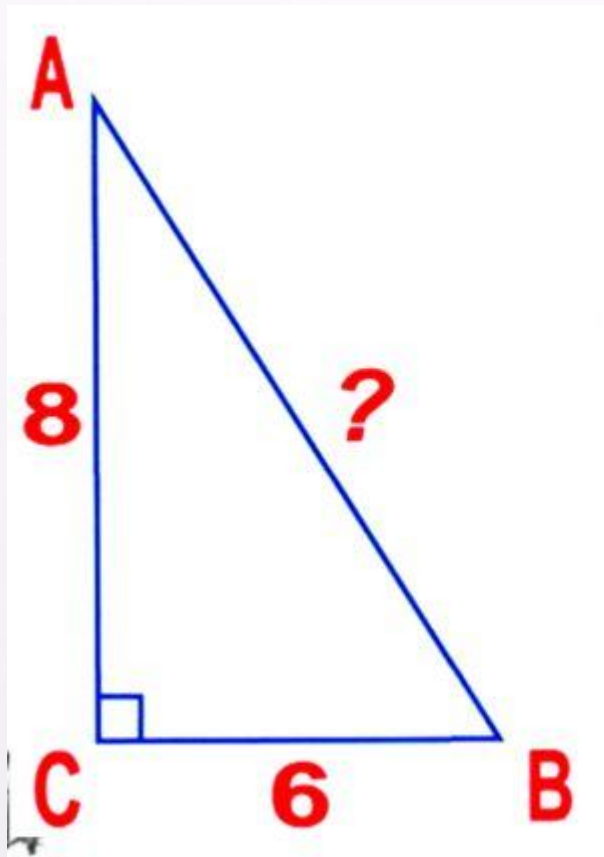
$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{Теорема доказана}$$

Значение теоремы

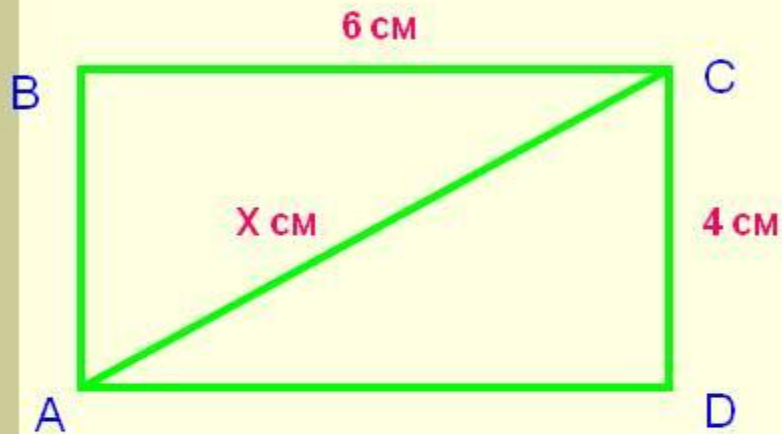
До сегодняшнего дня теорема Пифагора очень важна и актуальна. Теорема применяется в геометрии на каждом шагу, с помощью нее решается ряд задач. Из неё или с её помощью можно вывести большинство теорем геометрии. Это говорит о неослабевающем интересе к ней со стороны широкой математической общественности.

К сожалению, невозможно привести все или даже самые красивые доказательства теоремы, однако хочется надеяться, что приведенные примеры убедительно свидетельствуют об огромном интересе сегодня, да и вчера, проявляемом по отношению к теореме Пифагора

Решение задач:



Реши, применив теорему Пифагора, к задачам по готовым чертежам



№1

Дано:

ABCD- прямоугольник

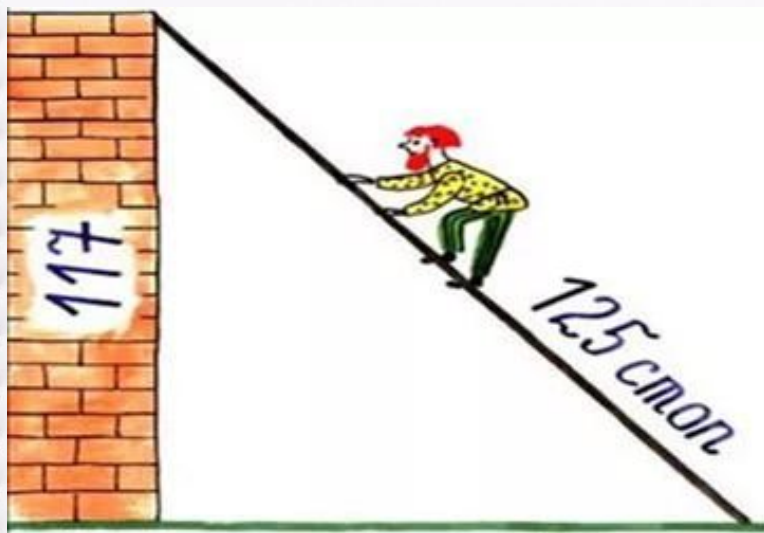
Найти: x

Решение задач:

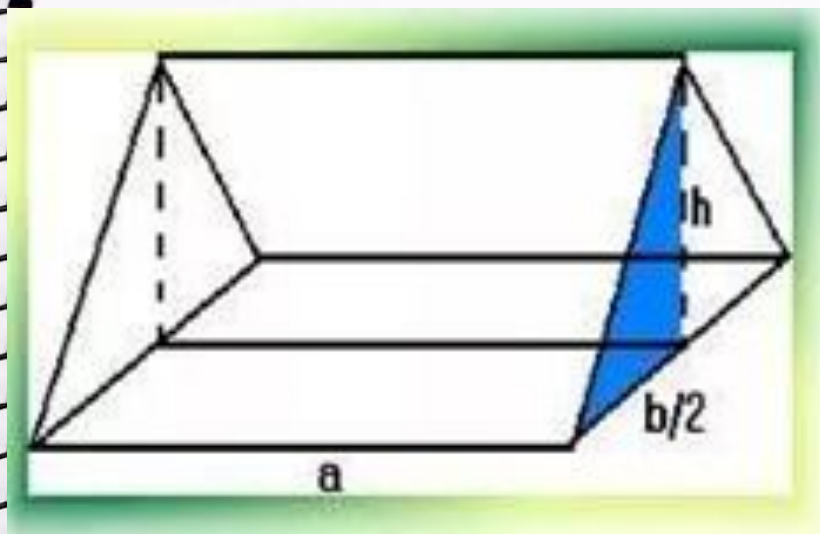
№ 529 № 530 № 533

Применение теоремы Пифагора в повседневной жизни

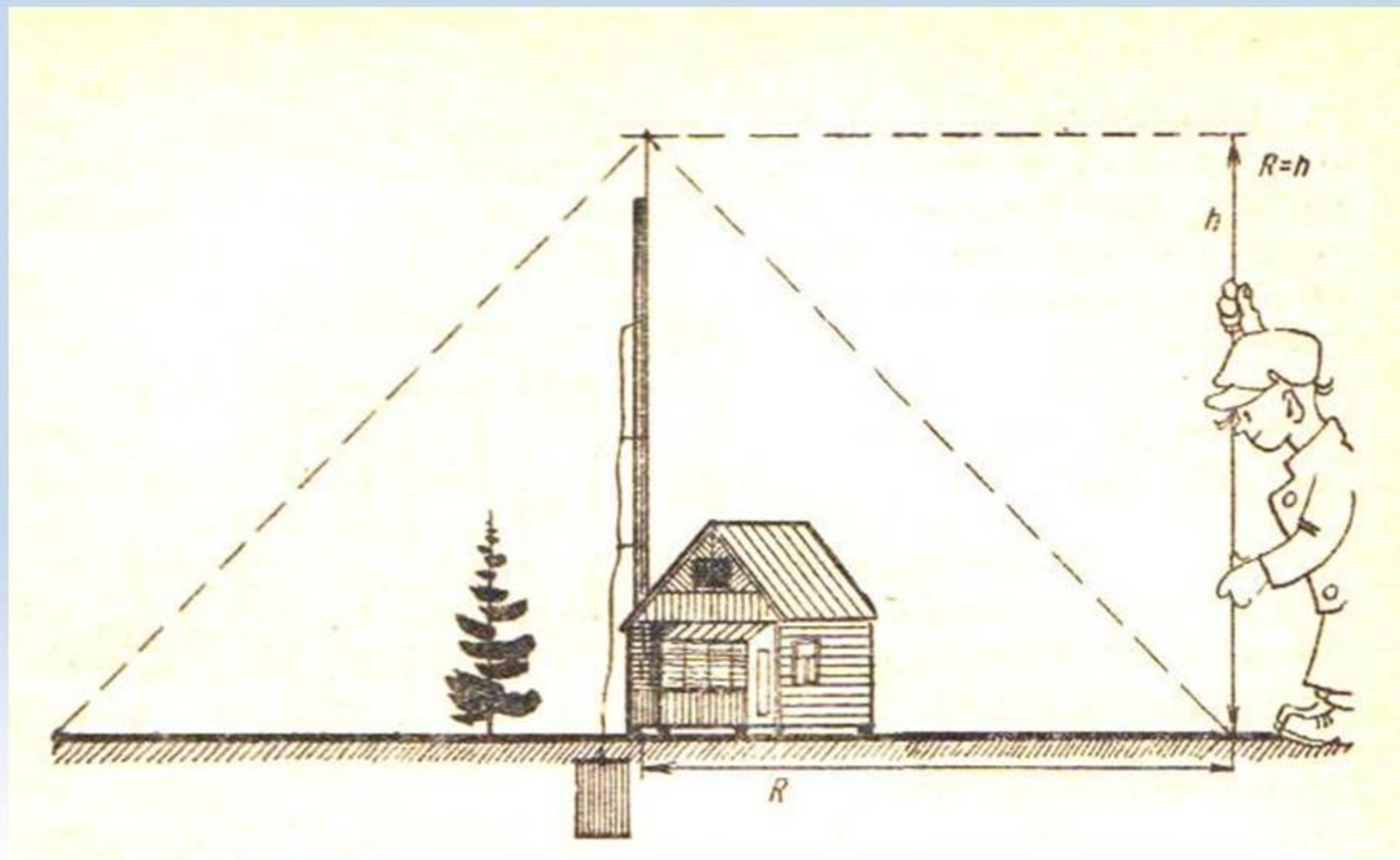
Мобильная связь



• Крыша



Молниеотвод



Примеры задач ОГЭ:

1. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?
2. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 6,3 м от земли. Длина троса равна 6,5 м. Найдите расстояние от точки основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.
3. Лестница соединяет точки А и В и состоит из 30 ступеней. Высота каждой ступени равна 16 см, а длина равна 63 см. Найдите расстояние между точками А и В (в метрах).
4. Длина стремянки в сложенном виде равна 1,11 м, а расстояние между её основаниями в разложенном виде составляет 0,72 м. Найдите высоту (в метрах) стремянки в разложенном виде.

Домашнее задание:

§ 16 № 531 № 533