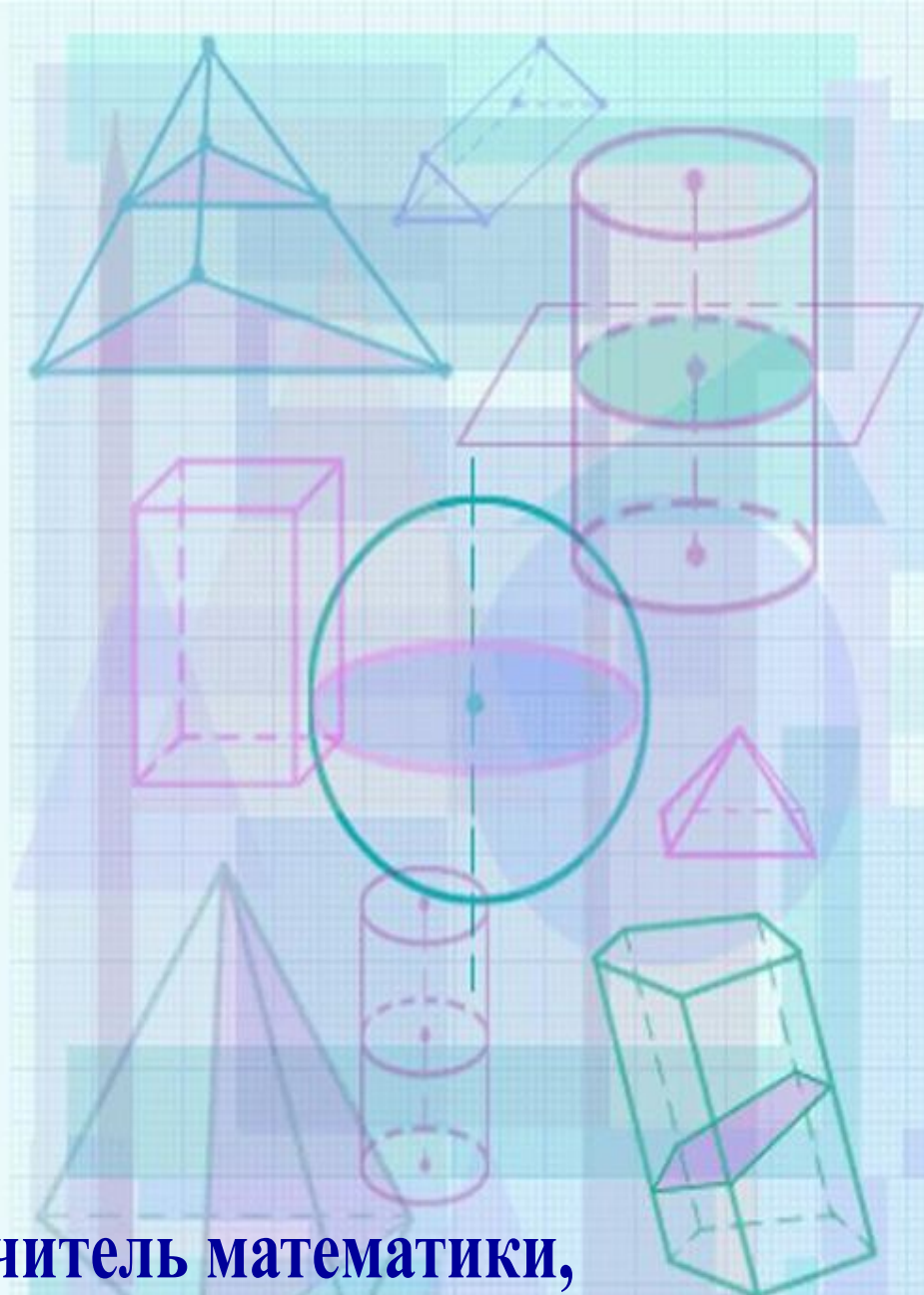
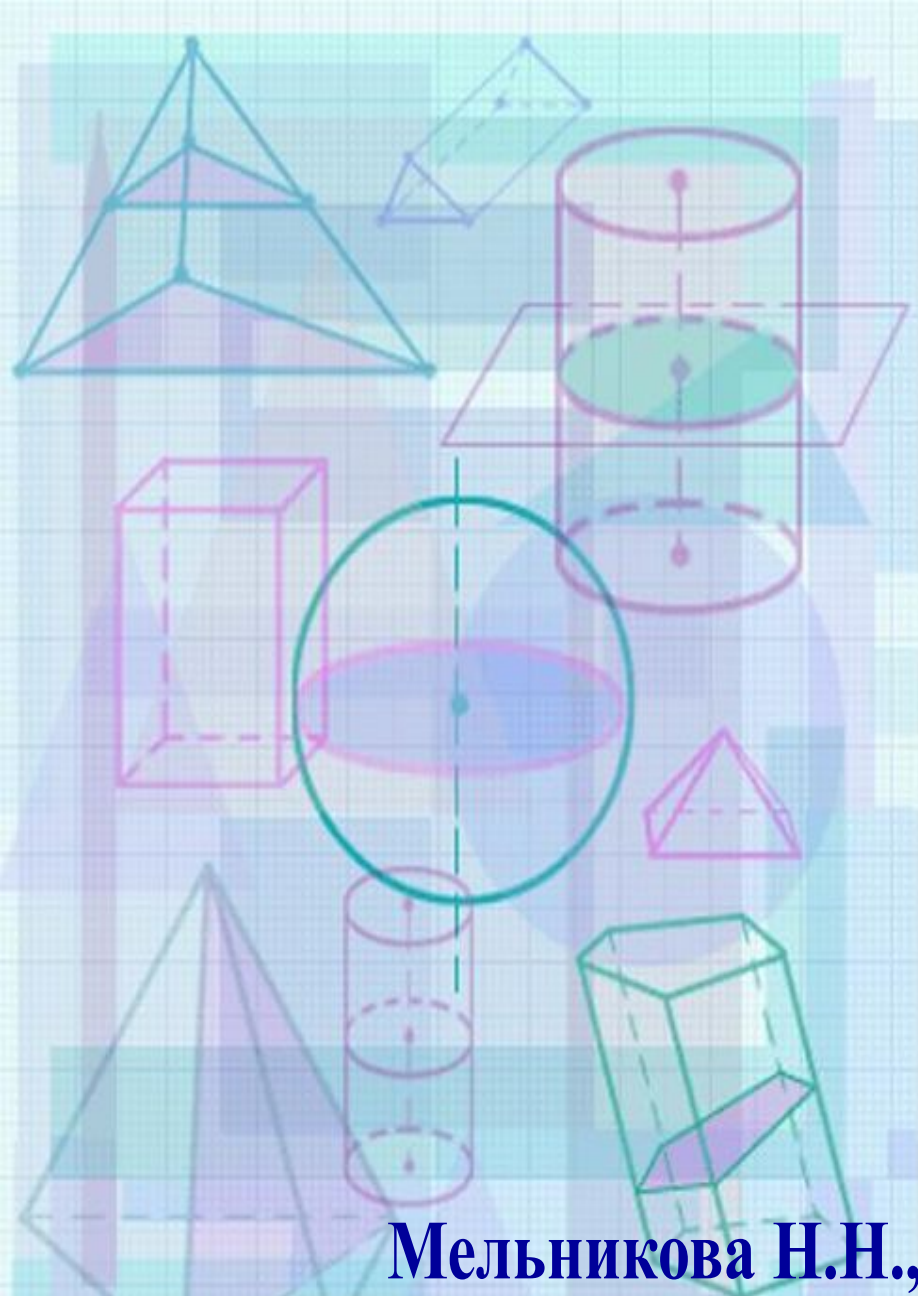
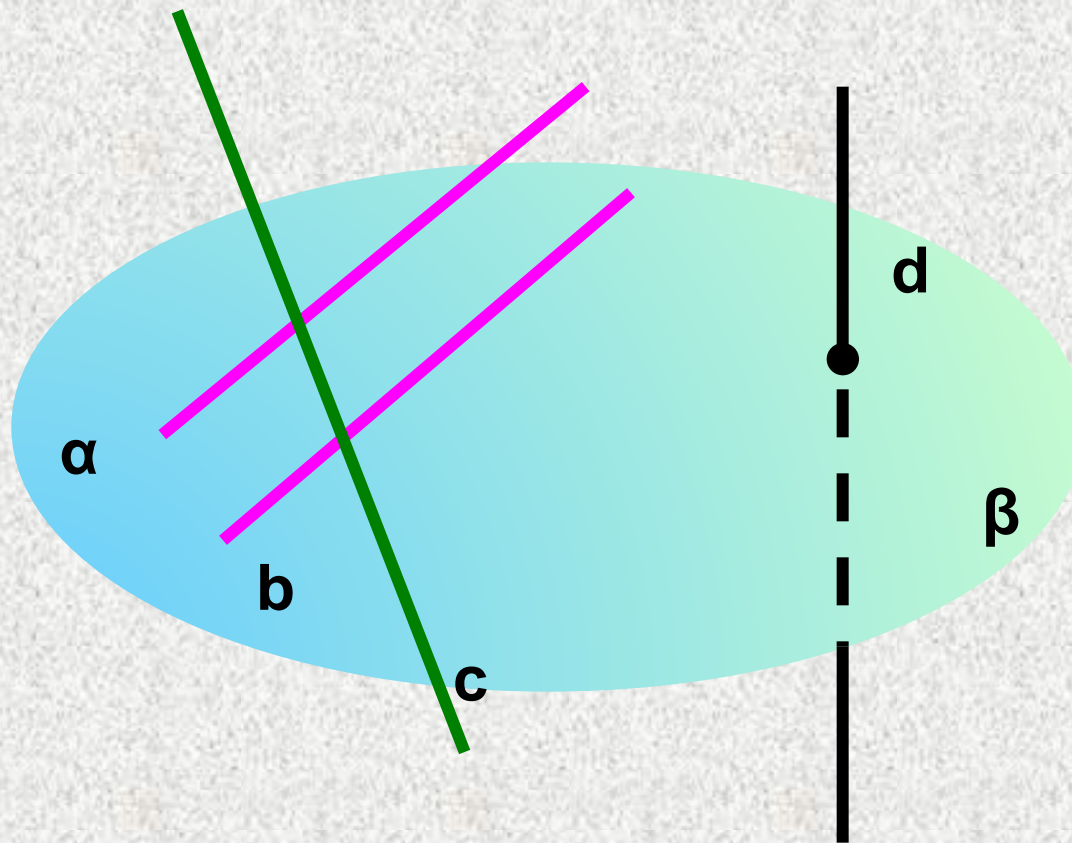




**Мельникова Н.Н., учитель математики,
МОУ ЧСОШ №2 р.п. Чистоозёрное, Новосибирской обл.**



**Две прямые в пространстве
называются параллельными
если они лежат в одной плоскости
и не пересекаются**



$a \parallel b;$

$a \not\parallel c$

$b \not\parallel c$

Теорема 3

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна!

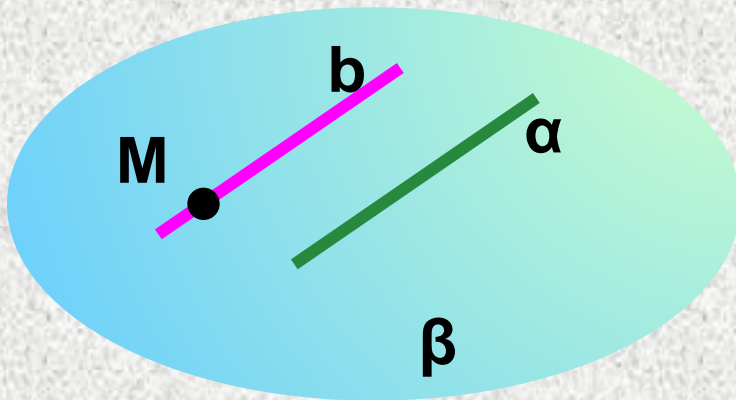
Дано:

α – прямая;

$M \notin \alpha$

Доказать:

**Ч/з точку M проходит
единственная
прямая b , $b \parallel \alpha$**



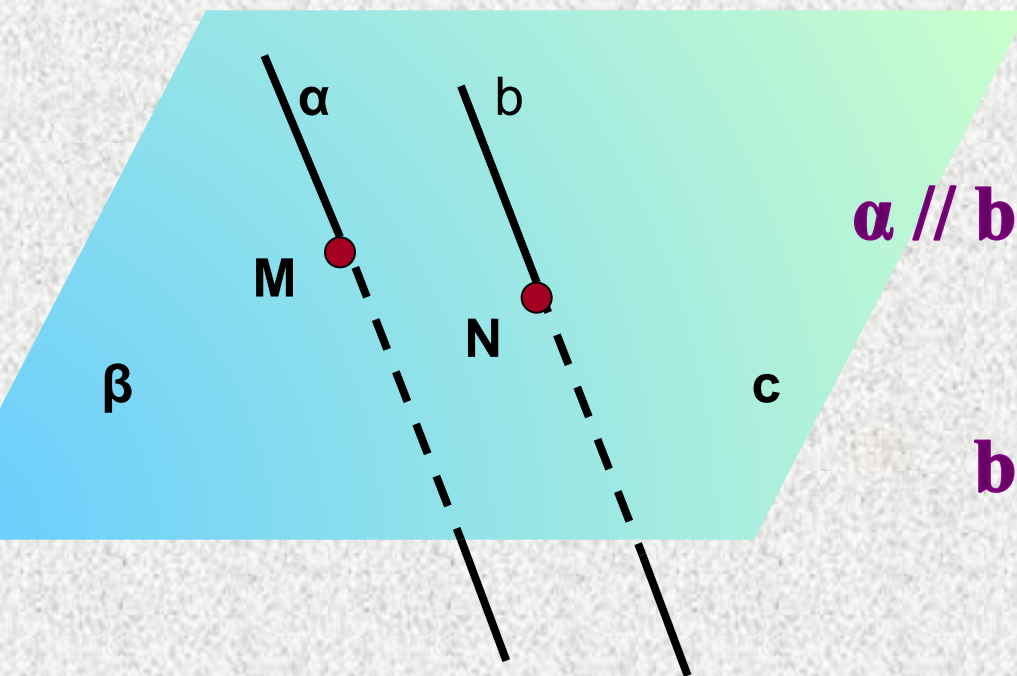
Доказательство

- 1) По Т-1: ч/з прямую a и точку M проходит единственная плоскость
- 2) По опред. прямая b , проходящая ч/з точку M , параллельная a , должна лежать в одной плоскости с точкой M и прямой a .
- 3) Из планиметрии: ч/з точку M в плоскости β проходит единственная прямая, параллельная a .
- 4) Вывод: b – единственная прямая, проходящая ч/з точку M , параллельно a !



Лемма:

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость

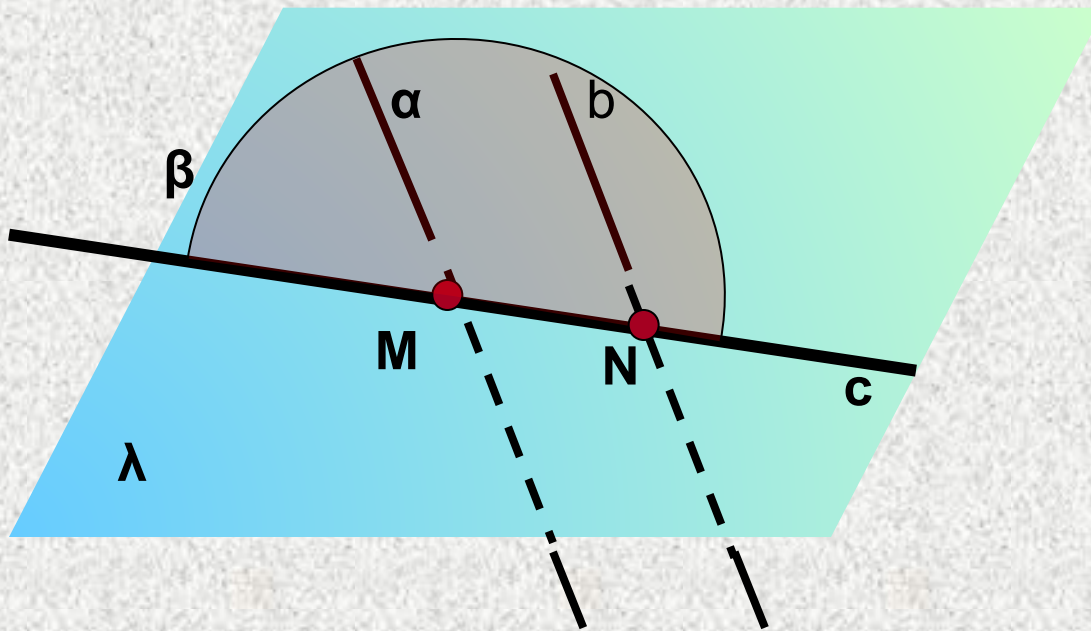


Дано:

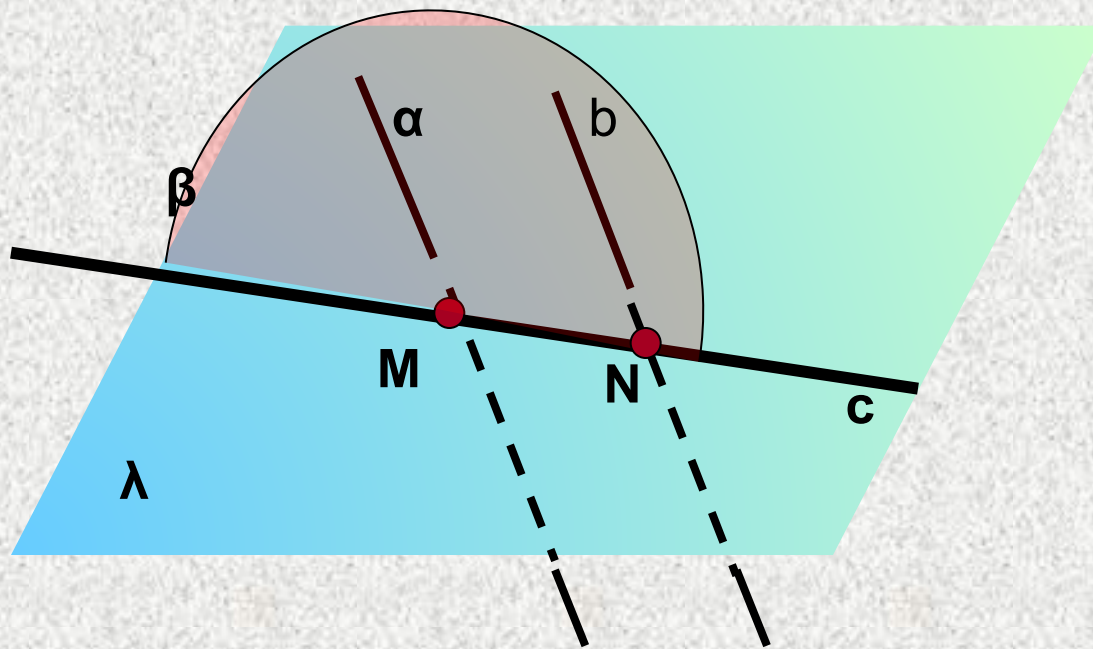
$\alpha \parallel b$, $\alpha \cap \lambda$ в точке M

Доказать:

$b \cap \lambda$ в точке N



- 1) По определению параллельных прямых α и b лежат в какой то плоскости β .
- 2) Т.к. $\alpha \cap \lambda$ в точке M , то плоскости λ и β имеют общую точку M , значит по A_3 они пересекаются по какой то прямой c .

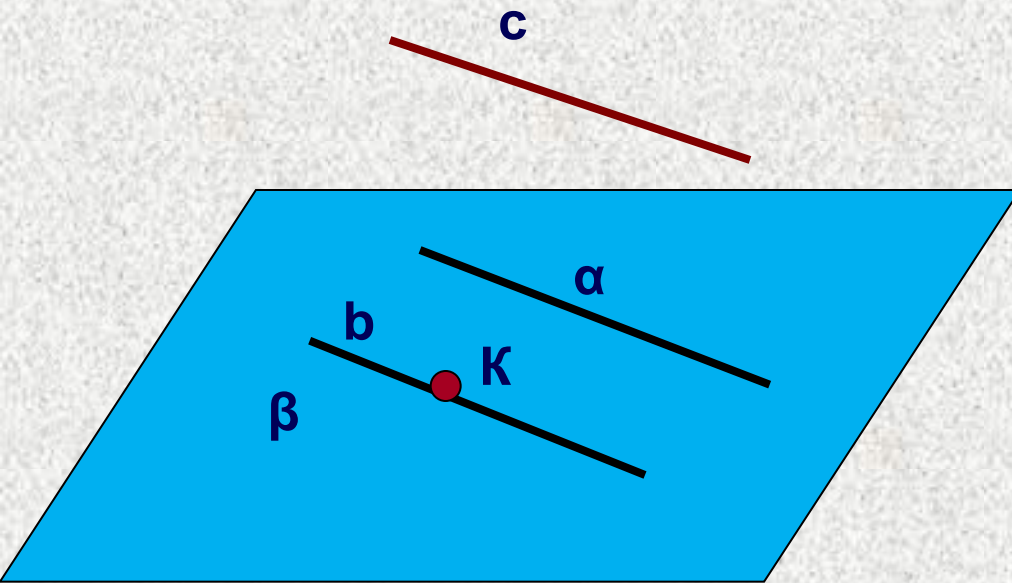


3) Из планиметрии в плоскости β имеем: если прямая c пересекает одну из параллельных прямых a , то она пересекает и вторую прямую b в некоторой точке N .

4) Т.к. прямая c лежит и в λ , то точка $N \in \lambda$, значит N — общая точка прямой b и плоскости λ .

Теорема 4:

Если две прямые параллельны
третьей прямой, то они
параллельны.



Дано:

$c \parallel \alpha$, $c \parallel \beta$.

Доказать:

$\alpha \parallel \beta$.

I. Докажем, что α и b лежат в одной плоскости.

1) Пусть точка $K \in b$, тогда ч/з т.К и прямую α проходит пл. β .

2) Предположим, что b пересекает β в точке K , тогда по лемме (т.к. $c \parallel b$) и прямая c будет пересекать β .

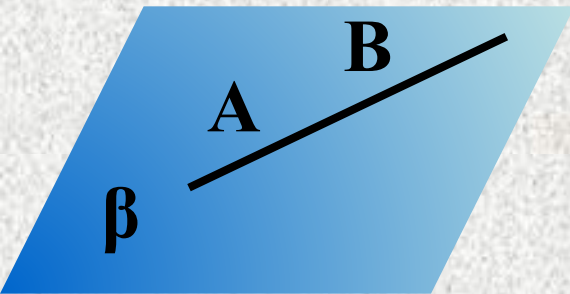
3) Но по условию $c \parallel \alpha$, и тогда по лемме прямая α пересекает β , что невозможно, т. к. $\alpha \notin \beta$.

4) Значит наше предположение, что b пересекает β неверно. Значит $b \in \beta$.

II. Докажем, что прямые α и b не пересекаются

Возможны три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве

1



Прямая АВ
лежит
в плоскости β

2



Прямая α
и
плоскость γ
имеют только
одну общую
точку

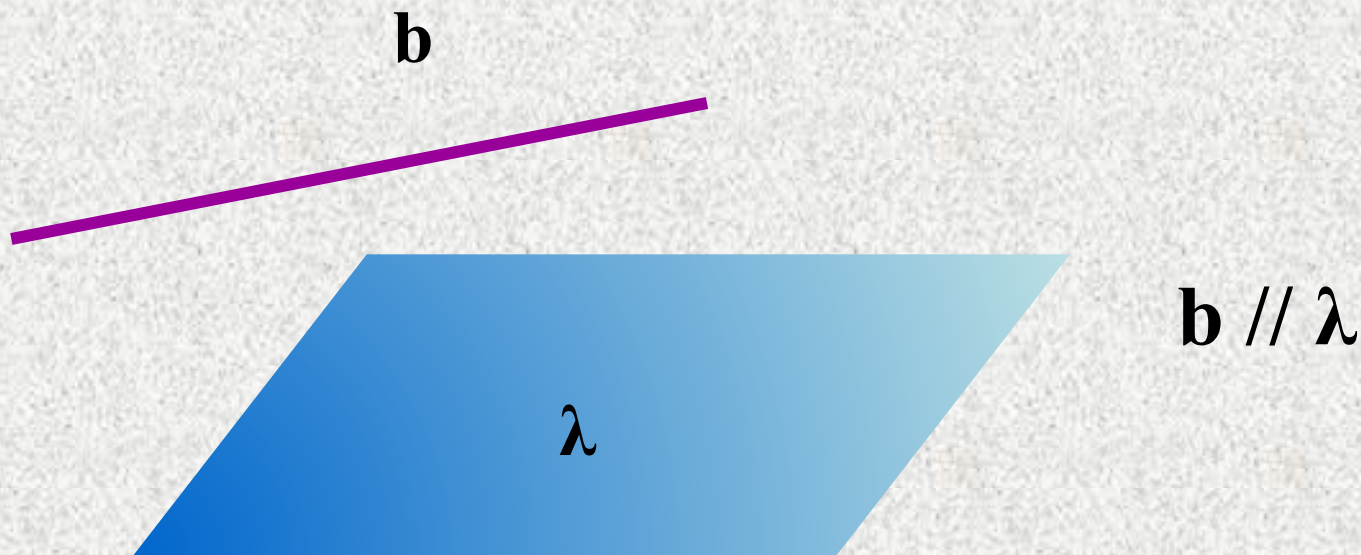
b

3



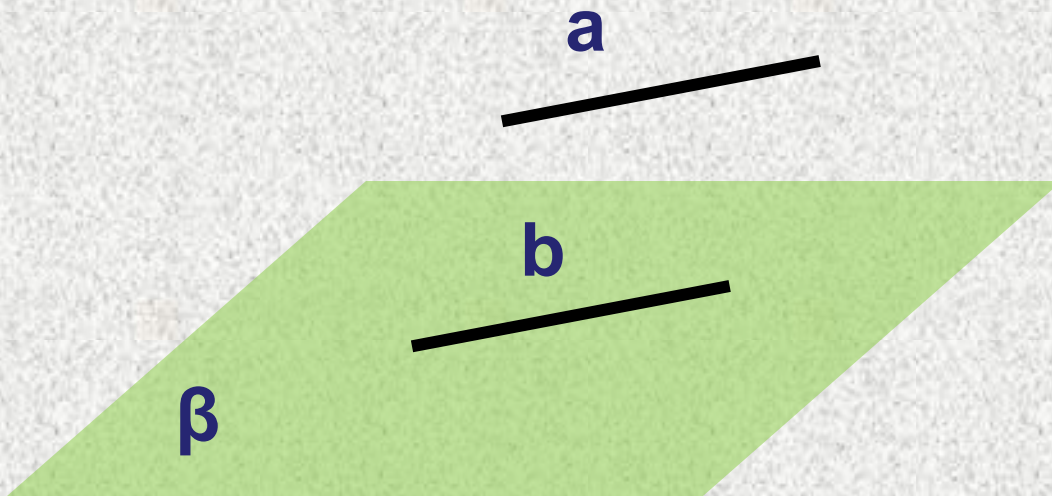
Прямая α
и
плоскость
не имеют ни
одной общей
точки

**Прямая и плоскость называются
параллельными,
если они не имеют общих точек!**



Теорема 5:

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.



Дано:

$a \parallel b$, ~~$a \notin \beta$~~ , $b \in \beta$

Доказать:

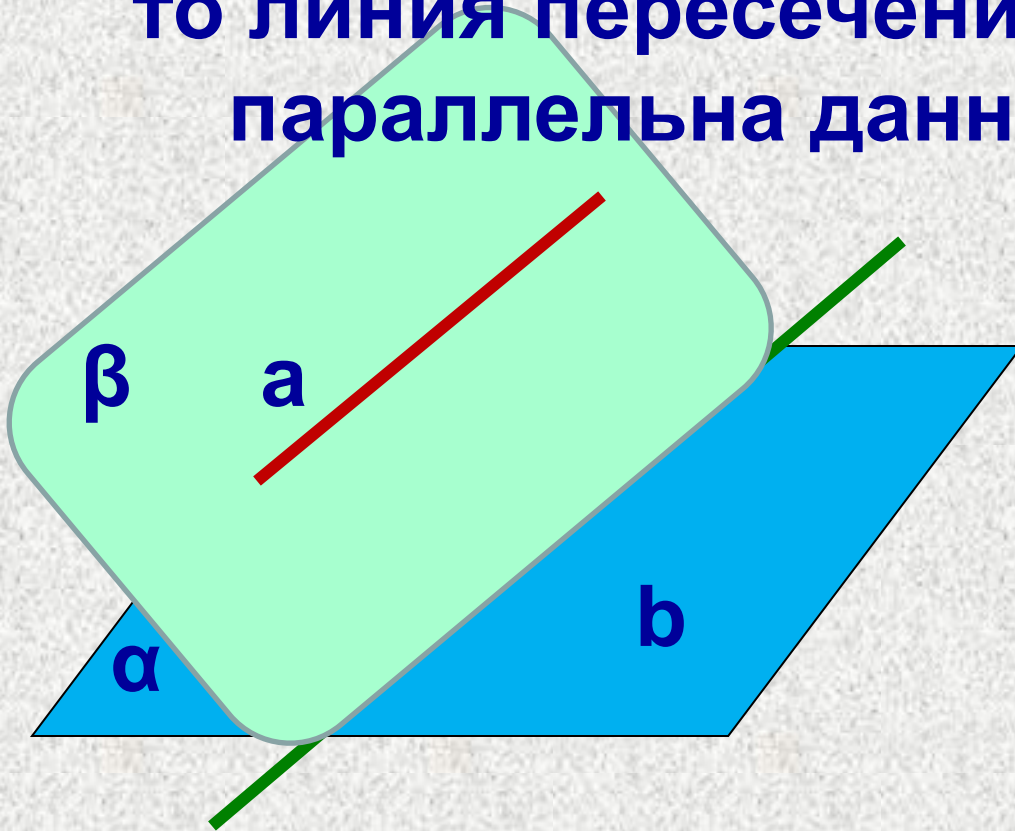
$a \parallel \beta$

Доказательство

- 1) Допустим противное, что $a \parallel \beta$, тогда a пересекает β .
- 2) Т.к. $a \parallel b$ по условию, тогда по лемме и b пересекает β .
- 3) Противоречие с условием: b лежит в β .
- 4) 4) Вывод: наше предположение что $a \parallel \beta$ неверно, значит $a \not\parallel \beta$.

Утверждение 1⁰

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.



Дано:
 $a // \alpha$, $a \in \beta$,
 $\beta \cap \alpha$ по
прям. b
Доказать:
 $b // a$

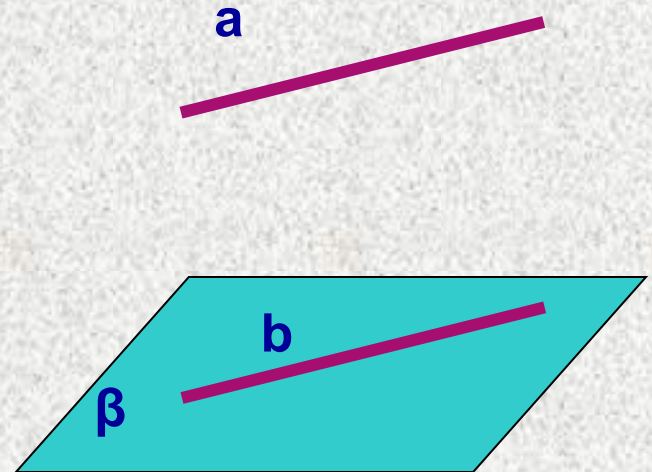
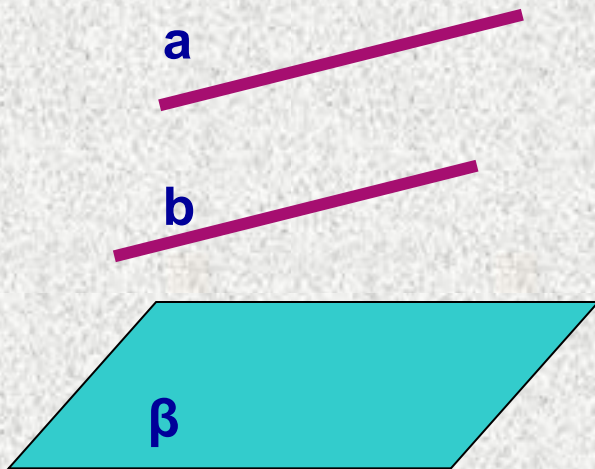
Утверждение 2⁰

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости

Дано:

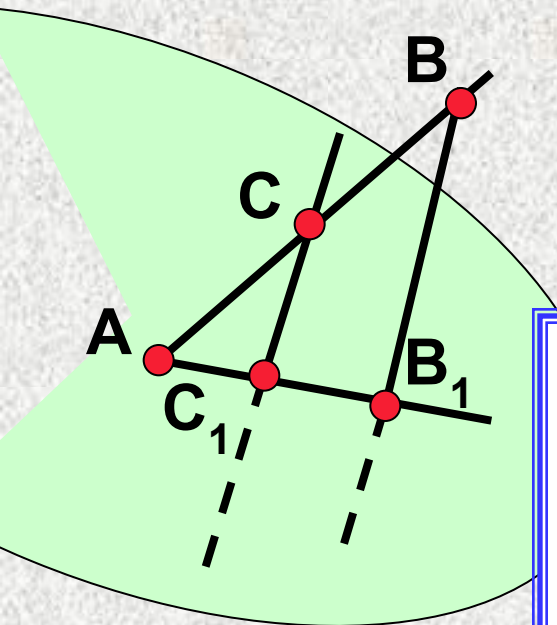
$a \parallel b$ и $a \parallel \beta$,

тогда либо
1) $b \parallel \beta$; 2) $b \in \beta$



Решение задач

№ 18



Решение

а) Дано:

C – серед. отр.
 AB , $BB_1 = 7$ см;

$A \in \beta$; $BB_1 \parallel CC_1$

Найти: CC_1

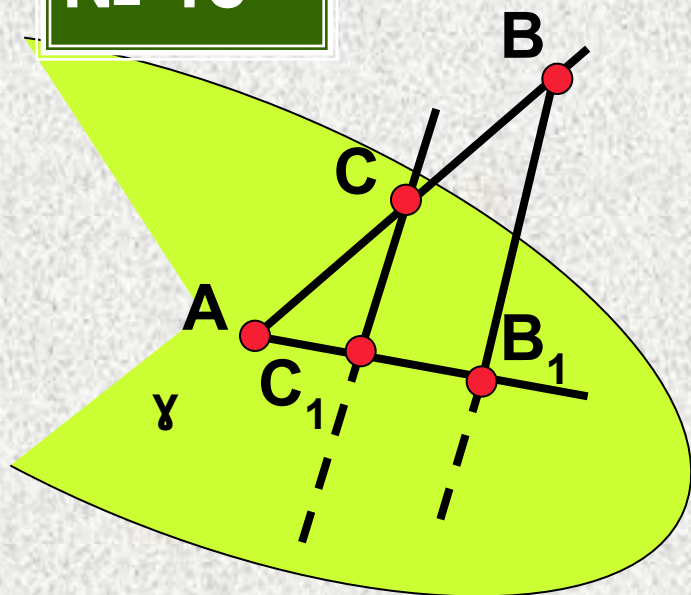
- 1) $BB_1 \parallel CC_1$, зн. по опред. они лежат в одной плоск. β ;
- 2) $C \in \beta$ и $B \in \beta$, значит по A_2 и $CB \in \beta$;
- 3) Тогда все три прямые BB_1 , CC_1 и CB лежать в одной плоскости.

$\triangle SAC_1$ подобен $\triangle BAB_1$ (по 2-м углам);

$$CC_1 : BB_1 = AC : AB;$$

$$CC_1 : 7 = 0,5AB : AB; \quad CC_1 = 3,5 \text{ (см)}$$

№ 18



**б) Дано: $A \in \gamma$;
 $BB_1 \parallel CC_1$,
 $AC:CB=3:2$,
 $BB_1 = 20$ см**

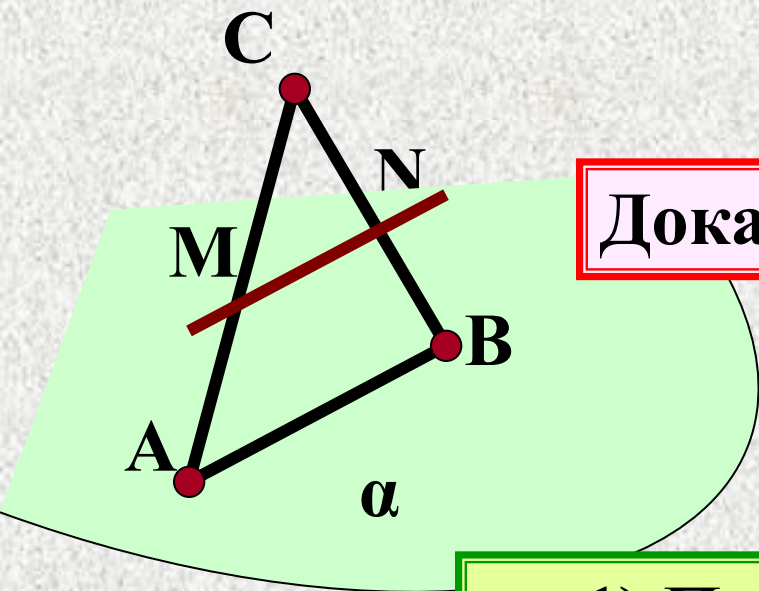
Найти: CC_1

Решение

**1) $BB_1 \parallel CC_1$, зн. по опред. они лежат в одной плоск. β ;
 $C \in \beta$ и $B \in \beta$, значит по A_2 и $CB \in \beta$, тогда все три прямые
 BB_1 , CC_1 и CB лежать в одной плоскости.**

**2) $\triangle SAC_1$ подобен $\triangle BAB_1$ (по 2-м углам);
 $CC_1 : BB_1 = AC : AB$;
 $CC_1 : 20 = 3 : (3+2)$; $CC_1 = 20 \cdot 3 : 5 = 12$ (см)**

№ 22



Доказательство

Дано:
 $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $C \in \alpha$, M –
середина AC , N –
середина CB
Доказать: $MN \parallel \alpha$

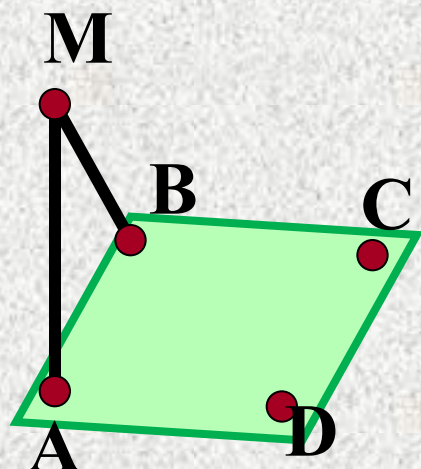
1) Проведём отр. AB ;

2) По A_2 : $AB \in \alpha$;

3) MN – средняя лин. $\triangle ABC$;

4) $MN \parallel AB$, и по Т-5: $MN \parallel \alpha$.

№ 23



Дано:
 $ABCD$ - прямоугол.
 $M \notin \text{пл.} ABCD$
Доказать:
 $CD // \text{пл.} AMB$

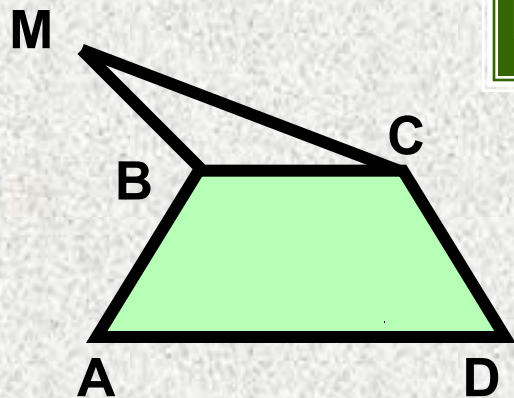
Доказательство

1) $AB // CD$ (по условию);

2) $AB \in \text{пл.} ABM$;

3) По Т-5: $CD // \text{пл.} ABM$

№ 24



Дано: M

$\in$ пл. $ABCD$;
 $ABCD$ - трапец.

AD – основан.

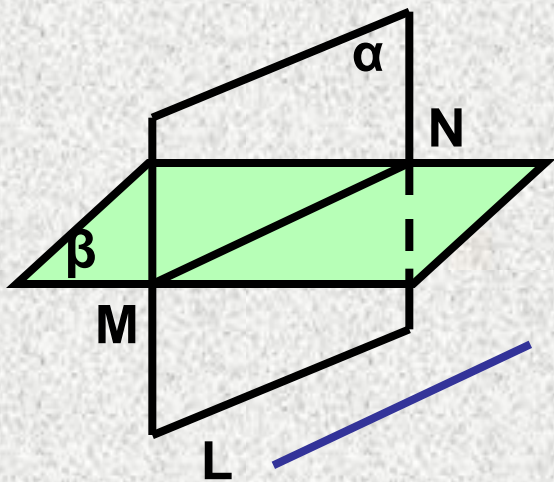
Доказать:
 $AD \parallel \text{пл. } BCM$

Доказательство

1) $AD \parallel BC$, т.к. $ABCD$ – трапец.

2) $BC \in \text{пл. } BMC$,

3) По Т-5: $AD \parallel \text{пл. } BCM$



№ 25

Дано:

$$\alpha \cap \beta = MN;$$

$$L \parallel MN;$$

$$L \notin \alpha, L \notin \beta;$$

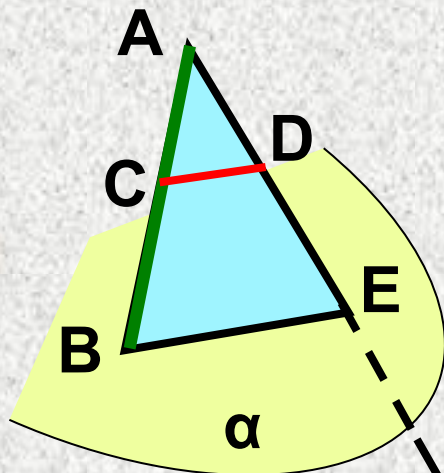
Доказать:

$$L \parallel \alpha \text{ и } L \parallel \beta$$

Доказательство

1) $L \parallel MN$, $MN \in \alpha$, зн. по Т-5 $L \parallel \alpha$;

2) $L \parallel MN$, $MN \in \beta$, зн. по Т-5 $L \parallel \beta$



№ 27

Дано:

AB – отрезок, $C \in AB$,

$AB:BC = 4:3$,

$B \in \alpha$, $CD \parallel \alpha$,

$CD = 12 \text{ см}$

Доказательство

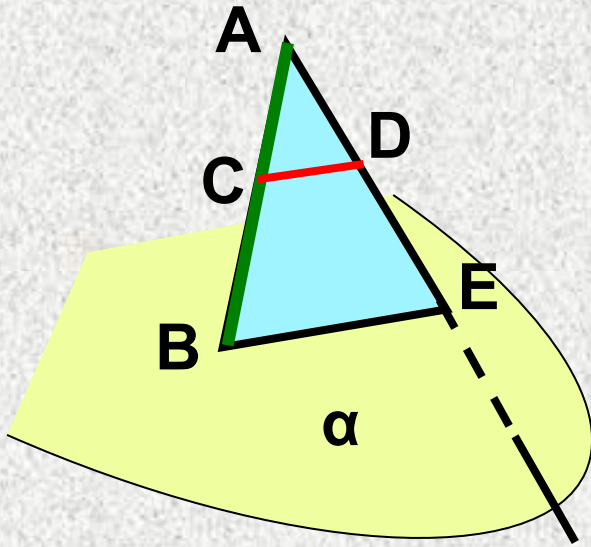
**Доказать, что прям.
 $AD \cap \alpha$ в т.Е, BE -?**

1) пл. $ABE \cap \alpha$ по прям. BE (по A_3 , B -общ. точка);

2) $CD \parallel BE$ по утв. 1^0 ;

3) $\angle C = \angle B$ и $\angle D = \angle E$ как соответств., зн.

$\triangle BAE$ подобен $\triangle CAD$ по двум углам.



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

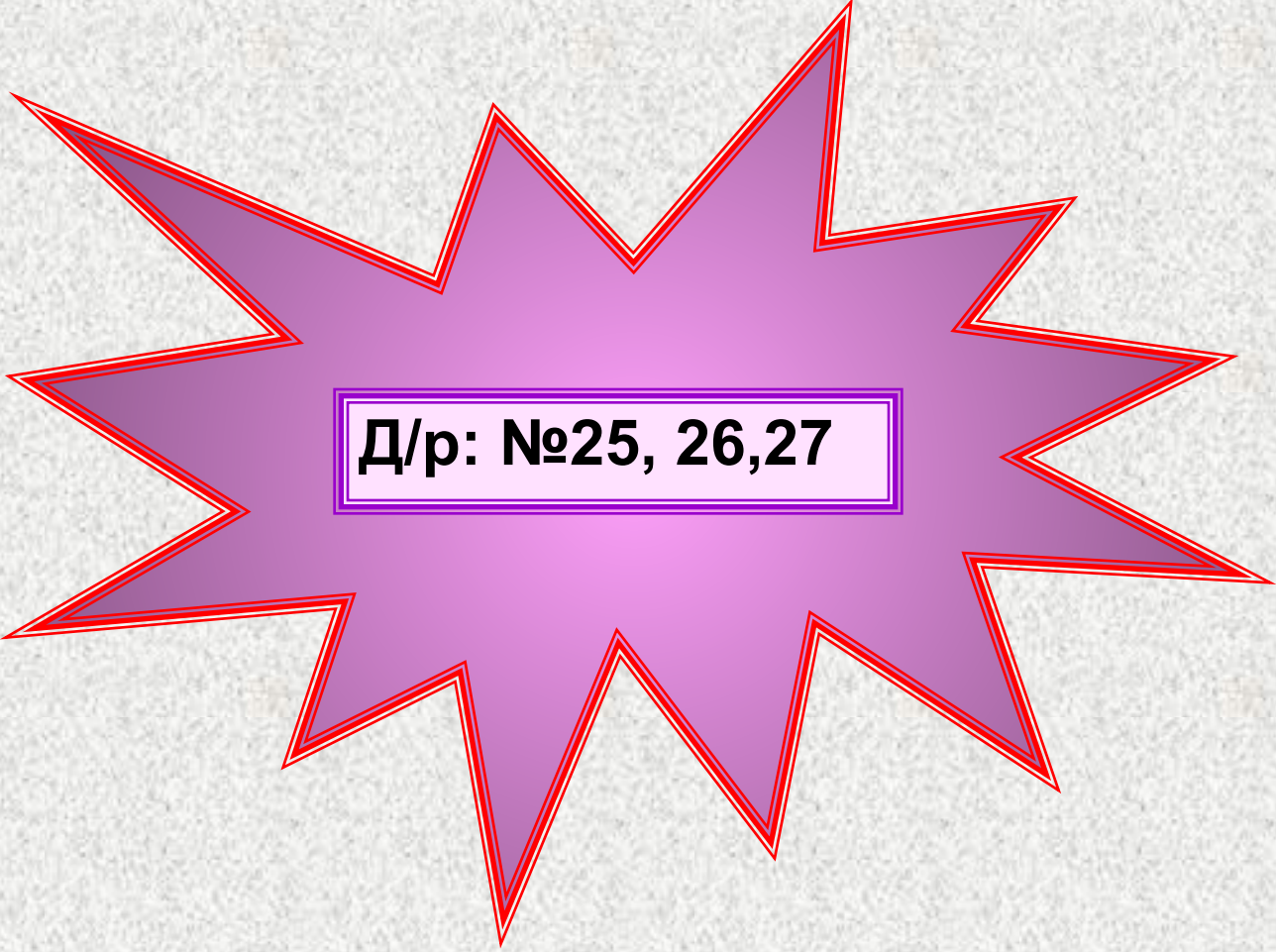
$$\frac{AB - BC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

$$1 - \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{12}{BE}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{12}{BE}$$

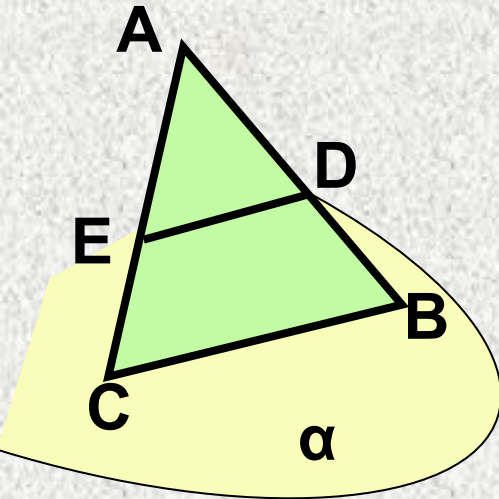
$$BE = 48\text{cm}$$



Д/р: №25, 26,27

Решение задач

№ 28



Дано: $\triangle ABC$; $E \in AC$; $D \in AB$; $DE = 5$ см; $BD:DA = 2:3$; $B \in \alpha$; $C \in \alpha$; $\alpha \parallel DE$
Найти: BC

?

Решение

- 1) $DE \parallel \alpha$; $DE \in \text{пл.} ABC$, зн. $DE \parallel BC$;
- 2) $\triangle BAC$ подобен $\triangle DAE$; $AB = 2\text{ч} + 3\text{ч} = 5\text{ч}$
- 3) $BC:DE = AB:AD$; $BC:5 = 5:3$; $BC = 25/3$

