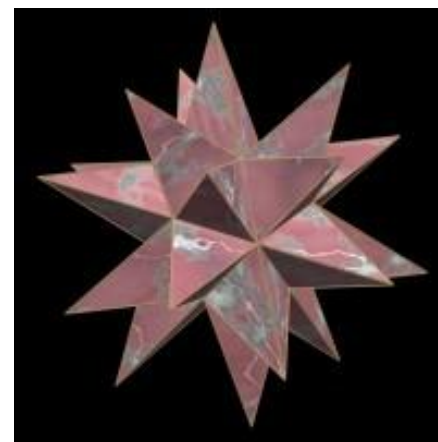
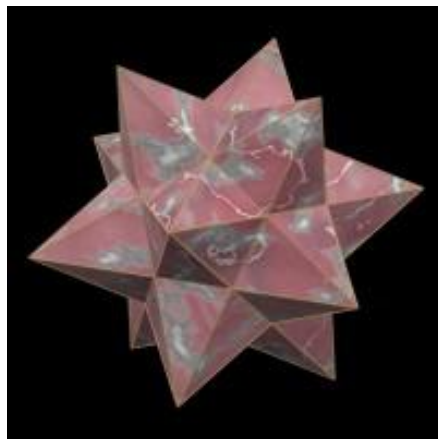
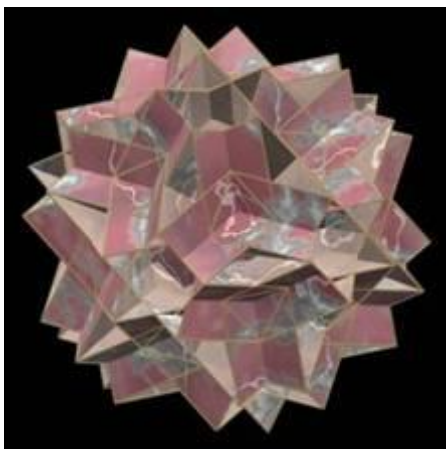
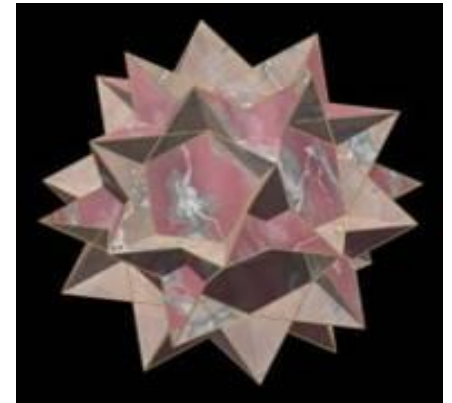


Многогранники



«Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - геометрия»

Ле Корбюзье



Многоугольником называется
плоская фигура, ограниченная
отрезками прямых

По аналогии, **многогранник** можно
определить как часть пространства,
ограниченную плоскими
многоугольниками

многогранники

```
graph TD; A[многогранники] --> B[Однородные выпуклые]; A --> C[Однородные невыпуклые]; B --> D[Тела Платона]; B --> E[Тела Архимеда]; B --> F[Выпуклые призмы и антипризмы]; C --> G[Тела Кеплера-Пуансо]; C --> H[Невыпуклые призмы и антипризмы]; C --> I[Невыпуклые полуправильные однородные многогранники];
```

**Однородные
выпуклые**

**Тела
Платона**

**Тела
Архимеда**

**Выпуклые
призмы и
антипризмы**

**Однородные
невыпуклые**

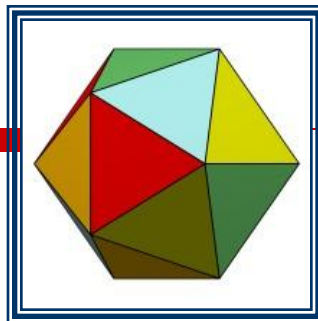
**Тела
Кеплера-
Пуансо**

**Невыпуклые
призмы и
антипризмы**

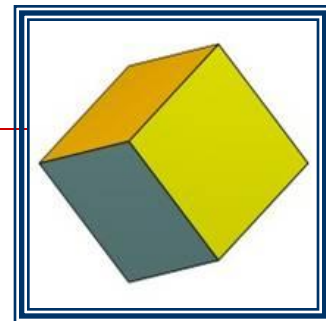
**Невыпуклые
полуправильные
однородные
многогранники**

Правильные многогранники

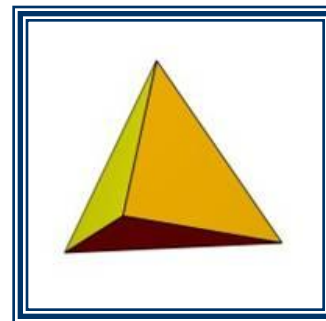
Правильными многогранниками называют выпуклые многогранники, все грани и углы которых равны, причём грани – правильные многоугольники одного типа



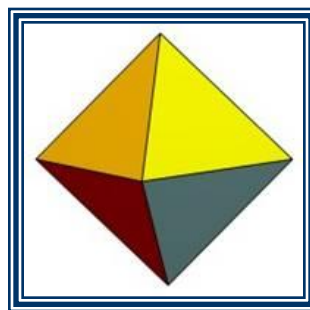
Икосаэдр



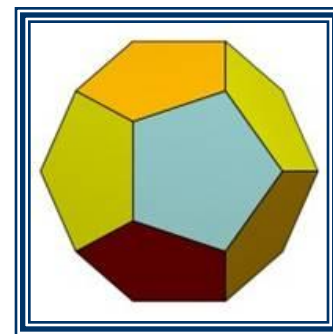
Гексаэдр



Тетраэдр



Октаэдр

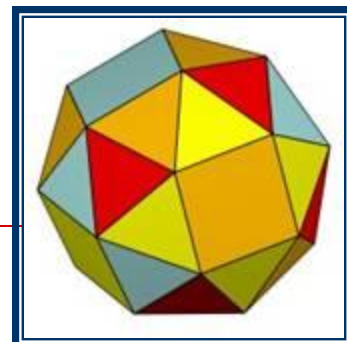
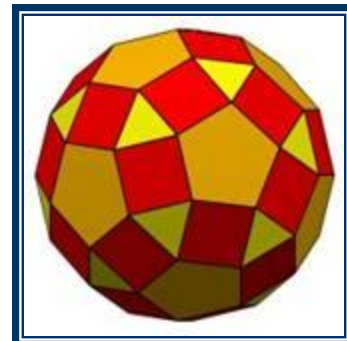
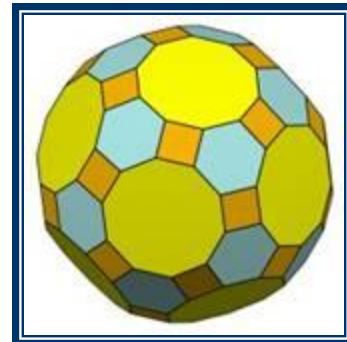
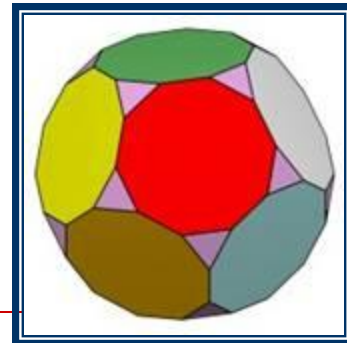
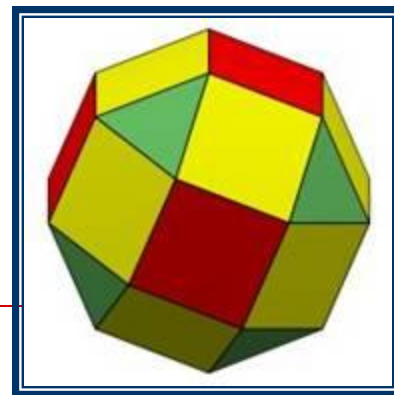
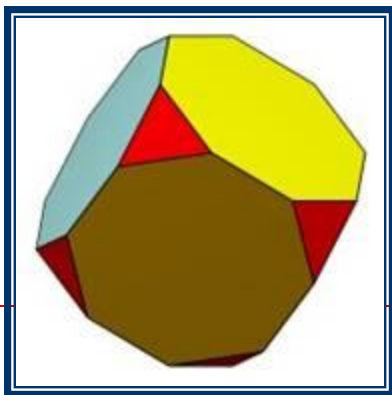
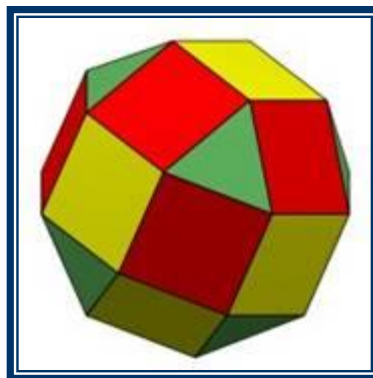
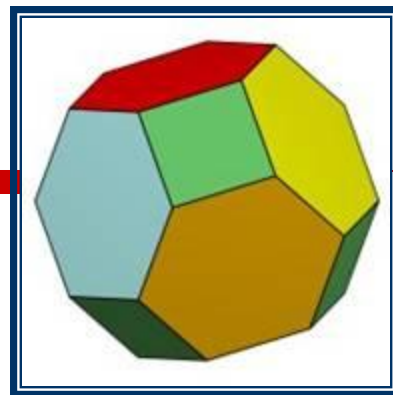
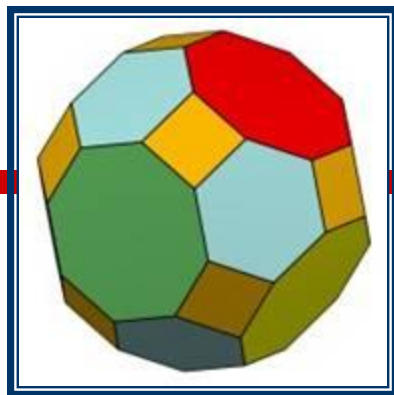
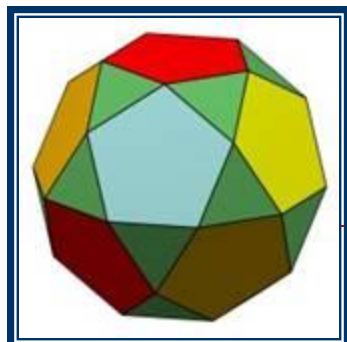
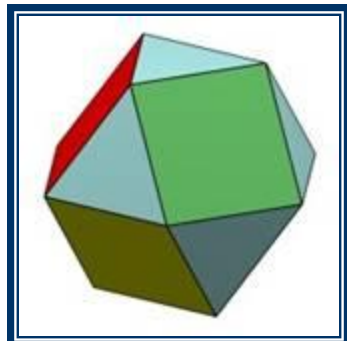
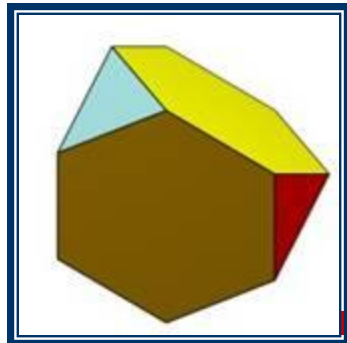


Додекаэдр

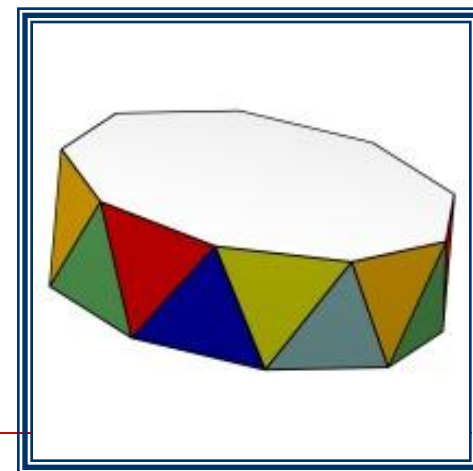
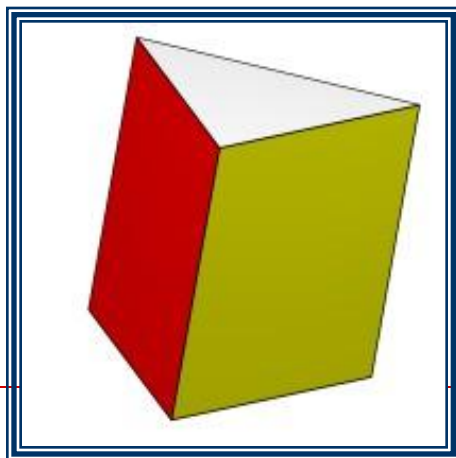
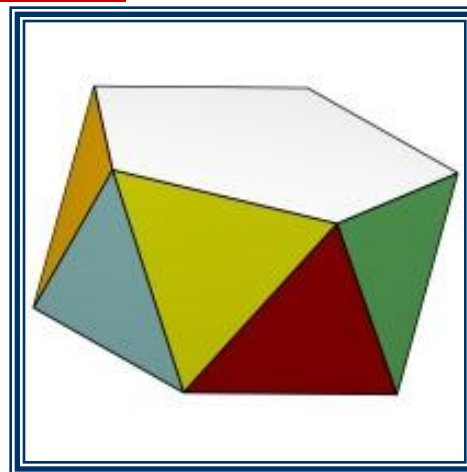
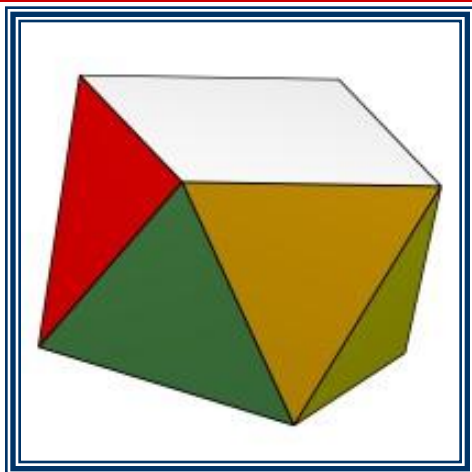
Архимедовы тела

Архимедовыми телами называют выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани – правильные многоугольники нескольких типов

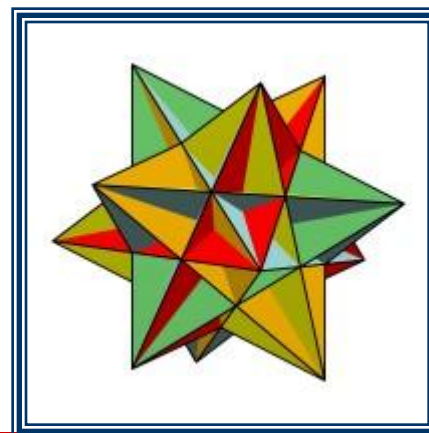
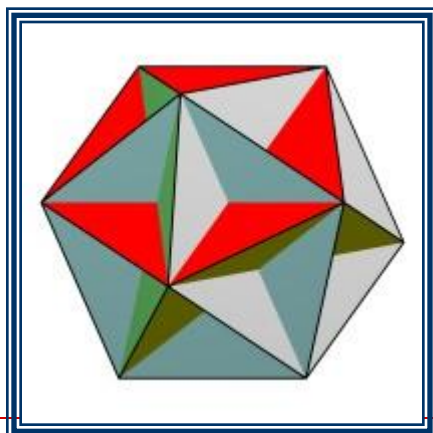
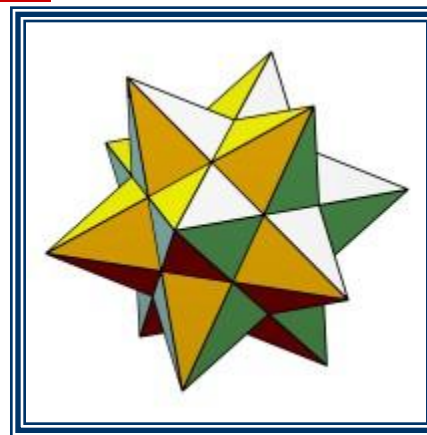
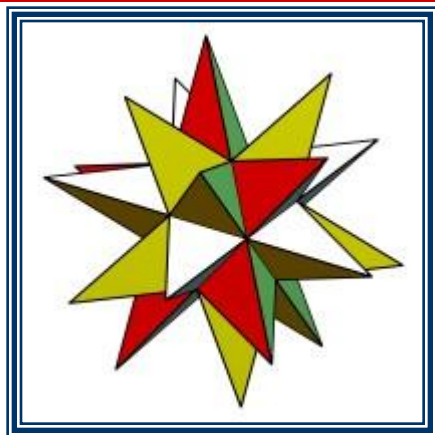
тела Архимеда



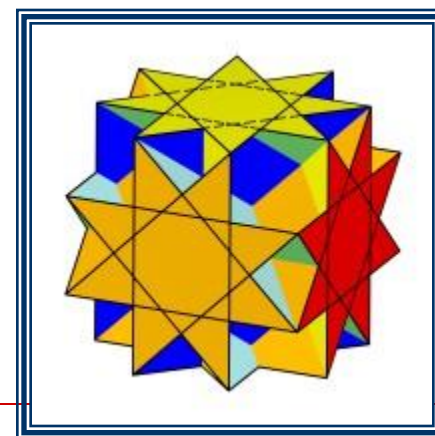
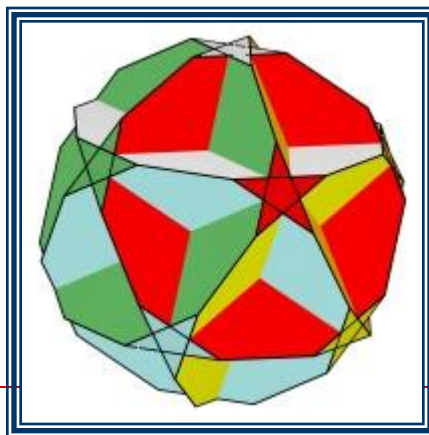
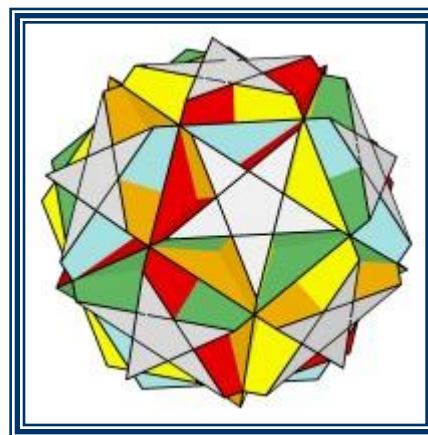
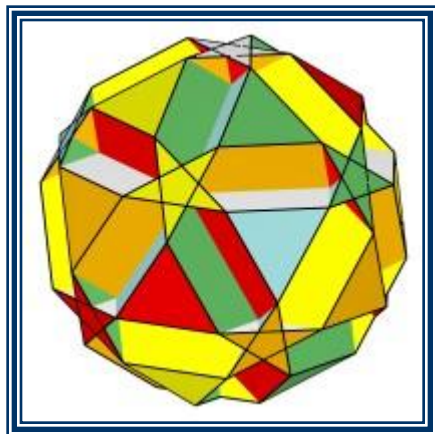
Выпуклые призмы и антипризмы



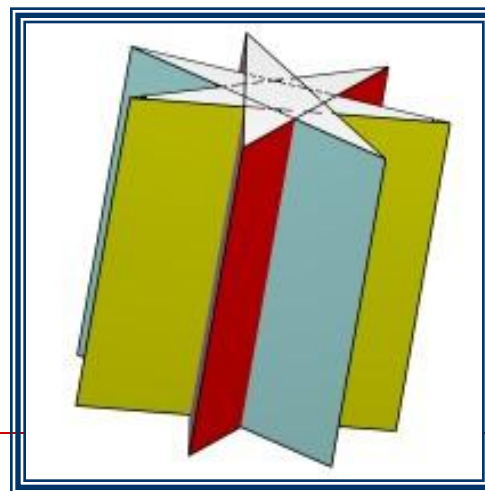
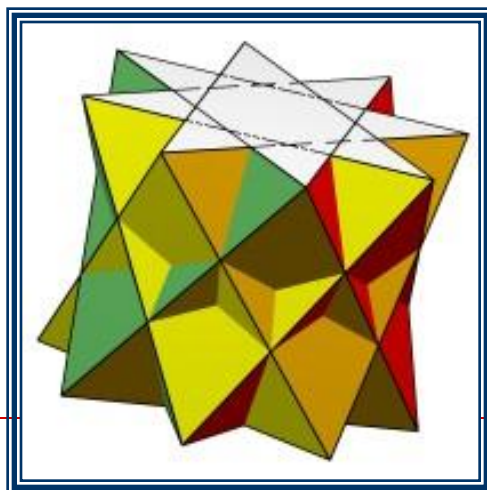
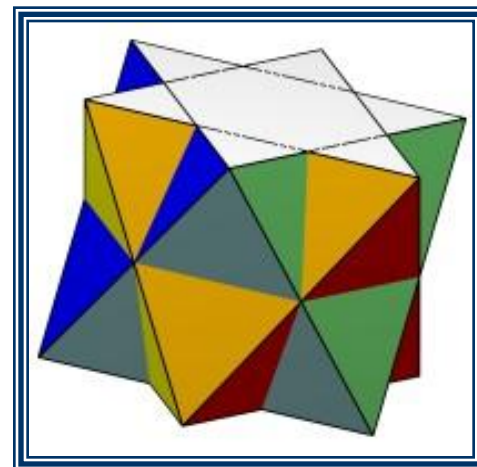
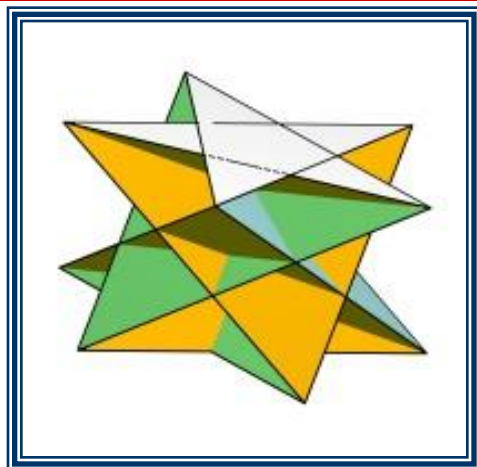
Тела Кеплера-Пуансо



Невыпуклые полуправильные однородные многогранники

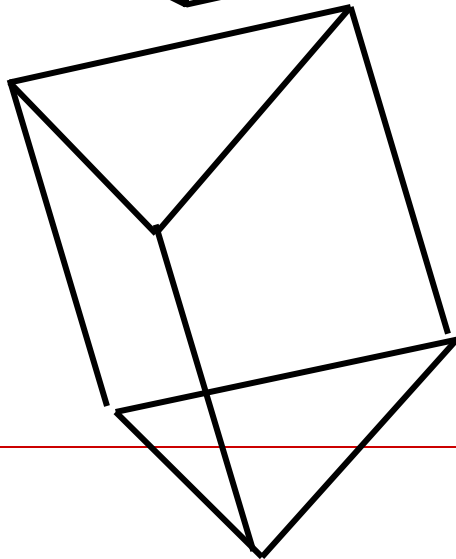
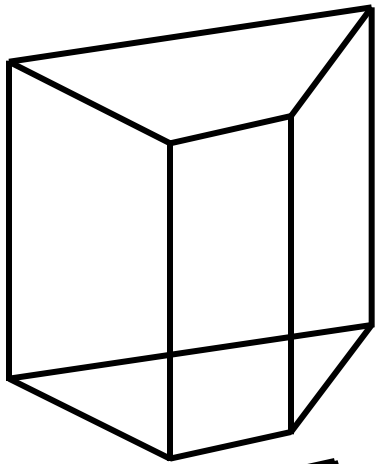


Невыпуклые призмы и антипризмы



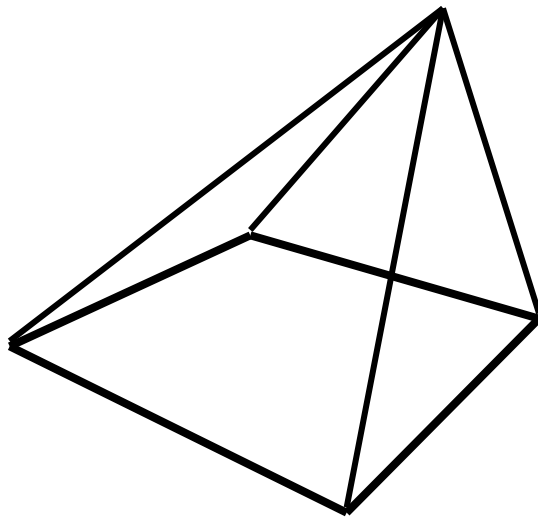
Призма. Пирамида.

Изображение призмы с данным многоугольником в основании:



- **провести из вершин многоугольника параллельные прямые**
 - **отложить на них равные отрезки**
 - **соединить их концы в той же последовательности, как и на заданном основании**
-

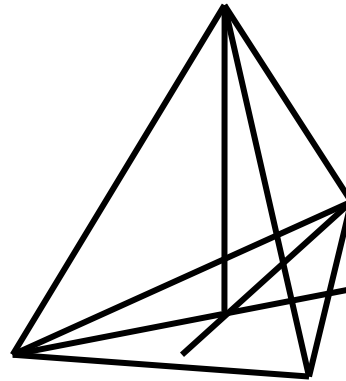
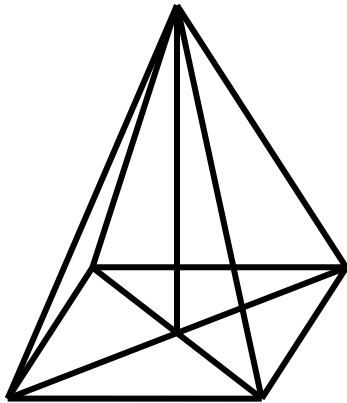
Изображение пирамиды:



**□ построить изображение
основания пирамиды**

**□ за изображение вершины
можно принять любую точку,
не принадлежащую сторонам
изображения основания**

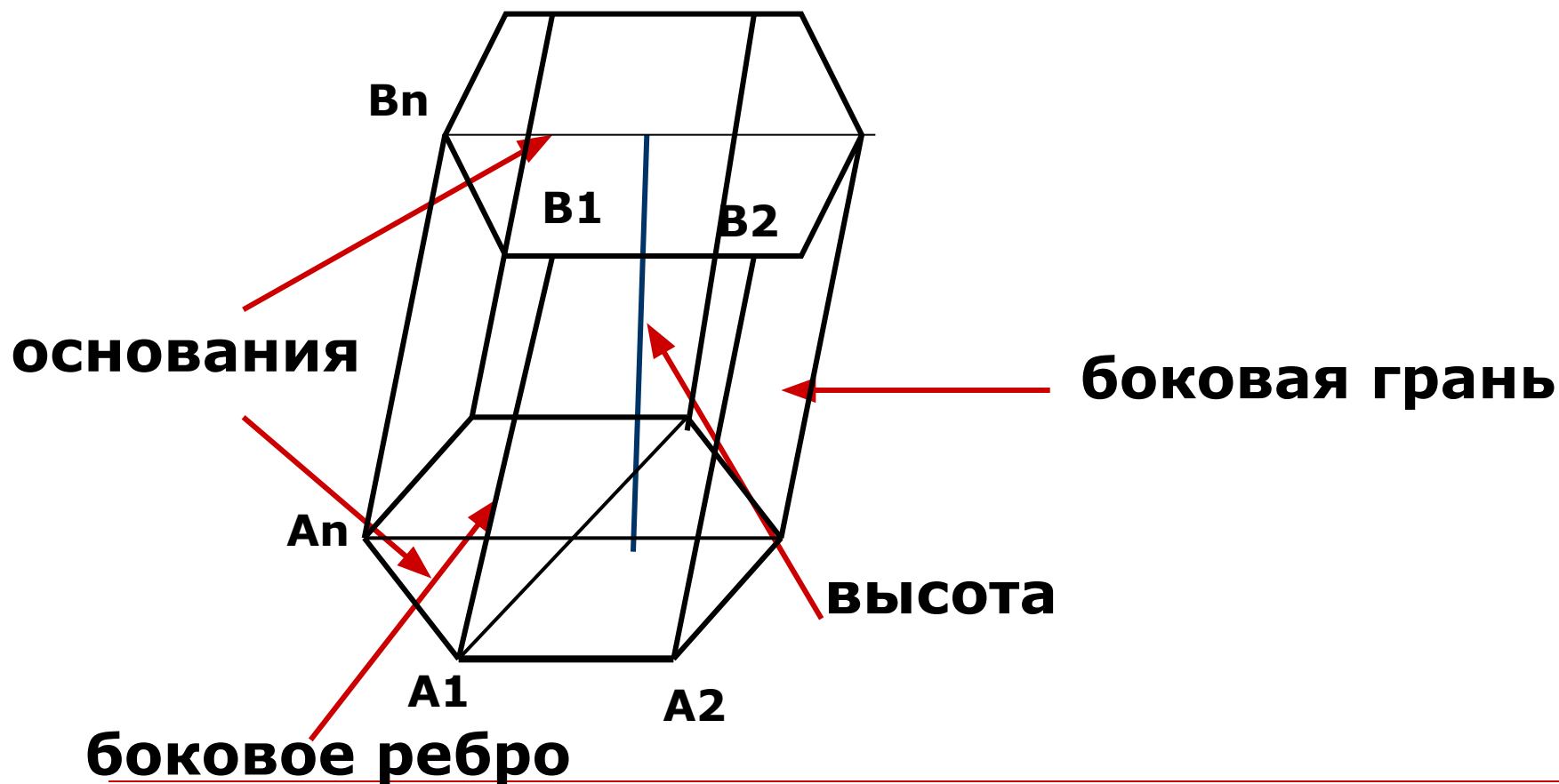
В случае правильной пирамиды



- высота изображается вертикальным отрезком
 - основание высоты является центром окружности, описанной около основания
-

призма

$A_1 A_2 \dots A_n B_1 B_2 \dots B_n$ –
n-угольная призма

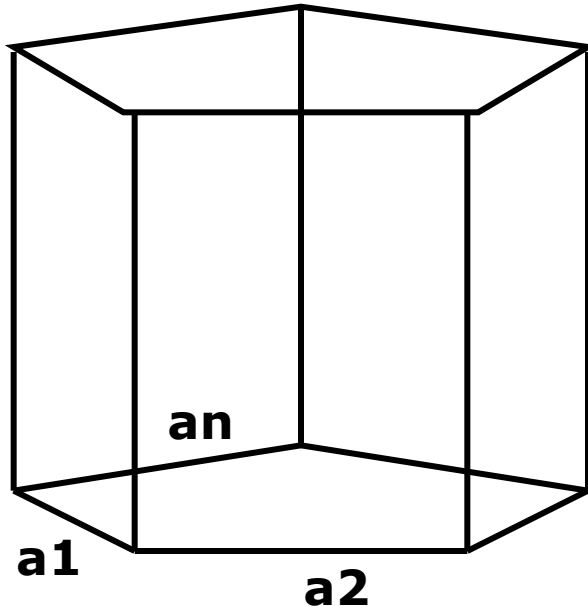


Площадь поверхности призмы

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней, а площадью боковой поверхности призмы – сумма площадей ее боковых граней

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

Теорема: площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту



Дано: прямая призма
 h – высота $a_1, a_2, \dots, a_n$ – стороны
основания P – периметр
основания

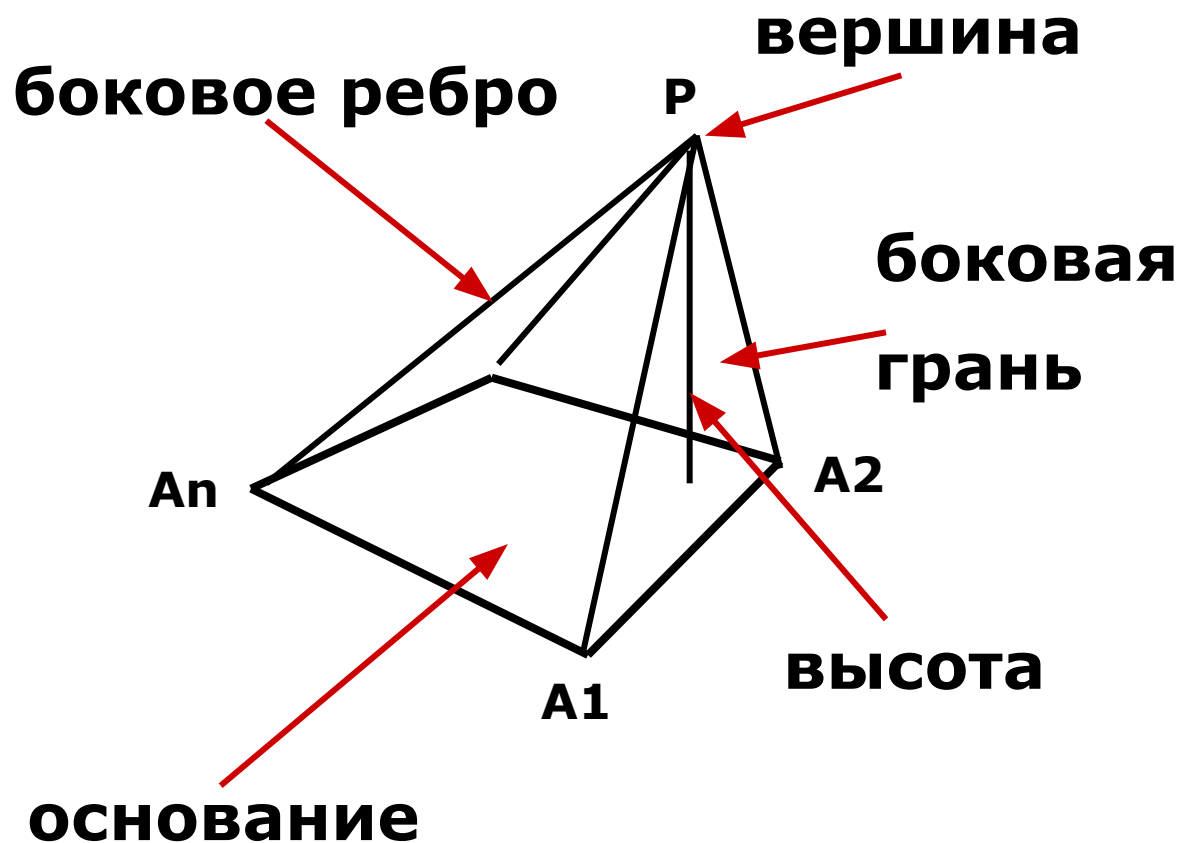
Доказать: $S_{\text{бок}} = P \cdot h$

Доказательство:

$$\begin{aligned} S_{\text{бок}} &= S_1 + S_2 + \dots + S_n = \\ &= a_1 \cdot h + a_2 \cdot h + \dots = a_n \cdot h = P \cdot h \end{aligned}$$

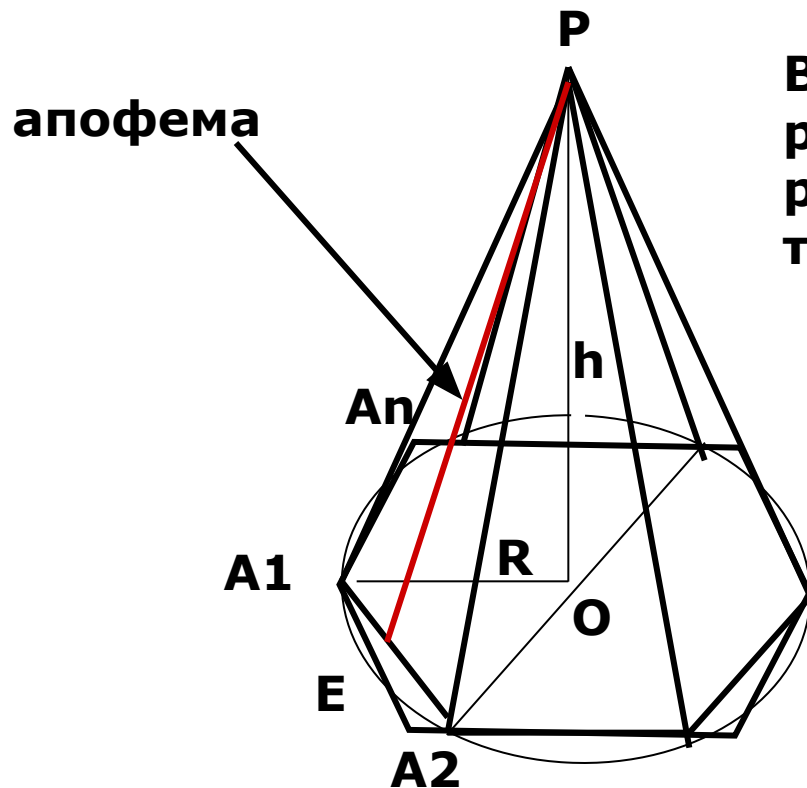
пирамида

$PA_1 A_2 \dots A_n$ –
n-угольная пирамида



$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Правильная пирамида

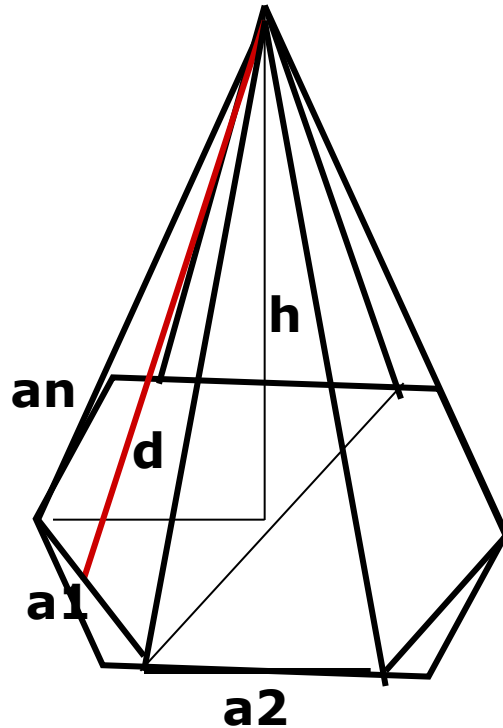


Все ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**

Теорема: площадь боковой поверхности
правильной пирамиды равна половине произведения
периметра основания апофему

Дано: правильная пирамида
 h – высота $a_1, a_2, \dots, a_n$ – стороны
основания P – периметр
основания d – апофема
Доказать: $S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot d$

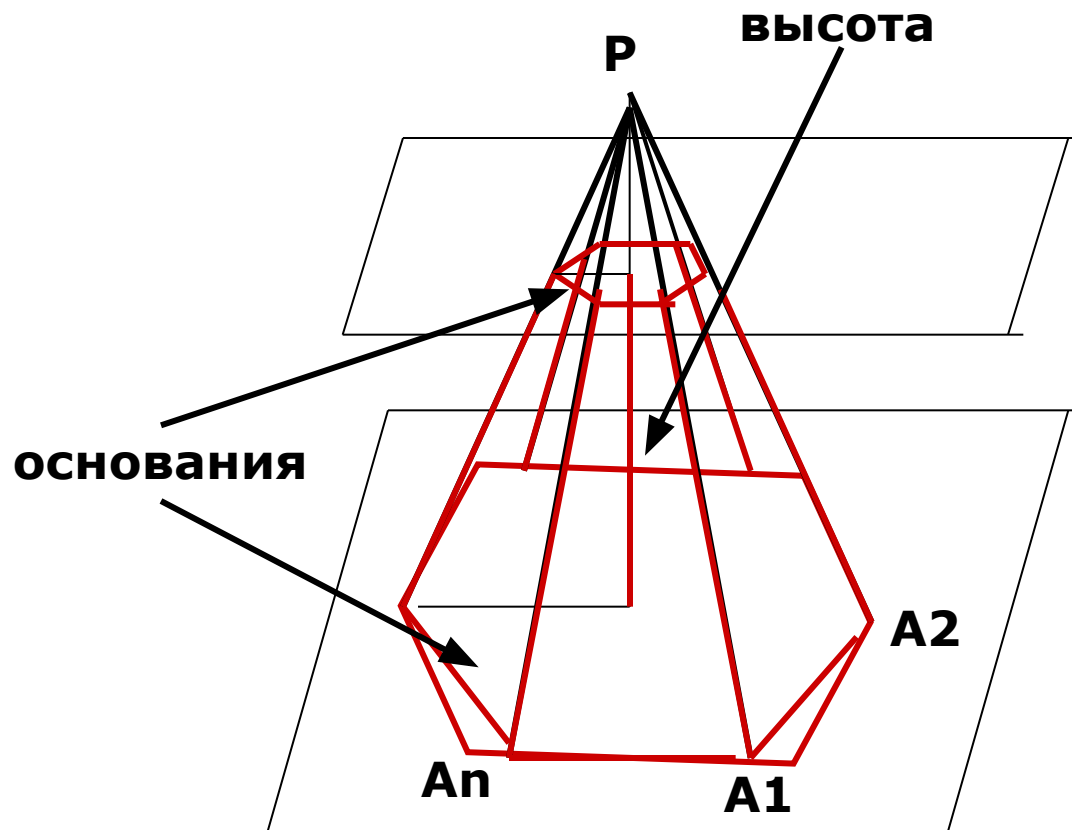


Доказательство:

$$S_{\text{бок}} = S_1 + S_2 + \dots + S_n =$$

$$= \frac{1}{2} a_1 \cdot d + \frac{1}{2} a_2 \cdot d + \dots + \frac{1}{2} a_n \cdot d =$$
$$= \frac{1}{2} P \cdot d$$

Усеченная пирамида



Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания называется **высотой**

Боковые грани усеченной пирамиды-трапеции

$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_1 * P_2 * d$
 $P_1; P_2$ -периметры оснований, d -апофема