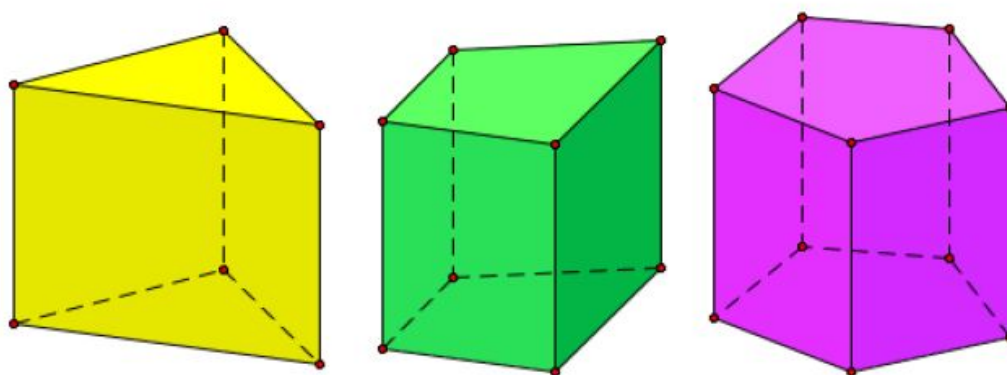


Тема: «Объём прямой призмы»

11 класс



$$V = S_{\text{осн}} h$$

h - высота

Цель урока:

- ▶ Формировать навыки доказательства формулы для вычисления объёма прямой призмы. Развивать внимательность сообразительность и трудолюбия, при решении задач. И развивать активность учащихся, в обсуждение поставленной задачи.

Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

Формула Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

$$S = p \cdot r$$

где

S - площадь треугольника

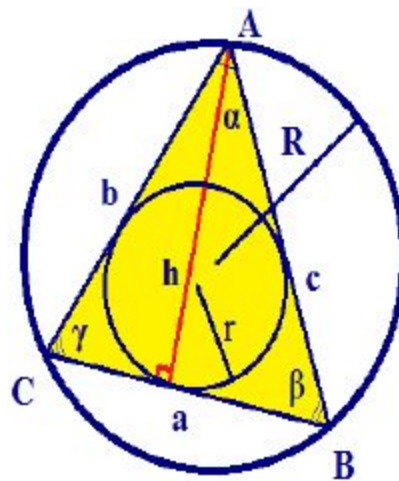
a, b, c - длины сторон треугольника

h - высота треугольника

γ - угол между сторонами a и b

r, R - радиус вписанной и описанной окружности

$p = \frac{a+b+c}{2}$ - полупериметр треугольника



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Площадь квадрата

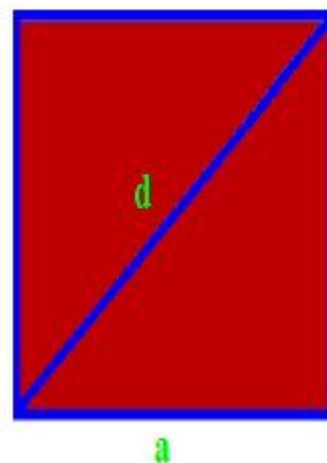
$$S = a^2 \quad S = \frac{1}{2} d^2$$

где

S - Площадь квадрата

a - длина стороны квадрата

d - длина диагонали квадрата



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

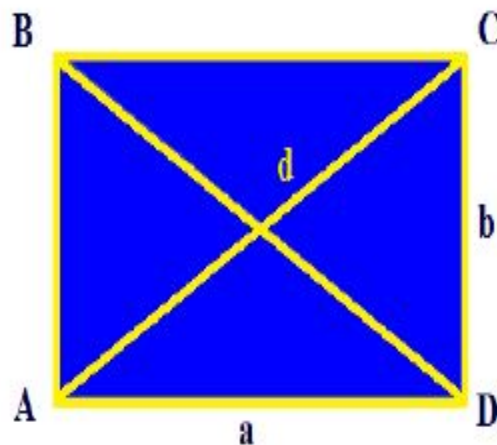
Площадь прямоугольника

$$S = a \cdot b$$

где

S - Площадь прямоугольника

a, b - длины сторон прямоугольника



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Площадь параллелограмма

$$S = a \cdot h \quad S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

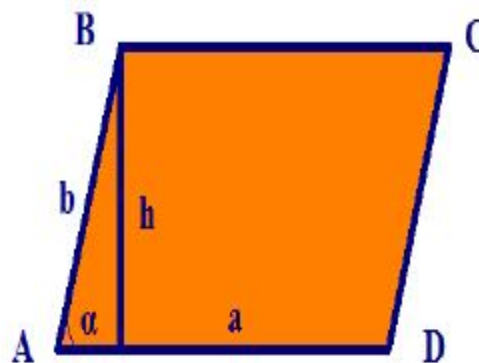
где

S - Площадь параллелограмма

a, b - длины сторон параллелограмма

h - высота параллелограмма

α - угол между сторонами параллелограмма



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Площадь ромба

$$S = a \cdot h \quad S = a^2 \cdot \sin \alpha \quad S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

где

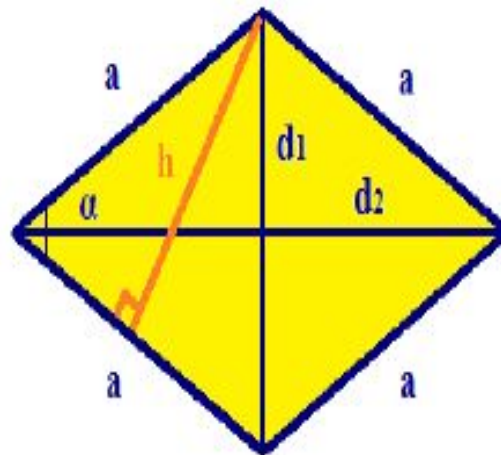
S - Площадь ромба

a - длина стороны ромба

h - высота ромба

α - угол между сторонами ромба

d_1, d_2 - длины диагоналей



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{4|a-b|} \sqrt{(p-a)(p-b)(p-a-c)(p-a-d)}$$

$$S = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h$$

где

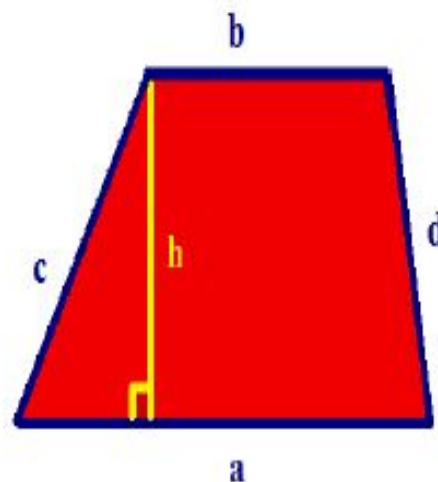
S - Площадь трапеции

h - высота трапеции

a, b - длины оснований трапеции

c, d - длины боковых сторон трапеции

$p = \frac{a+b+c+d}{2}$ - полупериметр трапеции

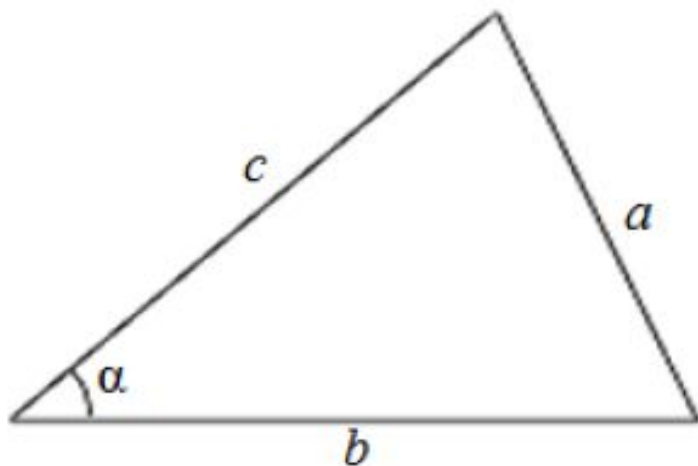


Актуализация опорных знаний

Теоретический блок Формулы

Теорема косинусов

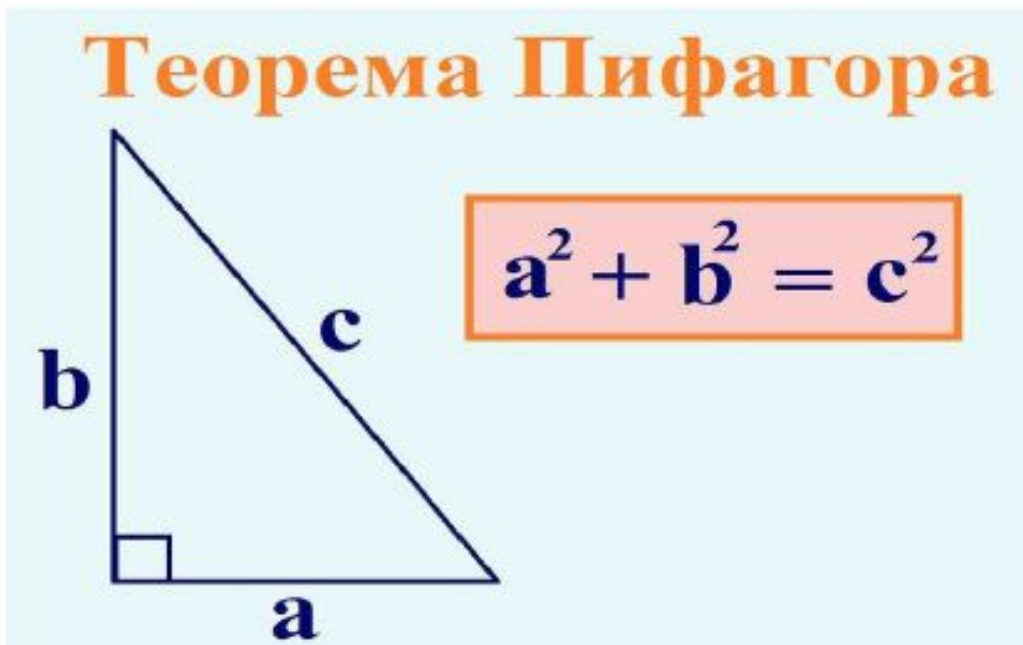
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$



Актуализация опорных знаний

Теоретический блок

Формулы



Актуализация опорных знаний

Практический блок

Работа в парах. Найти площадь.

- ▶ **Задача 1**
- ▶ Найти площадь треугольника, если две его стороны равны по 8 сантиметров и третья 7 сантиметров, а угол между ними равен 30 градусов.
- ▶ **Задача 2**
- ▶ Найти площадь треугольника, если его стороны равны 13 см., 14 см., 15 см.
- ▶ **Задача 3**
- ▶ Найти площадь ромба, если его диагонали равны 12 см. и 14 см.
- ▶ **Задача 4**
- ▶ Найти площадь трапеции, если ее основания равны 8 см. и 15 см. А высота равна 6 см.

Актуализация опорных знаний

Практический блок

Решение задач

Задача 1

Решение:

$$S = \frac{1}{2} * 7 * 8 * \sin 30^{\circ} = 14$$

Ответ: 14 см².

Задача 2

Решение: По формуле Герона

$$\begin{aligned} p &= \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21; \\ S &= \sqrt{21(21 - 13)(21 - 14)(21 - 15)} = \\ &= \sqrt{21 * 8 * 7 * 6} = 7 * 3 * 4 = 84; \end{aligned}$$

Ответ: 84 см².

Актуализация опорных знаний

Практический блок

Решение задач

Задача 3

Решение:

$$S = \frac{1}{2} * 12 * 14 = 84;$$

Ответ: 84 см².

Задача 4

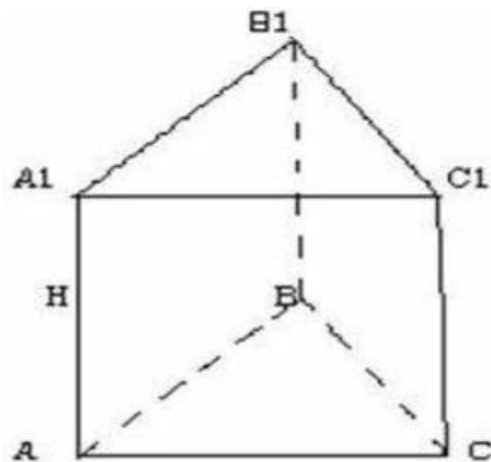
Решение:

$$S = \frac{8 + 15}{2} * 6 = 23 * 3 = 69;$$

Ответ: 69 см².

Изучение нового материала

- ▶ Призма называется прямой, если боковое ребро перпендикулярно основанию. Боковое ребро называется высотой призмы.
- ▶ Новый материал находится в учебнике на стр. 162 пункт 76.
- ▶ Формула $V = S_{\text{осн.}} * H$.
- ▶ Решение задач
- ▶ по готовым чертежам.



Изучение нового материала

Задача 1

Дано $ABCA_1B_1C_1$ - прямая призма. $AA_1 = 8$ см. угол $BAC = 30^\circ$
 $AB = 8$ см. $AC = 7$ см.

Решение:

$$V = S_{\text{осн.}} * H = \frac{1}{2} * 8 * 7 * \sin 30^\circ = 14 * 8 = 112$$

Ответ: 112 см^3 .

Задача 2

Дано $ABCA_1B_1C_1$ - прямая призма. $AA_1 = 10$ см. $AB = 13$ см.
 $AC = 14$ см. $BC = 15$ см.

Решение:

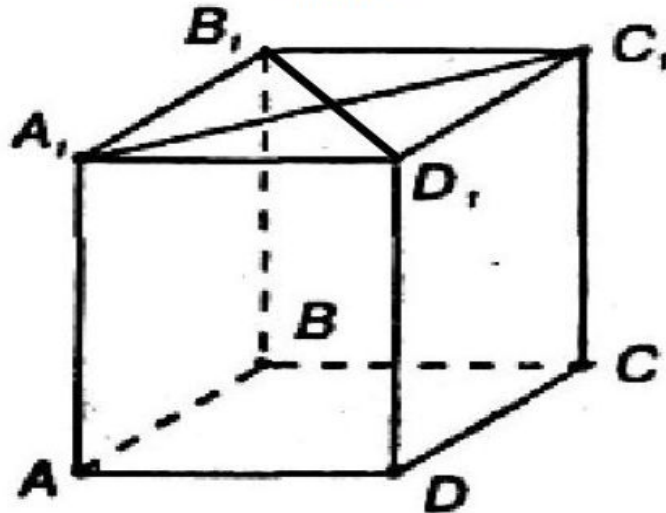
$$V = S_{\text{осн.}} * H = 84 * 10 = 840$$

$S_{\text{осн.}}$ – по формуле Герона.

Ответ: 840 см^3 .

Изучение нового материала

Задача 3



Дано $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямая призма. $AA_1 = 5$ см.; $A_1 C_1 = 14$ см.;
 $B_1 D_1 = 12$ см.

$A_1 B_1 C_1 D_1$ - Ромб.

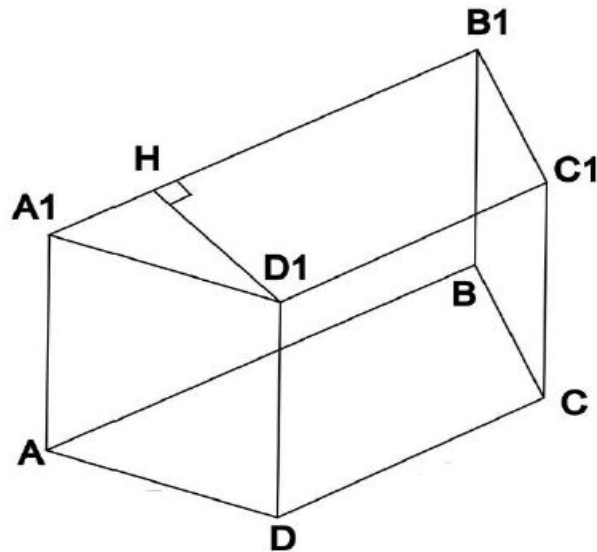
Решение:

$$V = S_{\text{осн.}} * H = \frac{1}{2} * 14 * 12 * 5 = 420$$

Ответ: 420 см^3 .

Изучение нового материала

Задача 4



Дано $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямая призма. $AA_1 = 8$ см. $A_1 B_1 = 15$ см.
 $C_1 D_1 = 8$ см. $D_1 H = 6$ см.

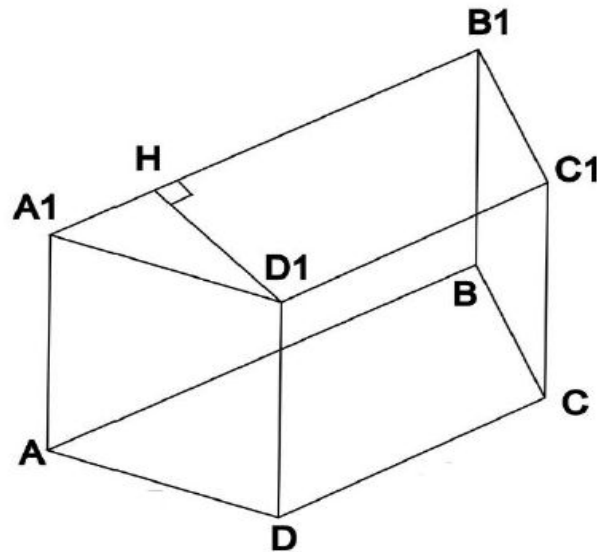
Решение:

$$V = S_{\text{осн.}} * H = \frac{8 + 15}{2} * 6 * 8 = 69 * 8 = 552$$

Ответ: 552 см^3 .

Изучение нового материала

Задача 4



Дано $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямая призма. $AA_1 = 8$ см. $A_1 B_1 = 15$ см.
 $C_1 D_1 = 8$ см. $D_1 H = 6$ см.

Решение:

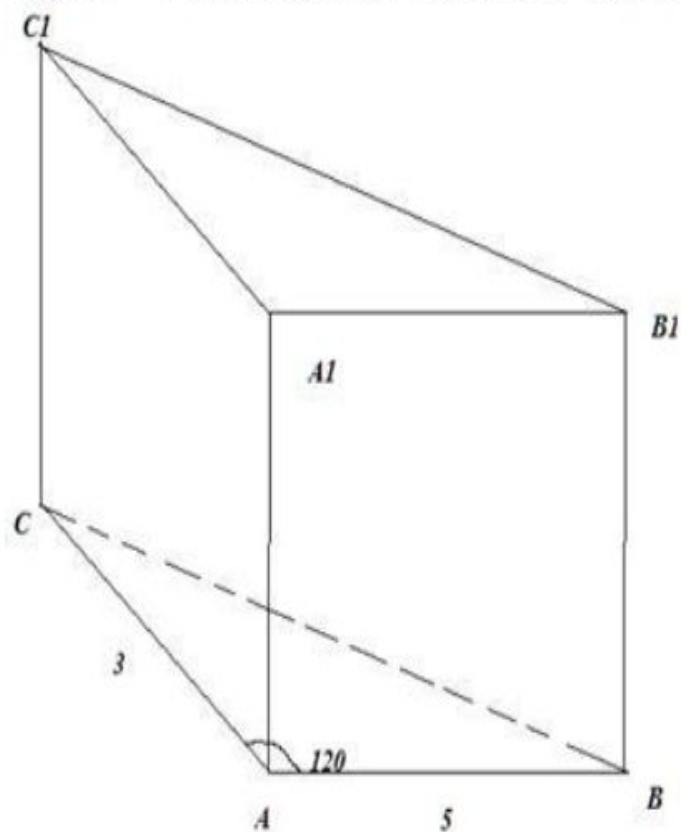
$$V = S_{\text{осн.}} * H = \frac{8 + 15}{2} * 6 * 8 = 69 * 8 = 552$$

Ответ: 552 см^3 .

Закрепление материала

Упражнение №659(А)

Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ если: угол $BAC = 120^\circ$, $AB = 5$ см, $AC = 3$ см и наибольшая из площадей боковых граней $S_{\text{бп}} = 35$ см².



Закрепление материала

Упражнение №659(А)

Решение: так как все боковые грани – прямоугольники с одинаковой высотой, наибольшая площадь будет там, где наибольшая длина ребра призмы у основания: треугольника ABC.

Наибольшая сторона треугольника лежит напротив наибольшего угла –

$\angle BAC = 120^\circ$. Значит, $S_{BAC} = 35 \text{ см}^2$. Рассмотрим треугольник ABC. По теореме косинусов:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 120^\circ = \\ &= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 9 + 25 + 15 \cdot 2 \cdot 0,5 = 49. \end{aligned}$$

$$BC = 7 \text{ см.}$$

$$S_{CC_1B_1B} = CC_1 \cdot BC = CC_1 \cdot 7 = 35$$

$$CC_1 = 5 = h.$$

Зная высоту призмы, найдем ее объем. Площадь основания будет равна половине произведения двух сторон на синус угла между ними.

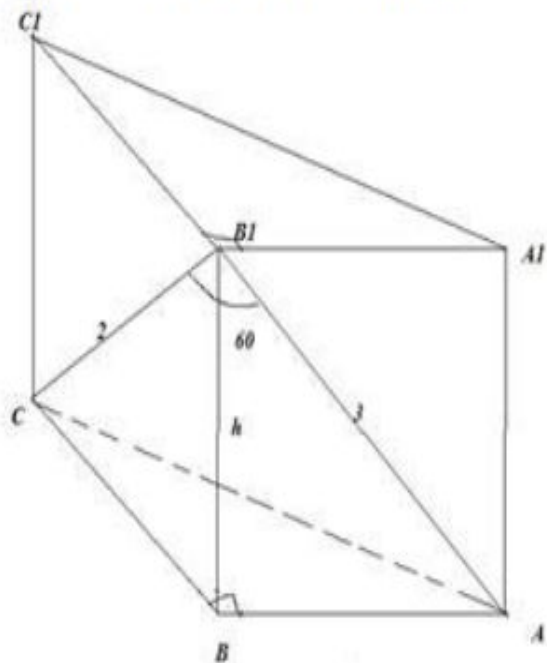
$$V = S_{\alpha_n} \cdot h = 0,5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ \cdot 5 = \frac{75\sqrt{3}}{4} (\text{см}^3).$$

Ответ: $\frac{75\sqrt{3}}{4} \text{ см}^3$.

Закрепление материала

Упражнение №659(Б)

Найдите объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если: угол $AB_1C = 60^\circ$, $AB_1 = 3$ см, $CB_1 = 2$ см и $\angle A_1B_1C_1$ – прямой.



Закрепление материала

Упражнение №659(Б)

Решение:

Рассмотрим $\triangle AB_1C$. По теореме косинусов:

$$\begin{aligned} AC^2 &= 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = \\ &= 4 + 9 - 6 = 7. \end{aligned}$$

Пусть $BB_1 = h$, тогда $BC^2 = 4 - h^2$; $AB^2 = 9 - h^2$. Запишем теорему Пифагора для треугольника ABC:

$$AC^2 = BC^2 + AB^2 = 13 - 2h^2 = 7$$

$$2h^2 = 6$$

$$h = \sqrt{3}$$

Зная высоту h , найдем стороны треугольника ABC, которые мы выразили в пункте 3: $BC = 1$; $AB = \sqrt{6}$. Мы нашли высоту призмы и стороны треугольника в основании. Найдем объем призмы:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h = 1 / 2 \cdot BC \cdot AB \cdot h =$$

$$= 1 / 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{2}}{2} (\text{см}^3).$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ см}^3.$

Подведение итогов урока

- ▶ Отработали навыки нахождения объёма прямой призмы, по формуле. Научились решать соответствующие задачи.

Домашнее задание

- ▶ Пункт 76 стр. 164 №660.

Рефлексия

1. Сегодня я узнал...
2. Было интересно...
3. Было трудно...
4. Я выполнял задания...
5. Я понял, что...
6. Теперь я могу...
7. Я почувствовал, что...
8. Я приобрел...
9. Я научился...
10. У меня получилось...
11. Я смог...
12. Я попробую...
13. Меня удивило...
14. Урок дал мне для жизни...

Спасибо за внимание!

