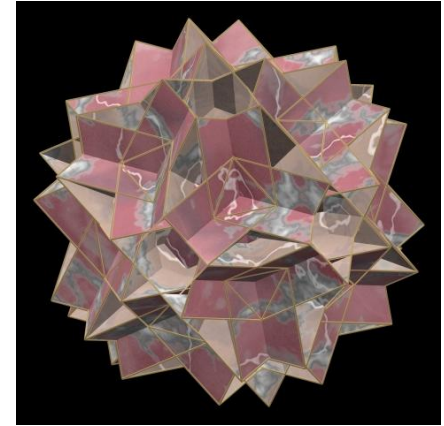
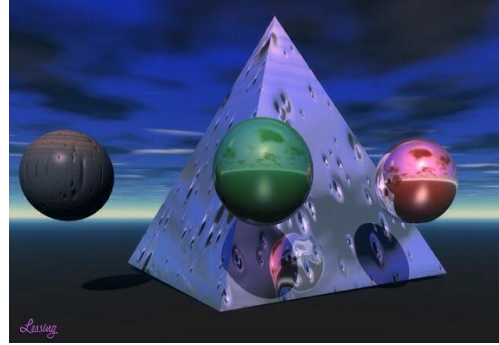


ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

УРОК-ПАНОРАМА
10 КЛАСС

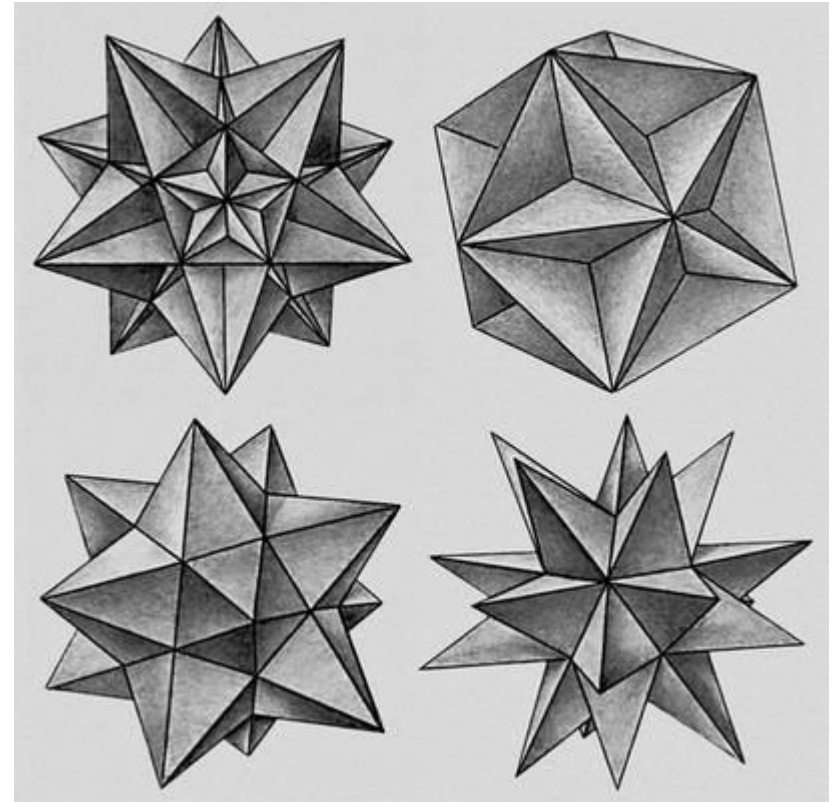


МИР МНОГОГРАННИКОВ

ВЫПОЛНИЛА ПАВЛОВА АЛЕКСАНДРА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МНОГОГРАННИКА

Многогранник – это часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединённых таким образом, что каждая сторона любого многогранника является стороной ровно одного многоугольника.



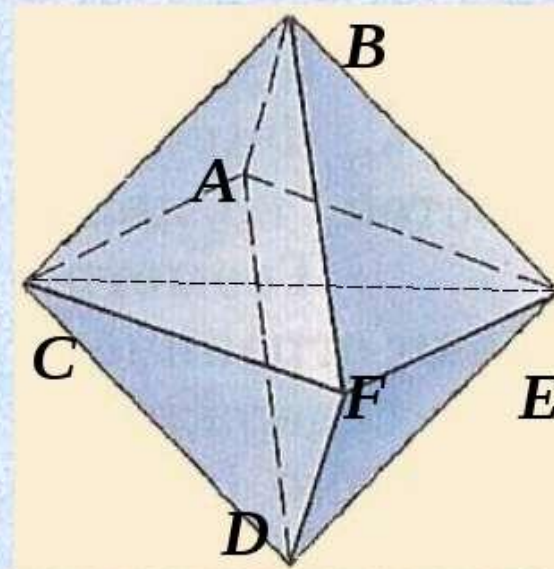
Элементы многогранника

Грани – многоугольники, из которых составлен многогранник (BFE)

Ребра – стороны граней ($AB; CD$)

Вершины – концы ребер ($A; B; C$)

Диагональ – отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани (BD)



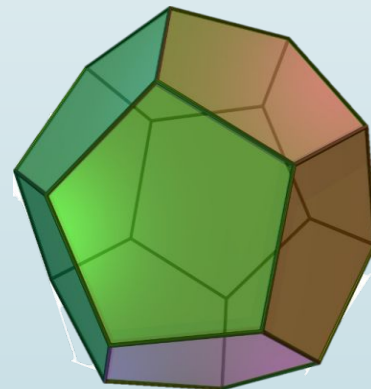
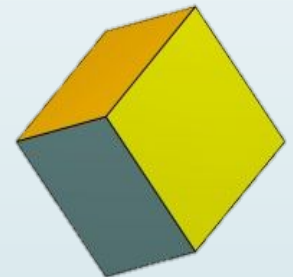
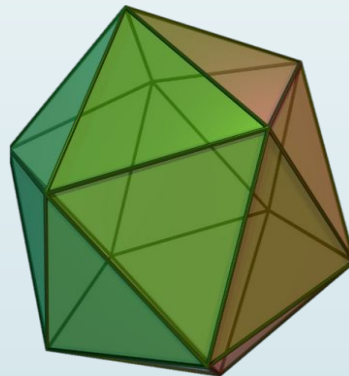
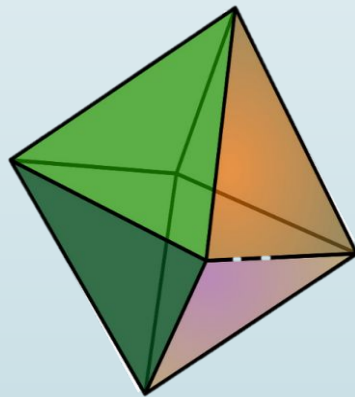
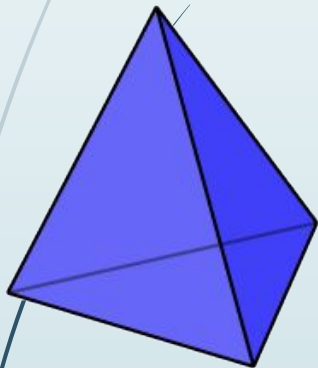


Правильные многогранники

Вещунова Дарья 10 «б»

Определение

- Выпуклый многогранник называется **правильным**, если его гранями являются равные правильные многоугольники, и в каждой вершине сходится одинаковое число граней



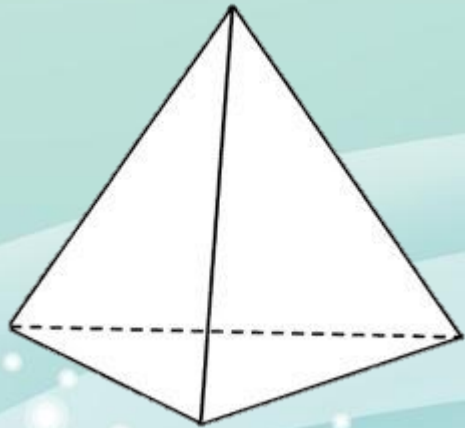
Почему существуют только 5 правильных многогранников

Работу выполнил: Борисов Евгений

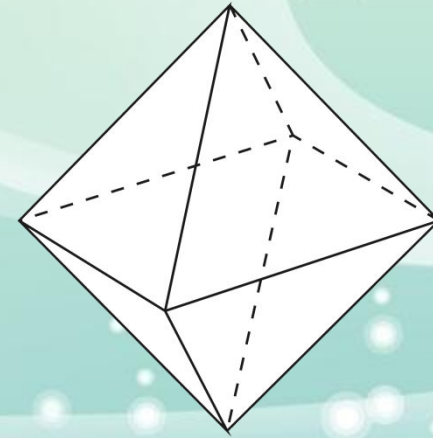
Названия правильных многогранников пришли из Греции. В дословном переводе с греческого «тетраэдр», «октаэдр», «гексаэдр», «додекаэдр», «икосаэдр» означают: «четырёхгранник», «восьмигранник», «шестигранник», «двенадцатигранник», «двадцатигранник». Этим красивым телам посвящена 13-я книга «Начал» Евклида.

Доказательство того, что существует ровно пять правильных выпуклых многогранников, очень простое. Рассмотрим развертку вершины такого многогранника. Каждая вершина может принадлежать трем и более граням.

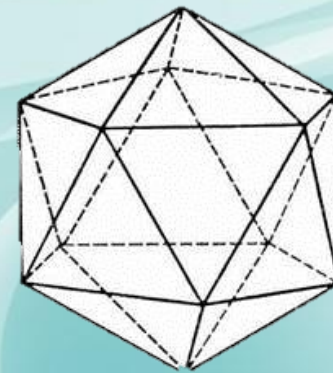
Сначала рассмотрим случай, когда грани многогранника - равносторонние треугольники. Поскольку внутренний угол равностороннего треугольника равен 60° , три таких угла дадут в развертке 180° . Если склеить развертку в многогранный угол, получится тетраэдр.



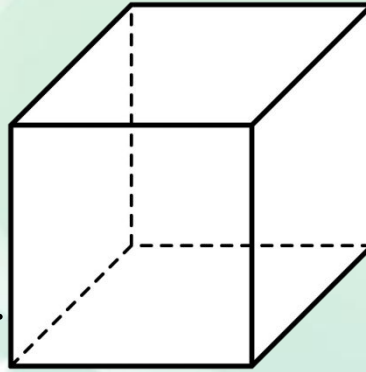
Если добавить к развертке вершины еще один треугольник, в сумме получится 240° . Это развертка вершины октаэдра.



Добавление пятого треугольника даст угол 300° - мы получаем развертку вершины икосаэдра.



Теперь перейдем к квадратным граням. Развертка из трех квадратных граней имеет угол $3 \times 90^\circ = 270^\circ$ - получается вершина куба, который также называют гексаэдром.



Добавление еще одного квадрата увеличит угол до 360° - этой развертке уже не соответствует никакой выпуклый многогранник.



Три пятиугольные грани дают угол развертки $3 \times 108^\circ = 324^\circ$ - вершина додекаэдра.

Если добавить еще один пятиугольник, получим больше 360° .

Для шестиугольников уже три грани дают угол развертки $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$, поэтому правильного выпуклого многогранника с шестиугольными гранями не существует.

Если же грань имеет еще больше углов, то развертка будет иметь еще больший угол. Значит, правильных выпуклых многогранников с гранями, имеющими шесть и более углов, не существует.

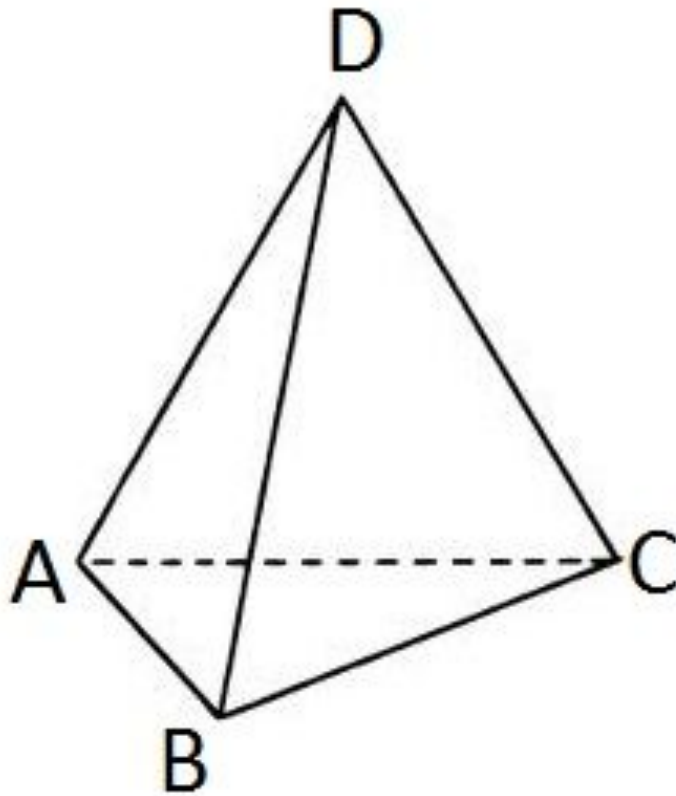
Таким образом, существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями.

ТЕТРАЭДР



**Работу выполнила
НЕЧАЕВА ТАТЬЯНА**

Понятие тетраэдра

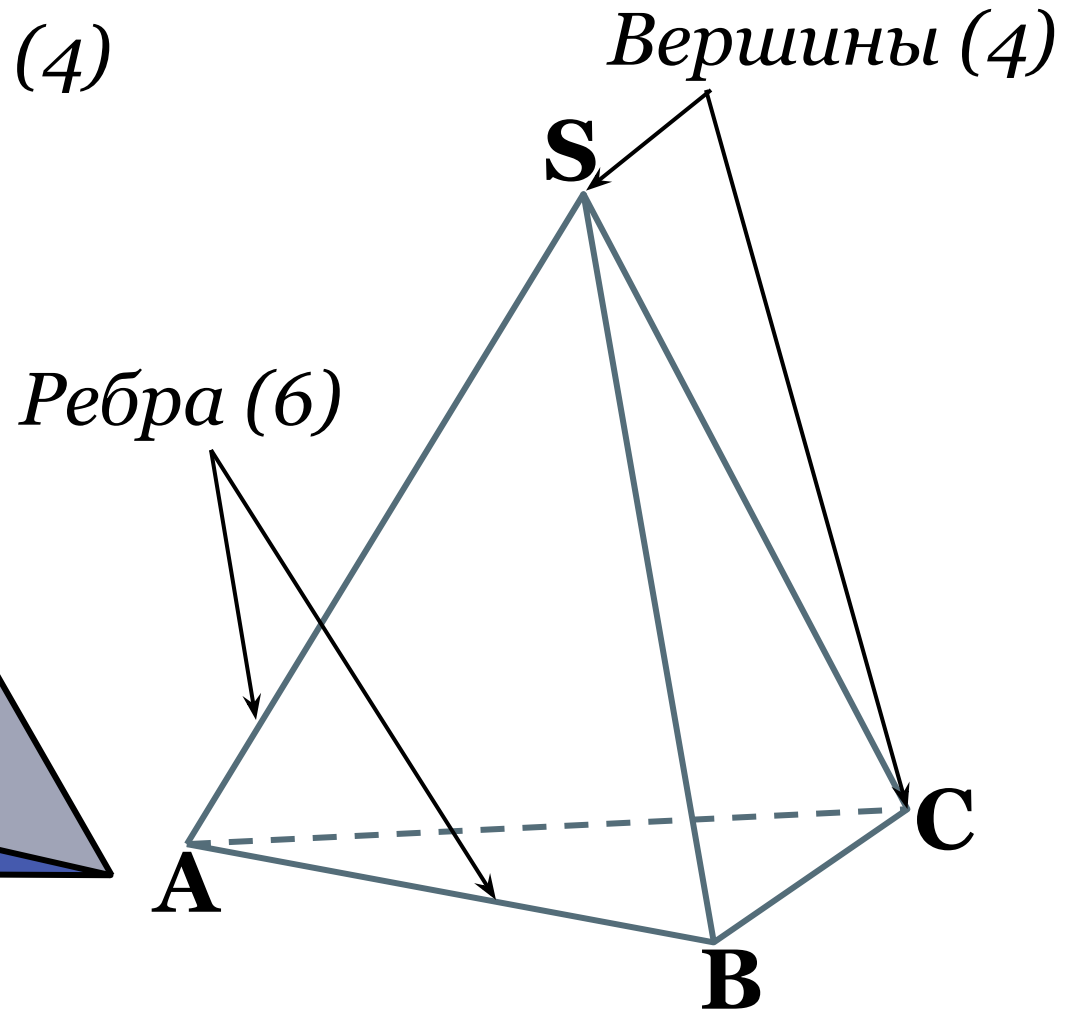
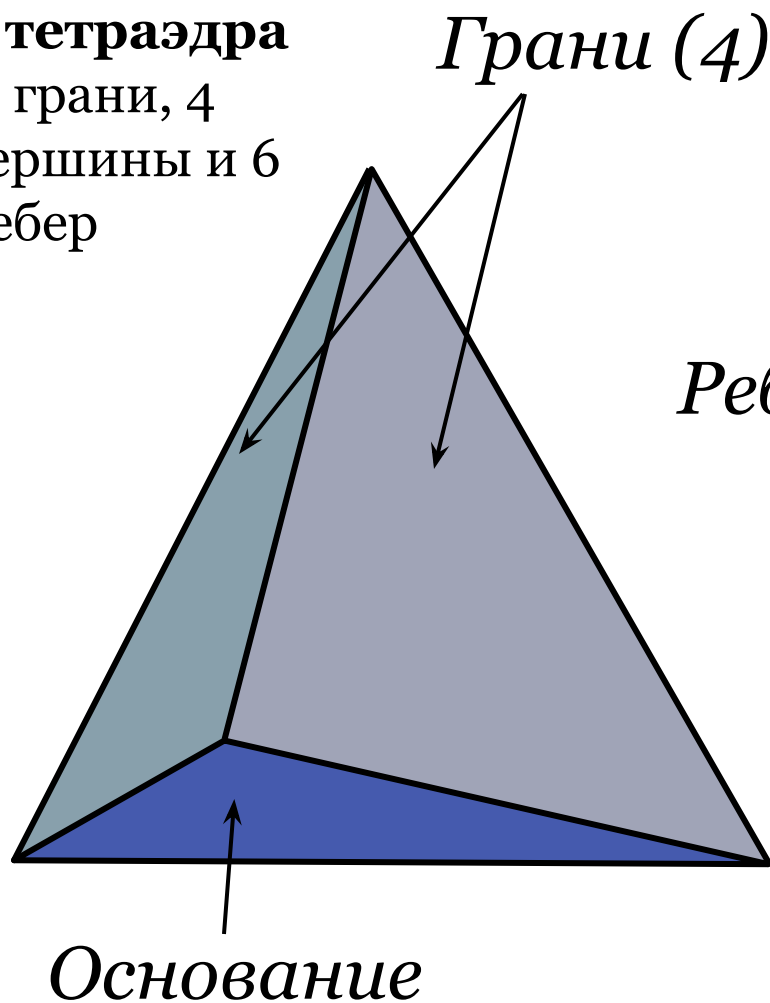


Древние греки дали многограннику имя по числу граней. «Тетра» означает четыре, «хедра» - означает грань (тетраэдр – четырехгранник)

Тетраэдр — простейший многогранник, гранями которого являются четыре треугольника.

Элементы тетраэдра

У тетраэдра
4 грани, 4
вершины и 6
ребер



Многогранник относится к правильным многогранникам и является одним из пяти платоновых тел.

Тетраэдр имеет следующие характеристики:
Тип грани – правильный треугольник;
Число сторон у грани – 3;
Общее число граней – 4;
Число рёбер примыкающих к вершине – 3;
Общее число вершин – 4;
Общее число рёбер – 6;
Каждое ребро принадлежит двум граням;
Все двугранные углы равны.

Правильный тетраэдр составлен из четырех равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трех треугольников.

Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180° .

Тетраэдр не имеет центра симметрии, но имеет 3 оси симметрии и 6 плоскостей симметрии.

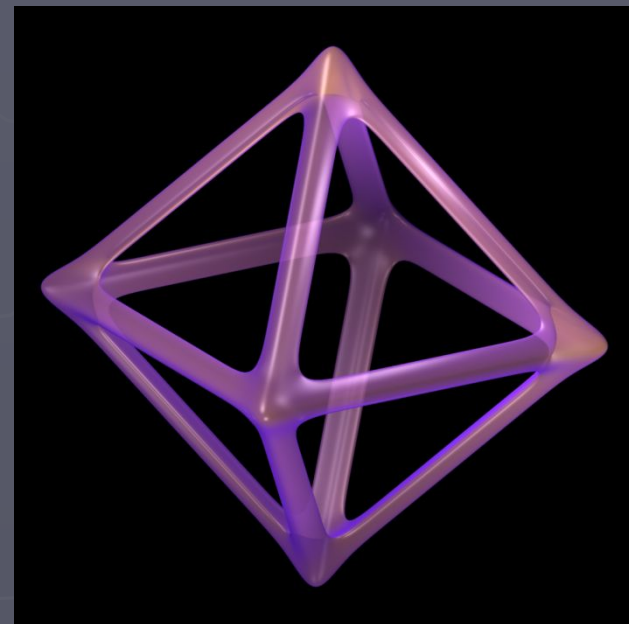
Где встречается тетраэдр?



Гигантский тетраэдр для Нового Орлеана

Разработанное для Нового Орлеана «здание-город» NOAH (New Orleans Arcology Habitat) возвышается на 365 метров, включает в себя 20000 квартир, суммарная жилая площадь которых равна 2 040 000 кв.м. Здание использует экологичное энергоснабжение — энергию ветра, воды и солнца. Кроме квартир в тетраэдре помещаются коммерческие организации, три отеля, культурные объекты, школа, больницы и казино. И, учитывая место, под которое создавался проект, его немаловажная особенность — способность держаться на плаву.

Правильный октаэдр

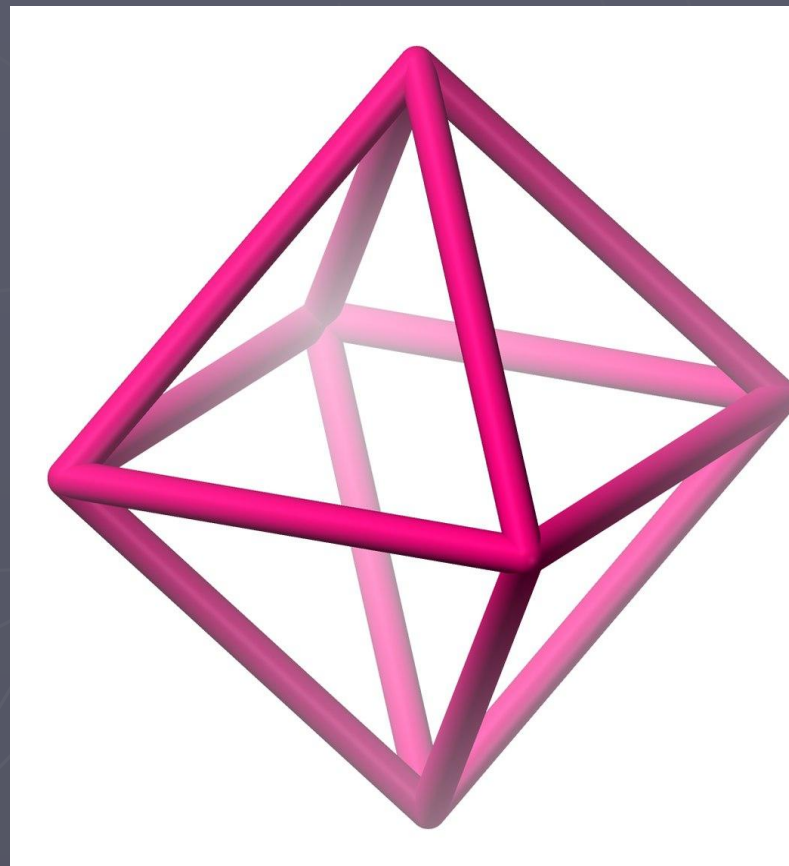


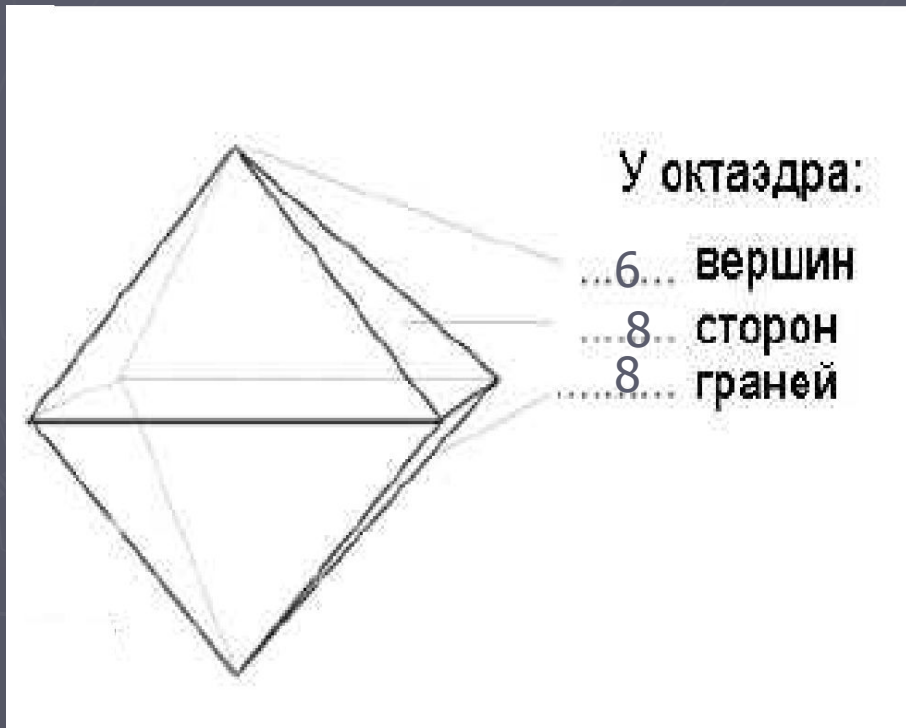
*Работу выполняла
Писарева Кристина
Ученица 10 «Б» класса*

► Древние греки дали многограннику имя по числу граней. «Окто» означает восемь, «хедра» - означает грань (октаэдр – восьмигранник). Многогранник относится к правильным многогранникам и является одним из пяти платоновых тел.

Правильный октаэдр составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырех треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 240° .

Октаэдр имеет центр симметрии - центр октаэдра, 9 осей симметрии и 9 плоскостей симметрии.





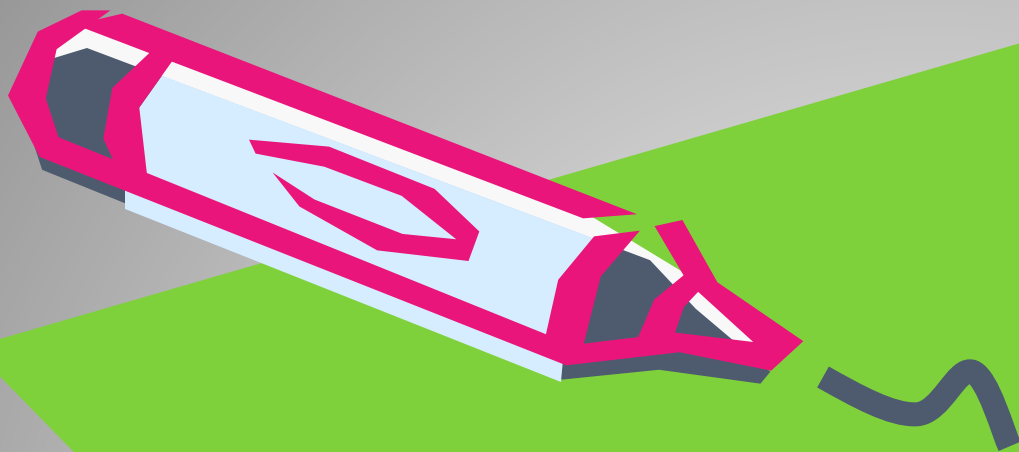
- ▶ Октаэдр имеет следующие характеристики:
 - Тип грани – правильный треугольник;
 - Число сторон у грани – 3;
 - Общее число граней – 8;
 - Число рёбер примыкающих к вершине – 4;
 - Общее число вершин – 6;
 - Общее число рёбер – 12;

Где встречаются в жизни

- ▶ Многие природные кубические кристаллы имеют форму октаэдра.

Это алмаз, хлорид натрия, флюорит, шпинель.





Гексаэдр Икосаэдр

Работу выполнили:
Разважная Анастасия и
Федотова Анастасия

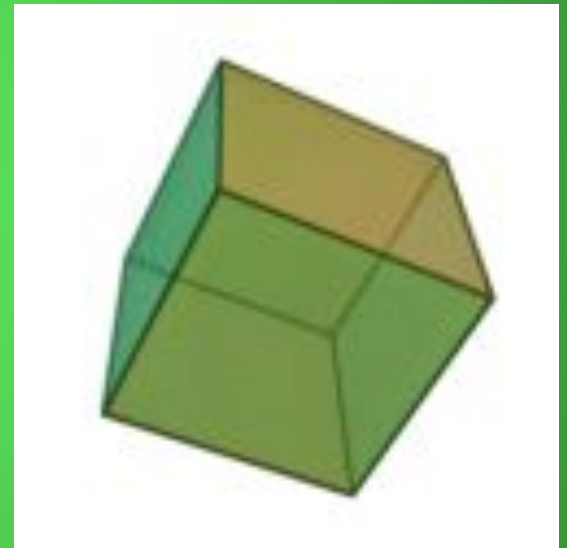


Гексаэдр (Куб)-

Это правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат.

Таким образом, куб имеет:

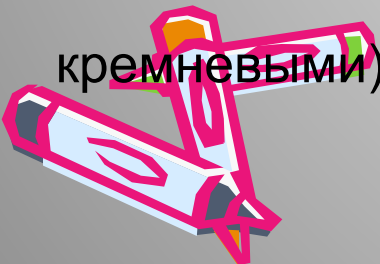
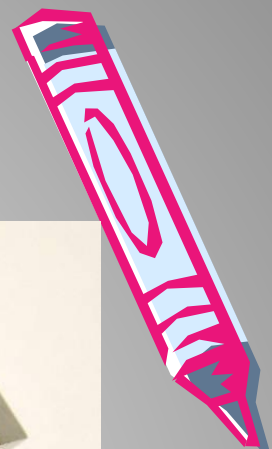
- 8 вершин
- 12 рёбер
- 6 граней
- 3 грани при вершине
- Сумма плоских углов при каждой вершине = 270°



Тела в виде куба (гексаэдра):

Кристаллы пирита

Пирит — это серный, или железный, колчедан. Название пирита — происходит от греческого слова «пир» — огонь. Древние греки называли его — огнеподобный — за огненно-желтый цвет и способность высекать искры при ударе твердыми (стальными, кремневыми) предметами.



Икосаэдр-

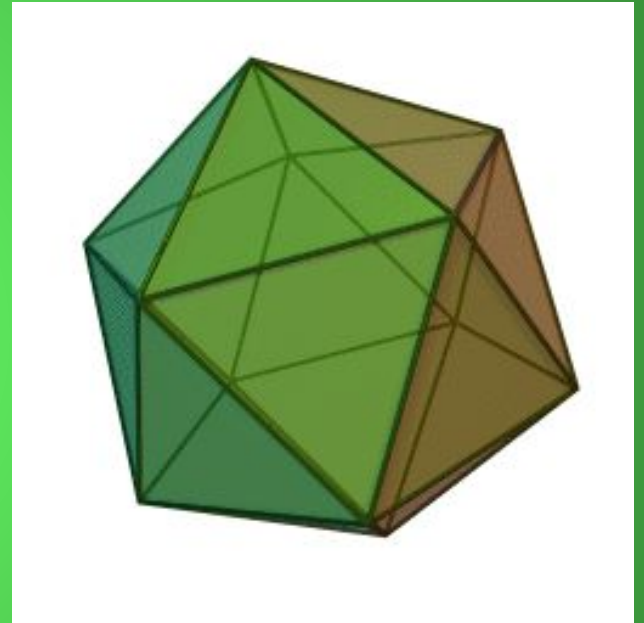
Это правильный выпуклый многогранник.

Икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников.

Каждая его вершина является вершиной пяти треугольников.

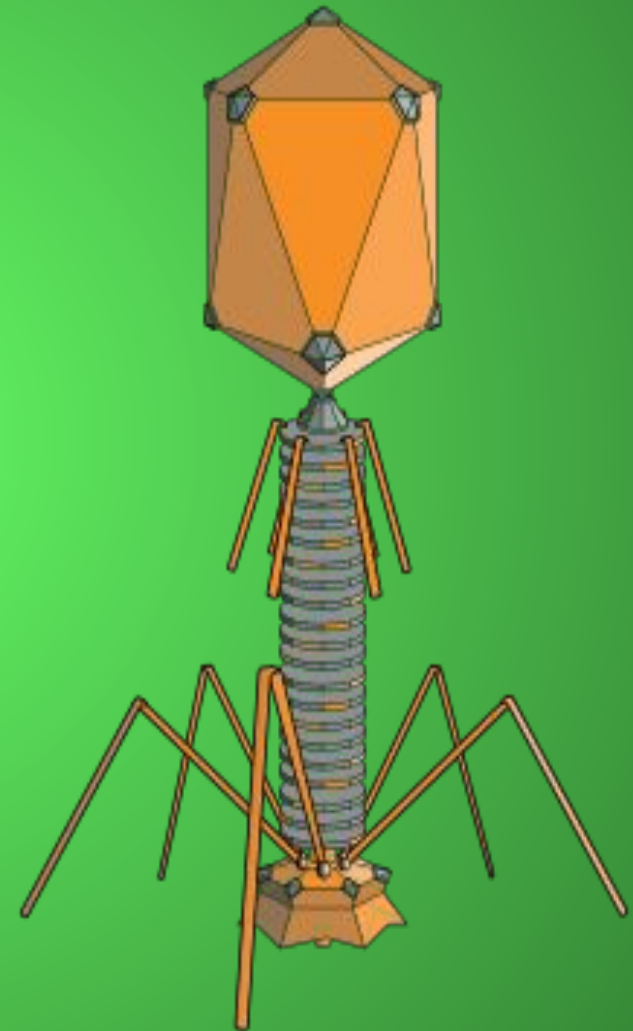
Икосаэдр имеет:

- 20 граней
- 12 вершин
- 30 ребер
- 5 граней при вершине



Тела в виде икосаэдра:

Бактериофа́ги или **фа́ги** — вирусы, избирательно поражающие бактериальные клетки. Чаще всего бактериофаги размножаются внутри бактерий и вызывают их лизис. Как правило, бактериофаг состоит из белковой оболочки и генетического материала одноцепочечной или двуцепочечной нуклеиновой кислоты



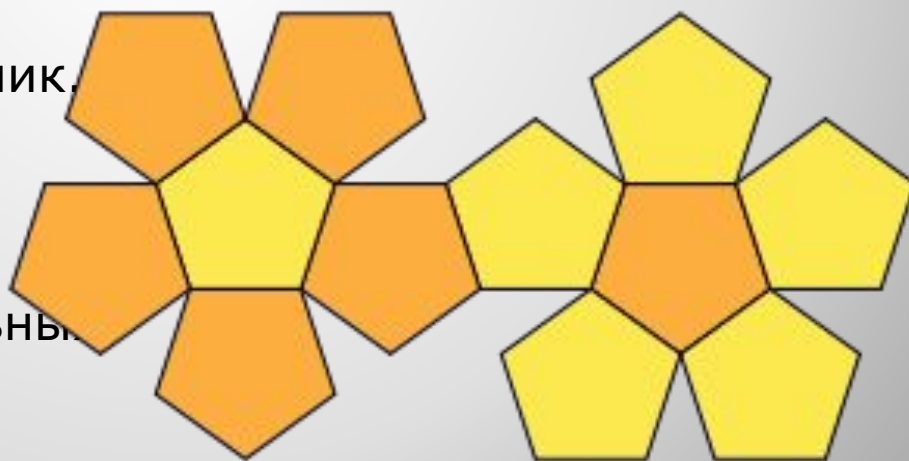
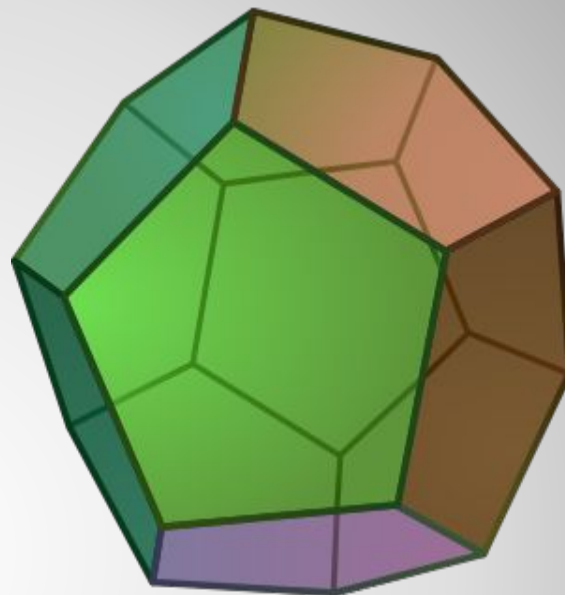
Додекаэдр

Подготовили
Плигускина Мария и
Галямова Анна

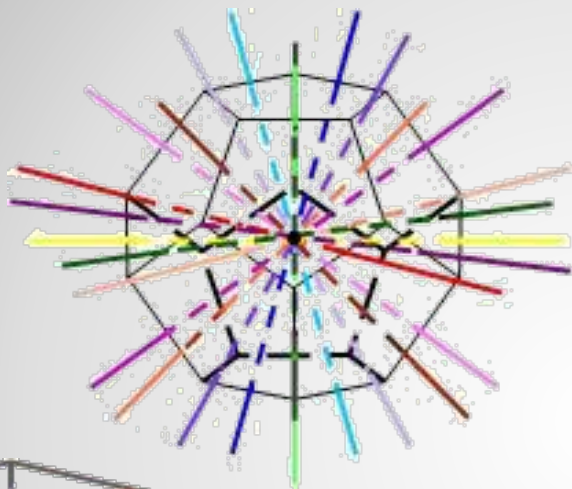
- **Додекаэдр** - правильный многогранник (платоново тело).

Элементы додекаэдра:

- 12 граней,
- 20 вершин,
- 30 ребер.
- Грань додекаэдра - правильный пятиугольник.
- Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.

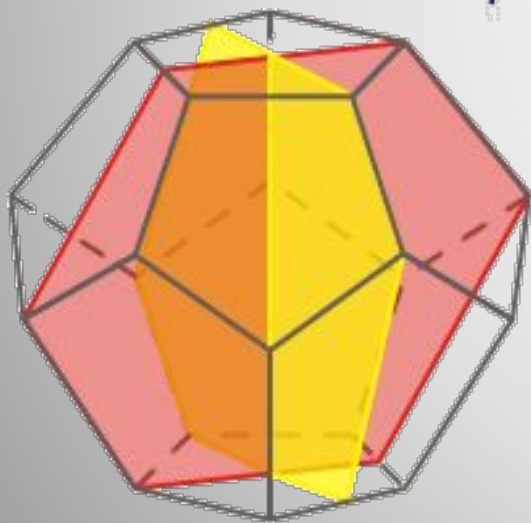


Элементы симметрии додекаэдра

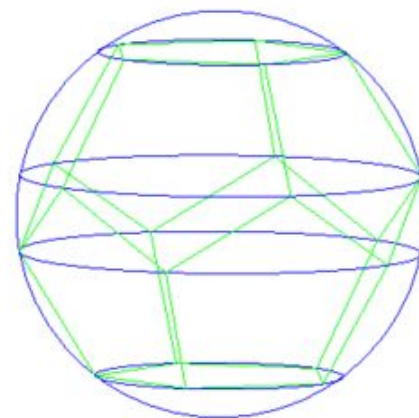
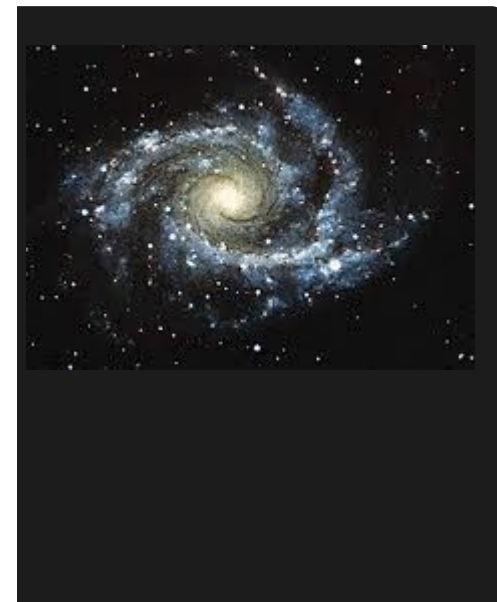
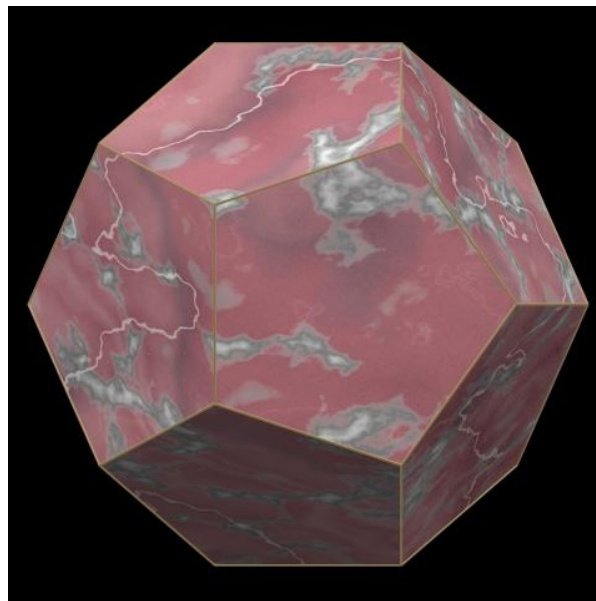
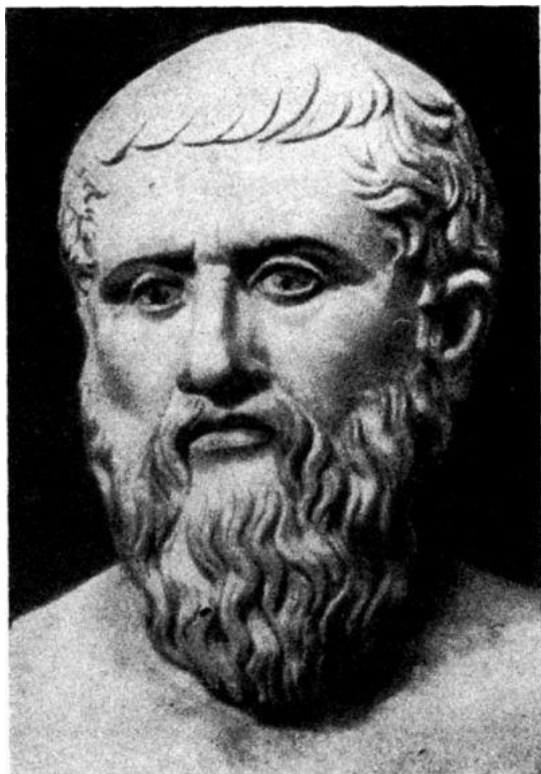


Додекаэдр имеет центр симметрии и 15 осей симметрии. Каждая из осей проходит через середины противоположащих параллельных ребер.

У додекаэдра 15 плоскостей симметрии. Каждая из плоскостей симметрии проходит в каждой грани через вершину и середину противоположащего ребра.



Платон сопоставлял с правильными многогранниками различные классические стихии. О додекаэдре Платон писал, что «...его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему в качестве образца»





ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

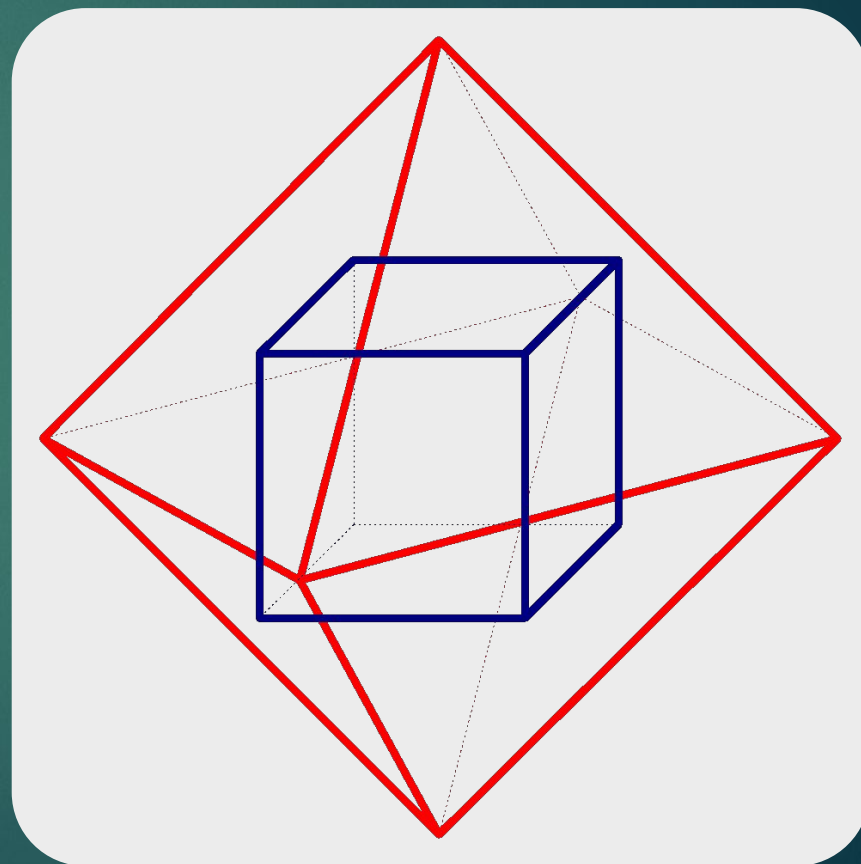
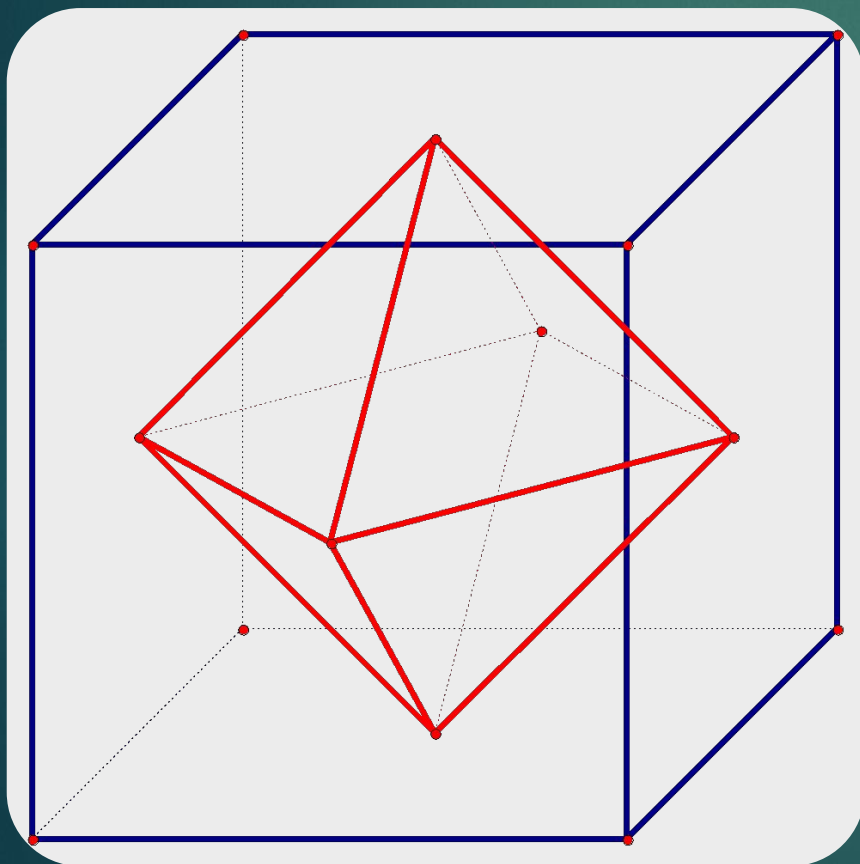
ВЫПОЛНИЛ: ШИРЯЕВ МАКСИМ

Двойственные многогранники

- ▶ Два правильных многогранника называются двойственными, если центры граней одного из них являются вершинами другого.

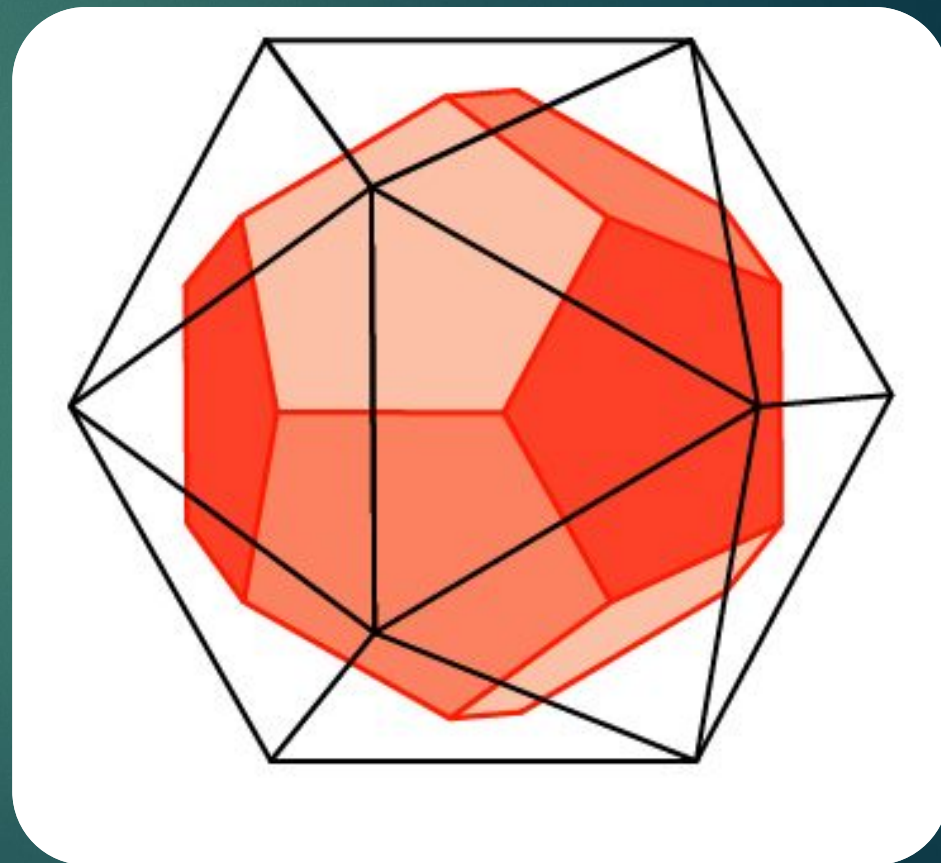
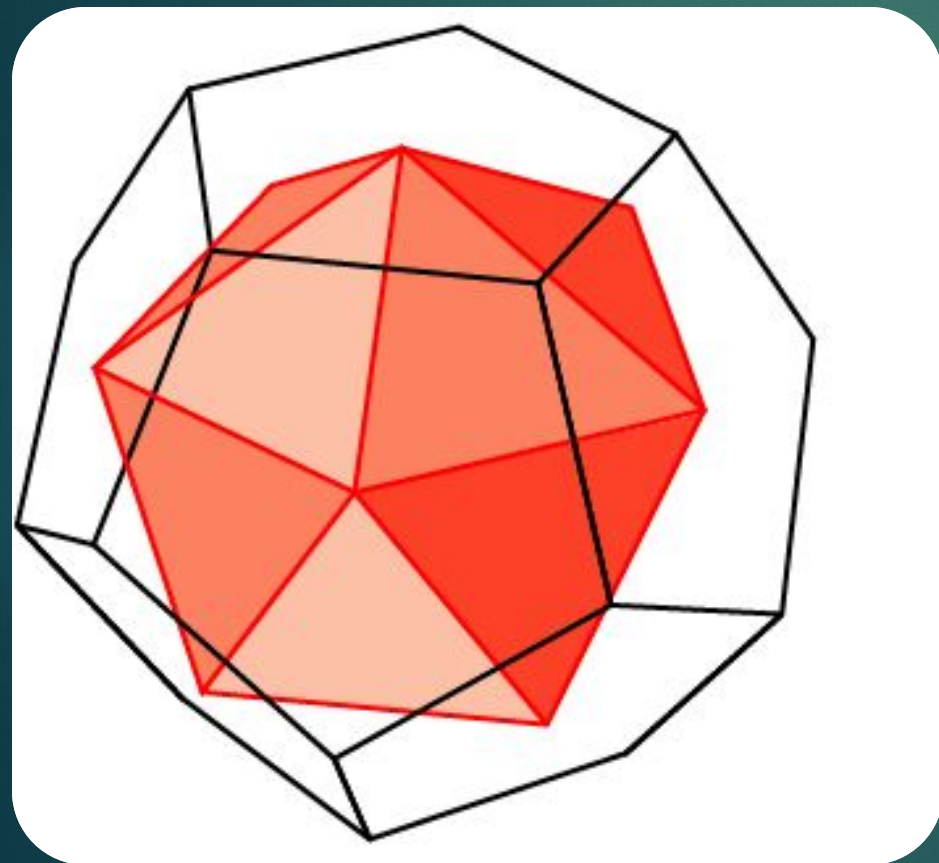
Куб и октаэдр

- ▶ Центры граней куба являются вершинами октаэдра, в свою очередь центры граней октаэдра являются вершинами куба.



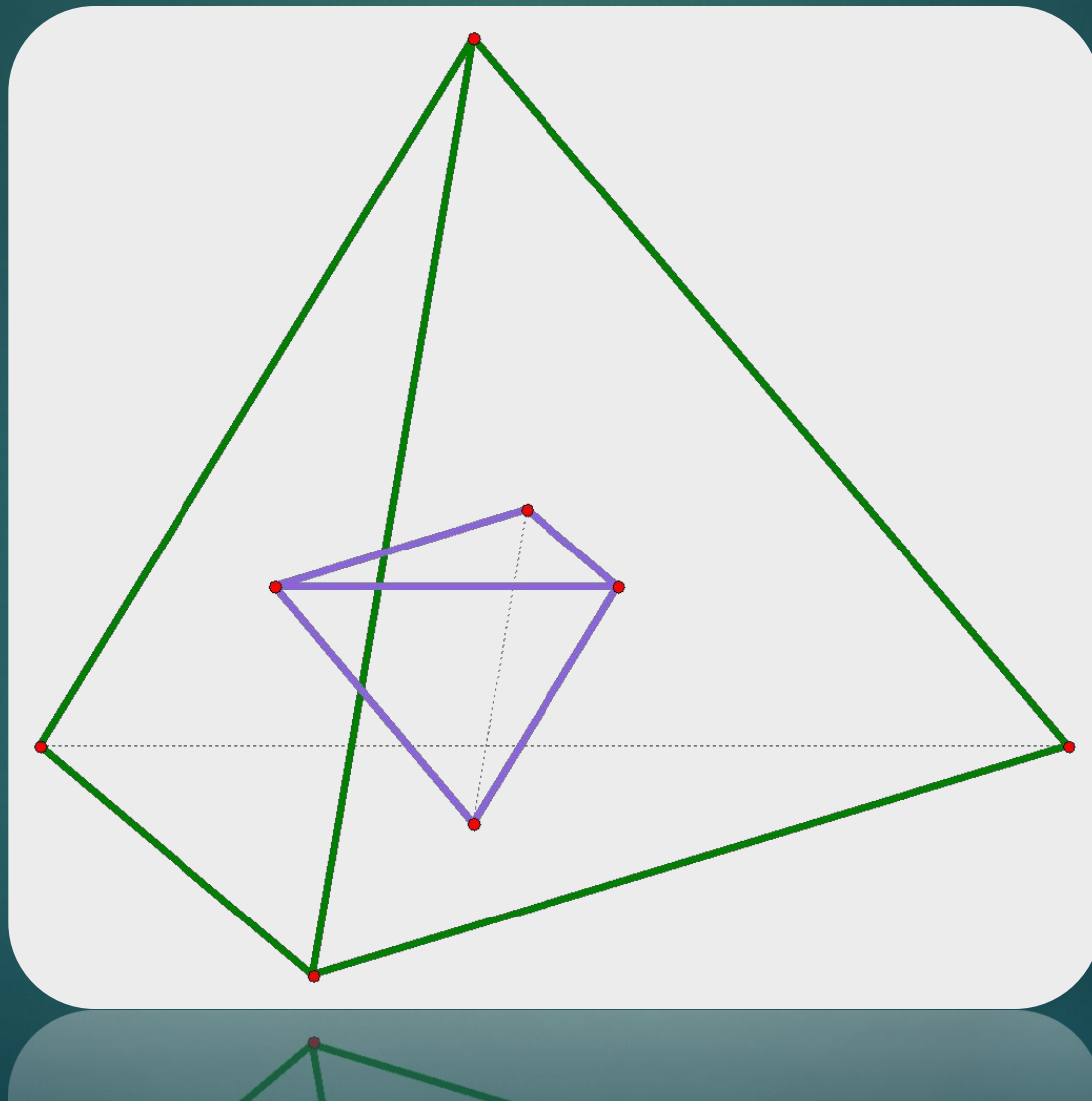
Икосаэдр и додекаэдр

- ▶ Аналогично центры граней икосаэдра – вершины додекаэдра, центры граней додекаэдра – вершины икосаэдра



Тетраэдр и тетраэдр

- ▶ Двойственным многогранником к тетраэдру является сам тетраэдр



Теорема Эйлера



Подготовили
Галямова Анна и
Плигускина Мария

Леонард Эйлер



Леонард Эйлер - математик, механик и физик. Родился в Швейцарии в городе Базель, в семье небогатого пастора Пауля Эйлера.

В конце 1726 года Эйлер был приглашен в Петербургскую Академию Наук и в мае 1727 года приехал в Петербург.

Теорема Эйлера для многогранников



В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа ребер на 2.

Пусть V — число вершин выпуклого многогранника, P — число его ребер и Γ — число граней. Тогда верно равенство

$$V - P + \Gamma = 2$$

Платоновы тела

Работу выполнили ученицы 10 «Б» класса
Петрова Виктория и Бороздина Яна

Платон - древнегреческий философ, ученик Сократа, учитель Аристотеля. Платон — первый философ, чьи сочинения дошли до нас не в кратких отрывках, цитируемых другими, а полностью.



Выпуклый
многогранник
называется
правильным, если
все его грани-равные
между собой
правильные
многоугольники. В
каждой вершине
сходится одно и то
же число ребер.

ПЛАТОНОВЫ ТЕЛА



Тетраэдр
4 грани



Куб
6 граней



Додекаэдр
12 граней



Октаэдр
8 граней



Икосаэдр
20 граней

О существовании всего лишь пяти правильных многогранников знали еще в Древней Греции. Великий древнегреческий мыслитель Платон считал, что четыре из них олицетворяют четыре «стихии»: **тетраэдр** – **огонь**, **куб** – **землю**, **икосаэдр** – **воду**, **октаэдр** – **воздух**. Пятый же многогранник, **додекаэдр**, символизировал собой все мироздание, представлял собой **образ всей Вселенной**, почитался главнейшим и его стали называть *quinta essentia* (квинта эссенция) или «**пятая сущность**».



Тетраэдр
«Огонь»



Октаэдр
«Воздух»



Куб
«Земля»



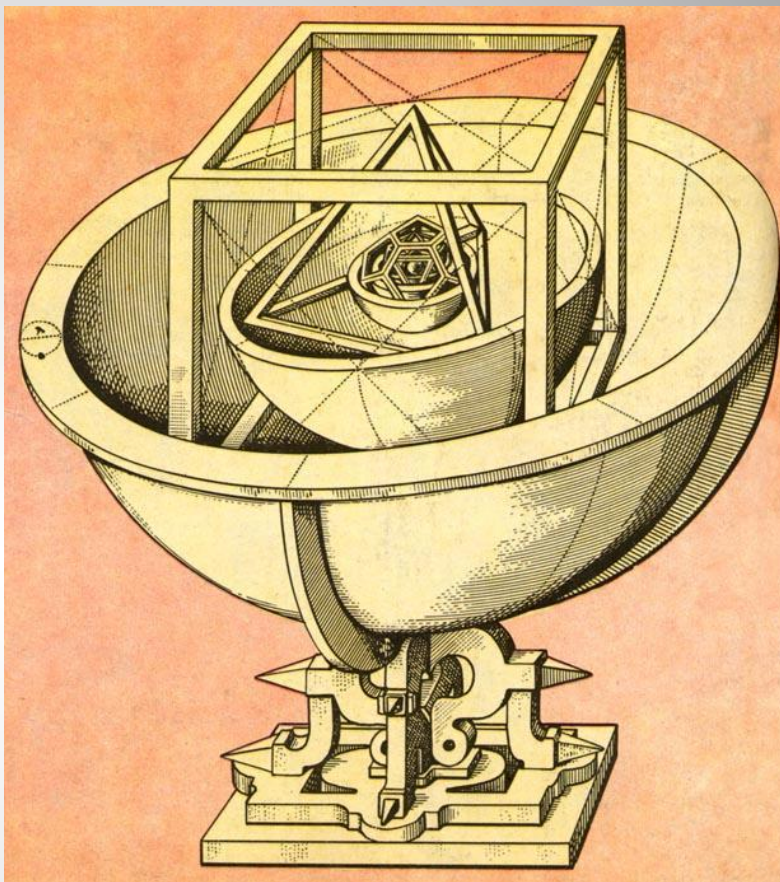
Икосаэдр
«Вода»



Додекаэдр
(*quinta essentia*)
«Эфир»

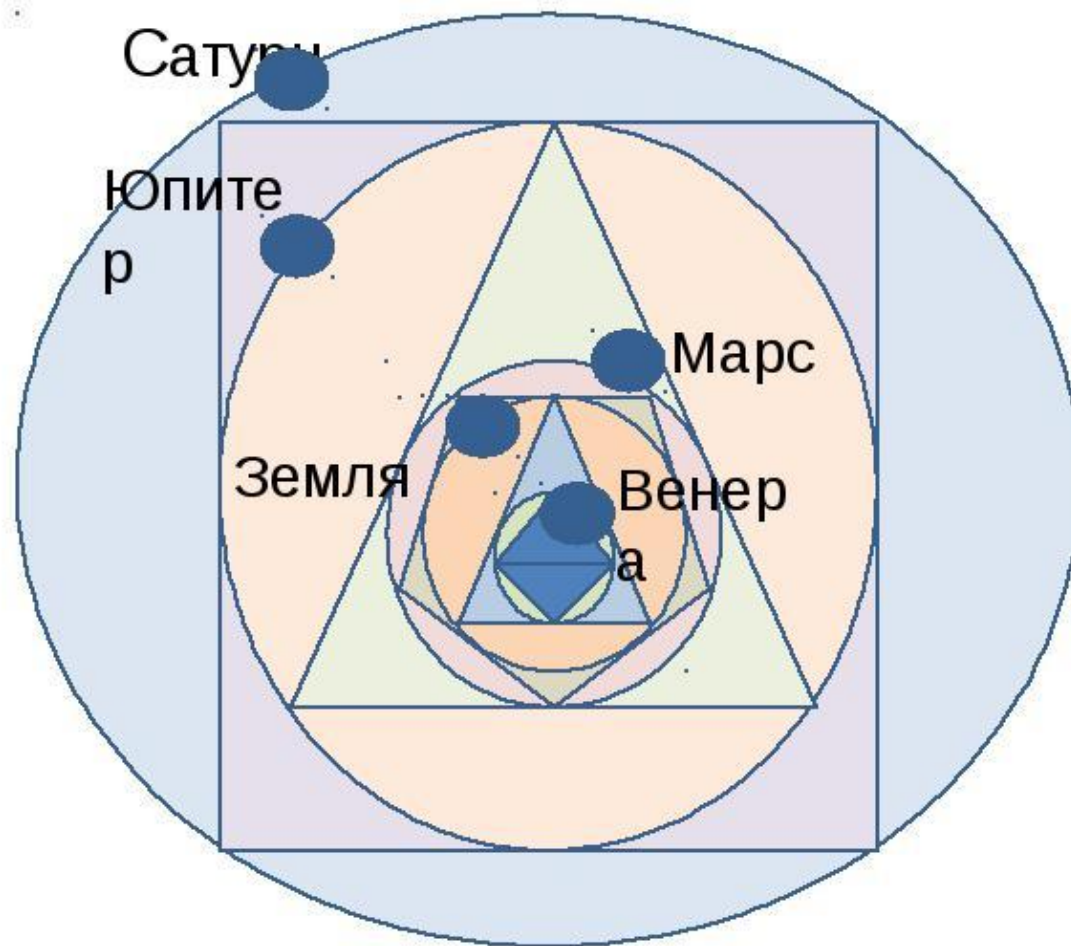
Кубок Кеплера

Работу выполнили ученики 10Б класса:
Ассоров Денис
Мелконян Никита



● 27 декабря 1571г.-15 ноября 1630г.

КУБОК КЕПЛЕРА



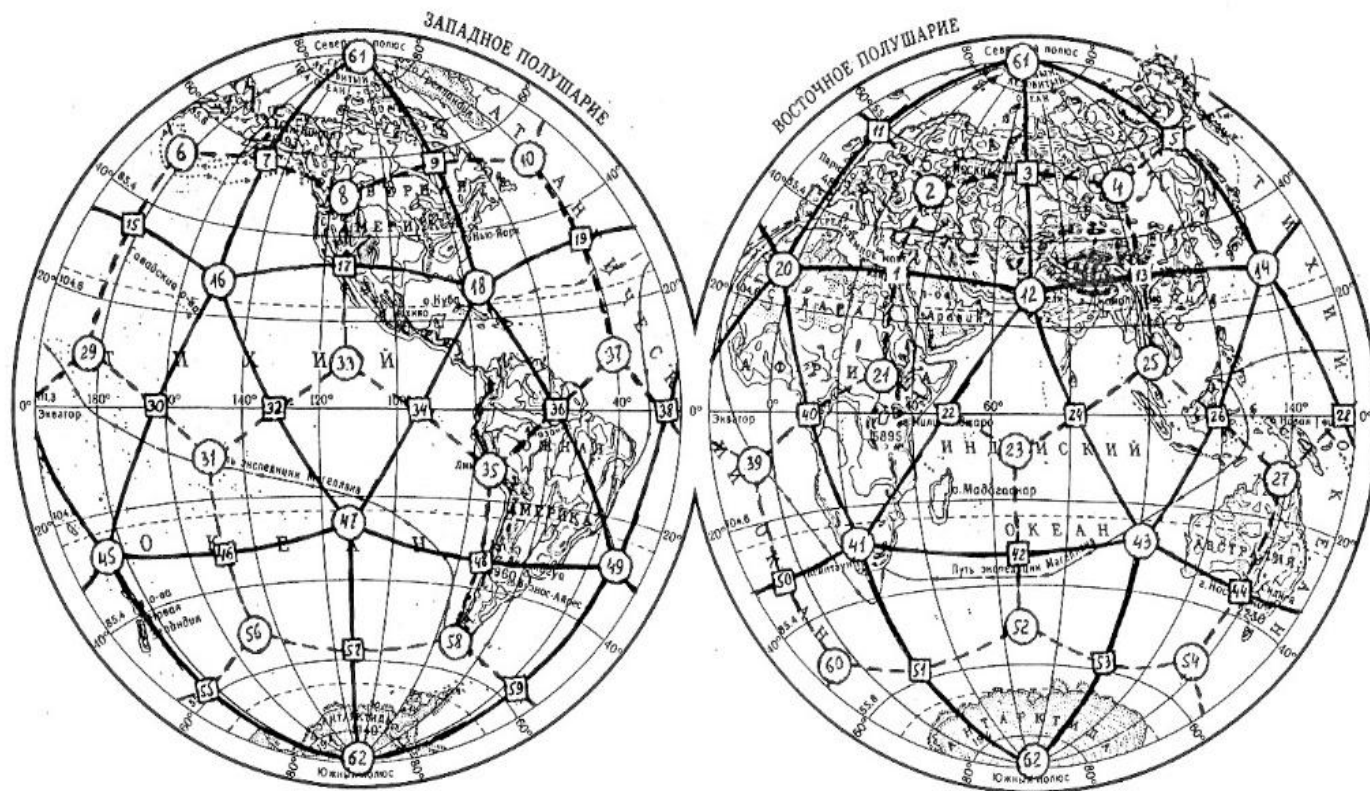
Икосаэдро- додекаэдровая структура Земли

Подготовили:

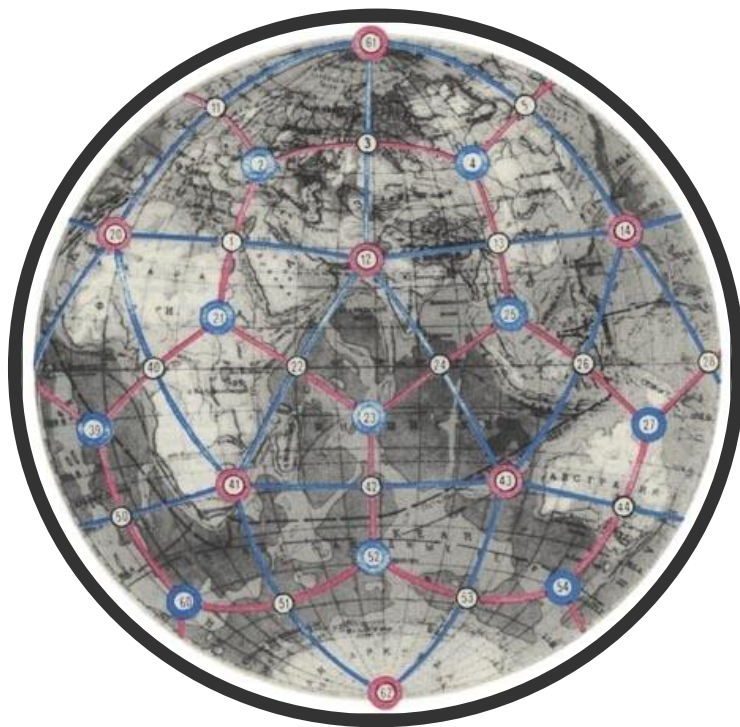
Коротеев Андрей и

Ковлягин Артём

Учёные Макаров и Морозов считают, что ядро Земли имеет форму и свойства растущего кристалла, оказывающего воздействие на развитие всех природных процессов, идущих на планете. Лучи этого кристалла, а точнее, его силовое поле, обуславливают икосаэдро-додекаэдровую структуру Земли. Она проявляется в том, что в земной коре как бы проступают проекции вписанных в земной шар правильных многогранников: икосаэдра и додекаэдра.



Многие залежи полезных ископаемых тянутся вдоль икосаэдро-додекаэдровой сетки; 62 вершины и середины рёбер многогранников, называемых авторами узлами, обладают рядом специфических свойств, позволяющих объяснить некоторые непонятные явления. Здесь располагаются очаги древнейших культур и цивилизаций: Перу, Северная Монголия, Гаити, Обская культура и другие. В этих точках наблюдаются максимумы и минимумы атмосферного давления, гигантские завихрения Мирового океана. В этих узлах находятся озеро Лох-Несс, Бермудский треугольник. Дальнейшие исследования Земли, возможно, определят отношение к этой научной гипотезе, в которой, как видно, правильные многогранники занимают важное место.





ПРИМЕНЕНИЕ В КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Карманов Влад

Ученик 10Б класса

ПОНЯТИЕ О КРИСТАЛЛЕ

❖ Кристаллы - это все твердые тела, имеющие форму многогранника, возникающую в результате упорядоченного расположения атомов. Кристаллографию называют наукой о кристаллах, кристаллических природных телах. Она изучает форму, внутреннее строение, происхождение, распространение и свойства кристаллических веществ.

ВИДЫ:

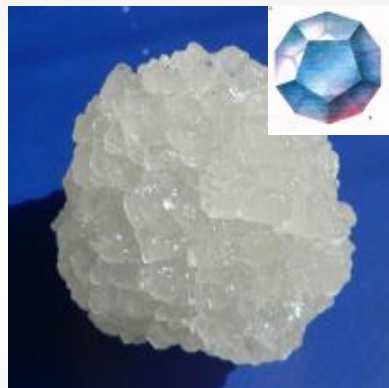
- ❖ Например, куб - монокристалл поваренной соли (NaCl), октаэдр - монокристалл алюмокалиевых квасцов, одна из форм кристаллов алмаза - октаэдр



ВИДЫ:



Молекулы воды
имеют форму
тетраэдра



Кристаллы
пирита имеют
форму
додекаэдра

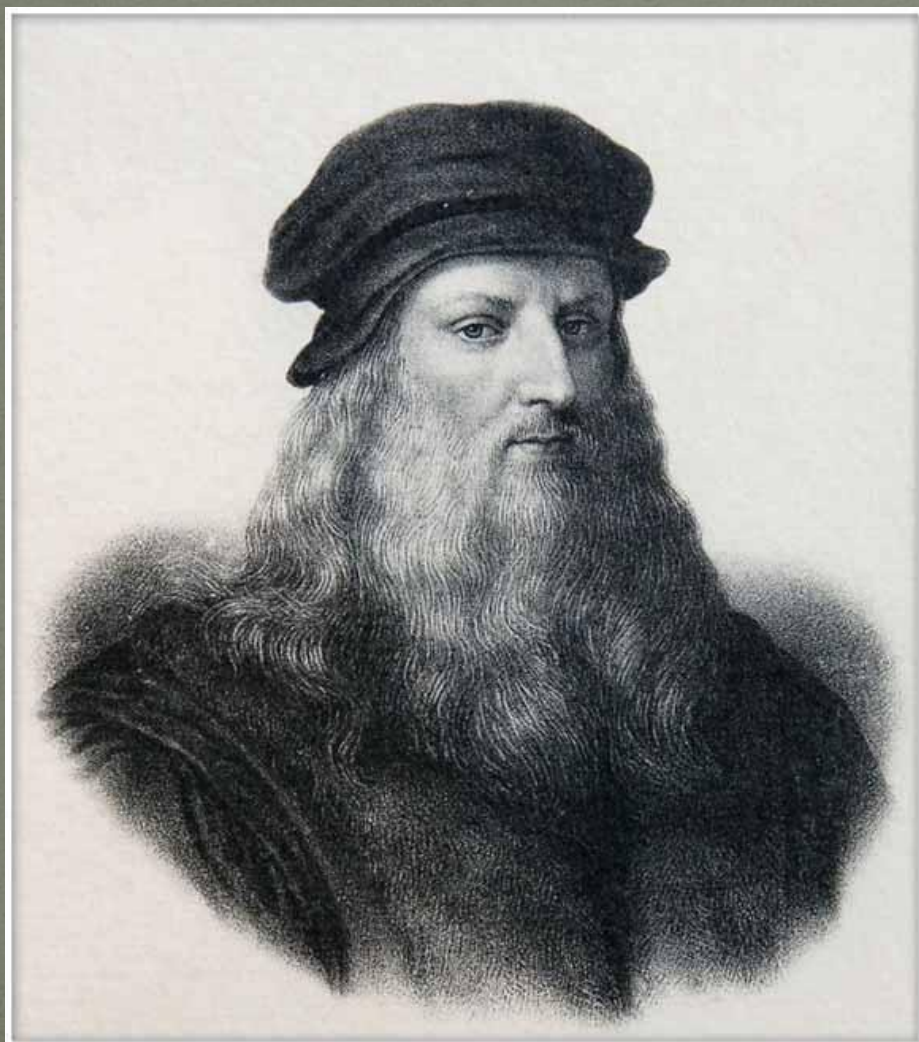


Поваренная соль
состоит из
кристаллов в форме
куба

Техника жестких ребер

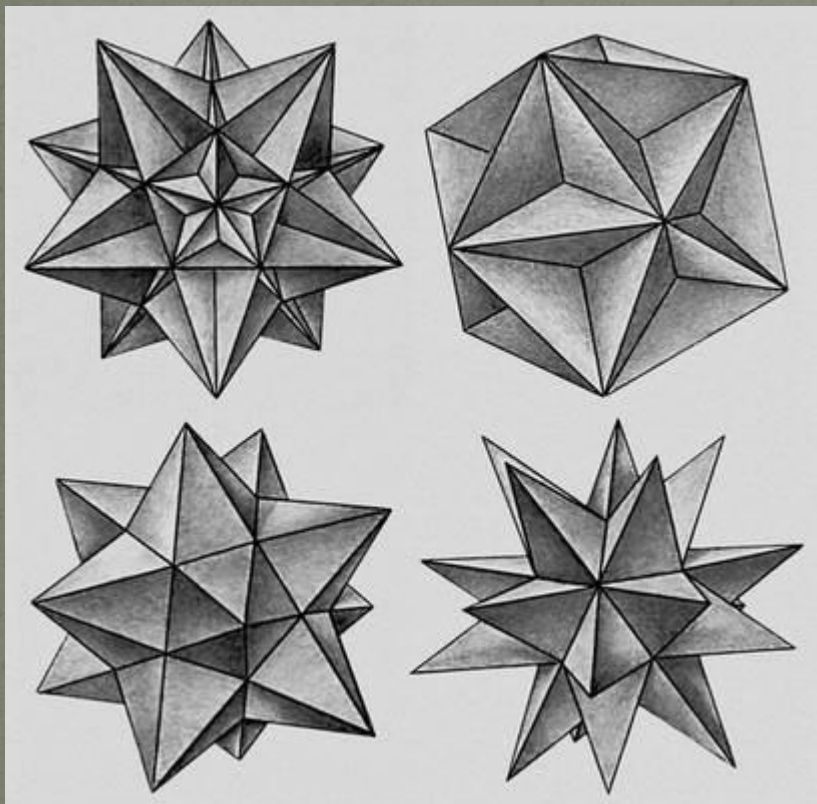
Работа Хромова Георгия
10 Б

Леонардо да Винчи

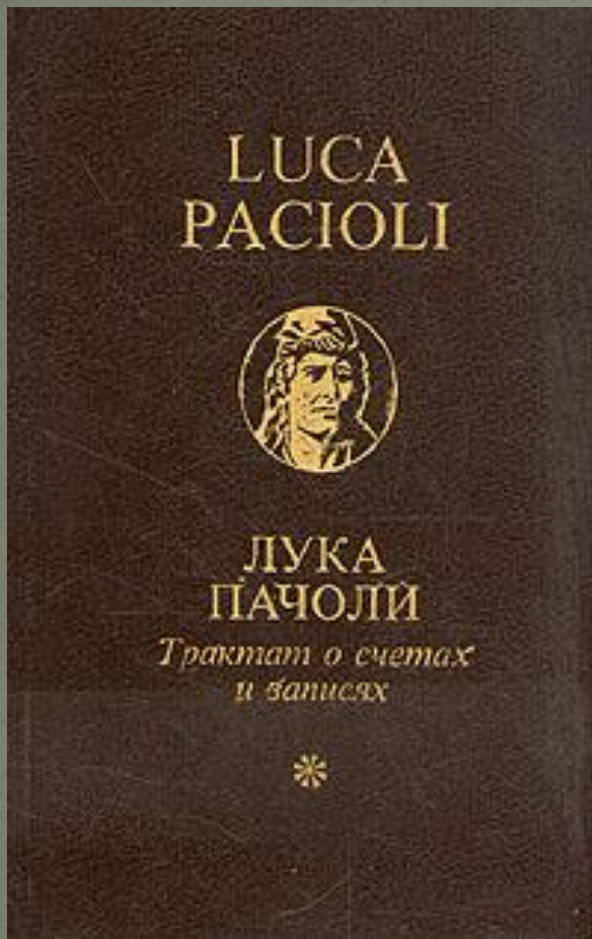


итальянский художник
и учёный, изобретатель,
писатель, музыкант,
один из крупнейших
представителей
искусства эпохи
Возрождения, яркий
пример
«универсального
человека»

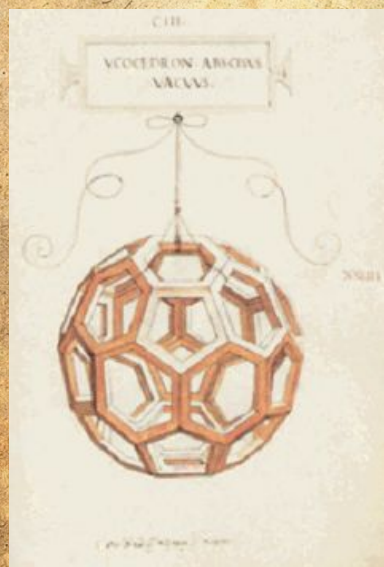
Эпоха Возрождения



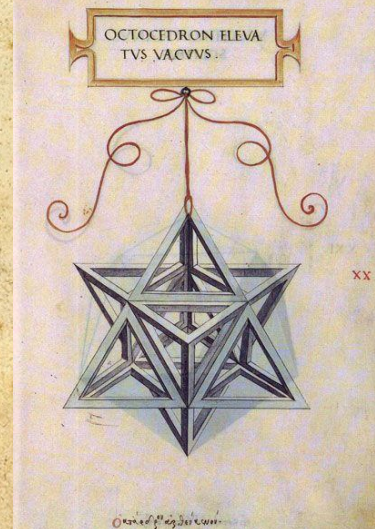
Многие художники разных эпох и стран испытывали постоянный интерес к изучению и изображению многогранников. Пик этого интереса приходится, конечно, на эпоху Возрождения. Изучая явления природы, художники Возрождения стремились найти опирающиеся на опыт науки способы их изображения. Учения о перспективе, светотени и пропорциях позволяют художнику воссоздавать на плоскости трехмерное пространство, добиваться впечатления рельефности предметов. Для некоторых мастеров Возрождения многогранники являлись просто удобной моделью для тренировки мастерства перспективы.



Строго говоря, грани не изображаются вовсе, они существуют только в нашем воображении. Зато ребра многогранника изображены не геометрическими линиями (которые, как известно, не имеют ни ширины, ни толщины), а жесткими трехмерными сегментами. Обе эти особенности данной гравюры и составляют основу способа пространственного изображения многогранников, изобретенного Леонардо для иллюстрации книги Луки Пачоли и называемого сегодня методом жестких (или сплошных) ребер.



Такая техника позволяет зрителю, во-первых, безошибочно определить, какие из ребер принадлежат передним, а какие — задним граням многогранника (что практически невозможно при изображении ребер геометрическими линиями), и, во-вторых, взглянуть как бы сквозь геометрическое тело, ощутить его в перспективе, глубине, которые теряются при использовании техники сплошных граней. Техника, разработанная Леонардо, являет собой блестящий пример геометрической иллюстрации, нового способа графического изображения научной информации. Эта техника впоследствии многократно использовалась художниками, скульпторами и учеными.





Техника жестких ребер в искусстве



*Работы Фра Джовани да Верона,
созданные для церкви в Вероне*

«Тайная Вечеря» Сальвадор Дали





**Титульный лист книги
Ж. Кузена «Книга о
перспективе»**

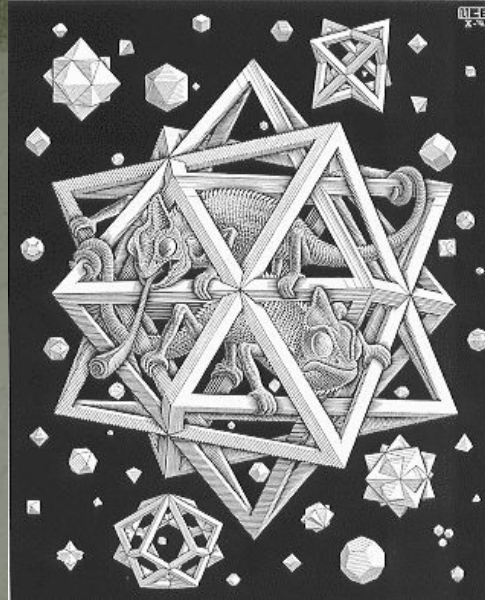


**Надгробный памятник
в кафедральном соборе
Солсбери**

Графические фантазии Эшера



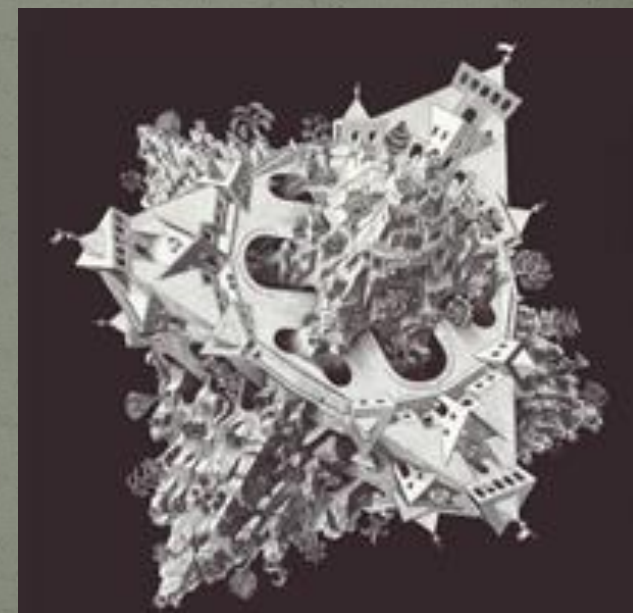
«Порядок и хаос»



«Звезды»



«Рептилии»



«Двойной планетоид»

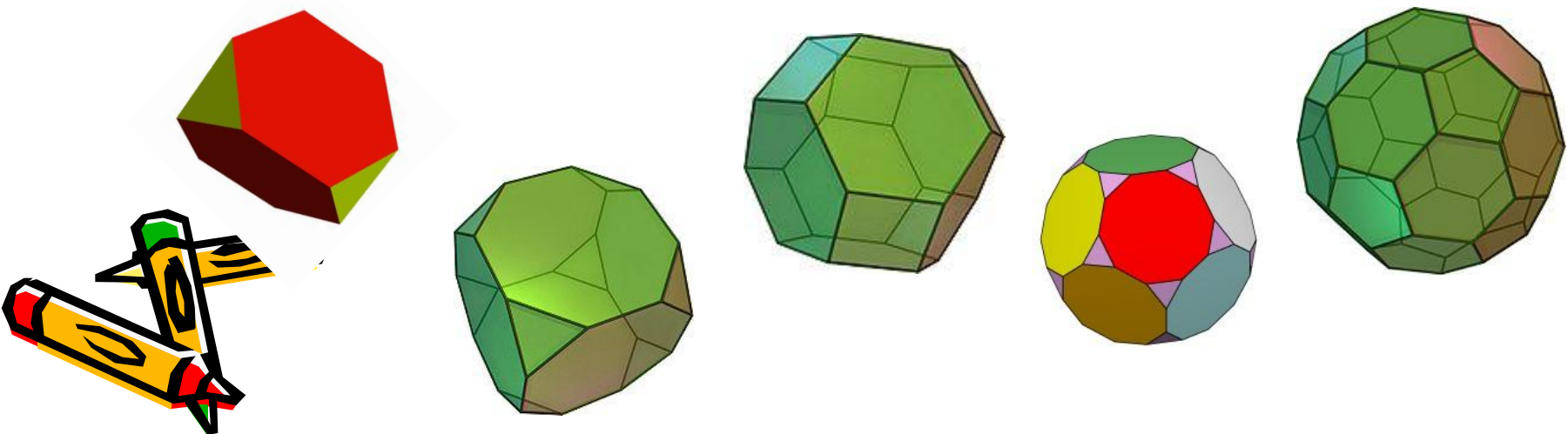


Тела Архимеда

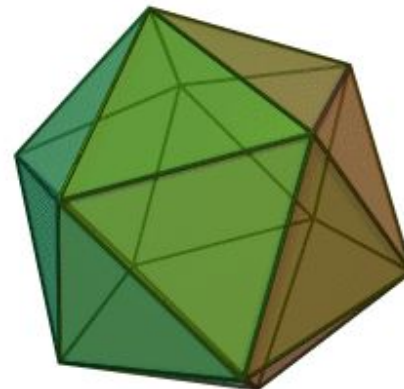
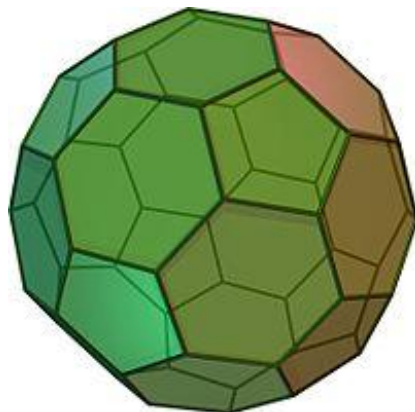


Работу выполнили:
Николаева Анастасия,
Устинова Виктория

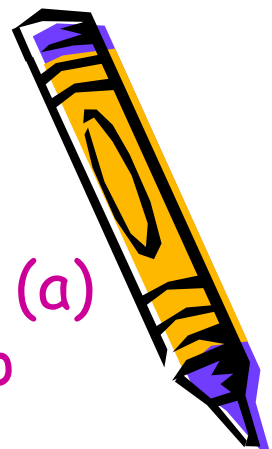
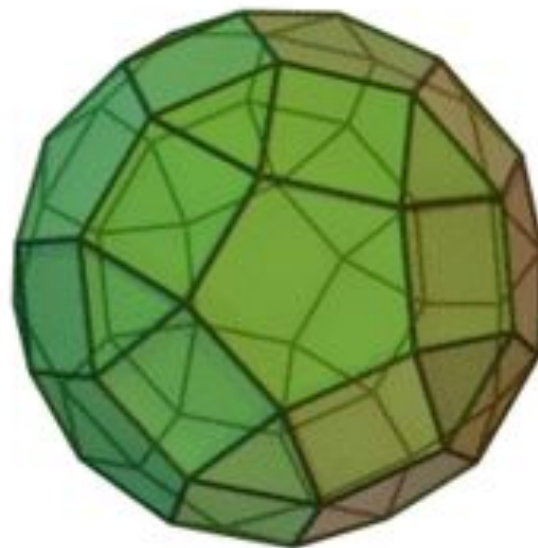
Архимед (287 г. до н.э. - 212 г. до н.э)
Архимедовы тела Полуправильные многогранники
Известно еще множество совершенных тел,
получивших название полуправильных
многогранников или Архимедовых тел. У них также
все многогранные углы равны и все грани -
правильные многоугольники, но несколько разных
типов. Существует 13 полуправильных
многогранников, открытие которых приписывается
Архимеду. Архимедовы тела: (а) усеченный тетраэдр,
(б) усеченный куб, (в) усеченный октаэдр, (г)
усеченный додекаэдр, (д) усеченный икосаэдр



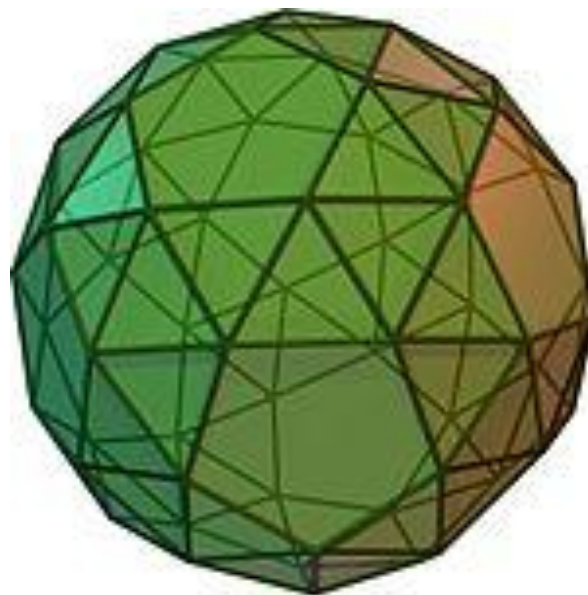
Итак, как же сконструировать Архимедов усеченный икосаэдр из Платонова икосаэдра? Действительно в любой из 12 вершин икосаэдра сходятся 5 граней. Если у каждой вершины отрезать 12 частей икосаэдра плоскостью, то образуется 12 новых пятиугольных граней. Вместе с уже имеющимися 20 гранями, превратившимися после такого отсечения из треугольных в шестиугольные, они составят 32 грани усеченного икосаэдра. При этом ребер будет 90, а вершин 60. Другую группу Архимедовых тел составляют два тела, именуемые квазиправильными многогранниками. Частица «квази» подчеркивает, что грани этих многогранников представляют собой правильные многоугольники всего двух типов, причем каждая грань одного типа окружена многоугольниками другого типа. Эти два тела носят название ромбокубооктаэдром и икосододекаэдром



- Два последующих Архимедовых тела называются ромбокубооктаэдром и ромбоикосододекаэдром Архимедовы тела: (а) ромбокубооктаэдр, (б) ромбоикосододекаэдр



Наконец, существуют две так называемые «курносые» модификации - одна для куба (курносый куб), другая - для додекаэдра (курносый додекаэдр)). Архимедовы тела: (а) курносый куб, (б) курносый додекаэдр



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ !

