

«Трапеция»

Урок геометрии в 8 классе

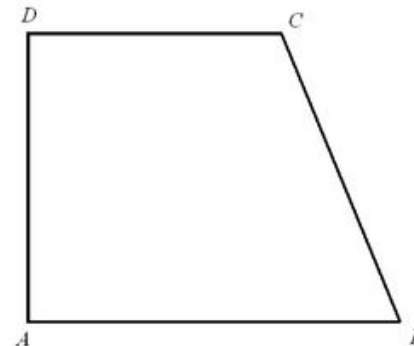
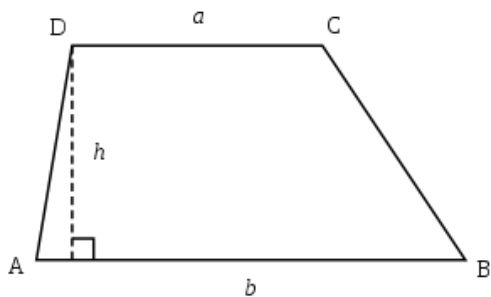
Учитель: Мотявина Елизавета Валентиновна
МБОУ Елизаровская СШ

-
- **Цель работы:** Систематизировать сведения о трапеции

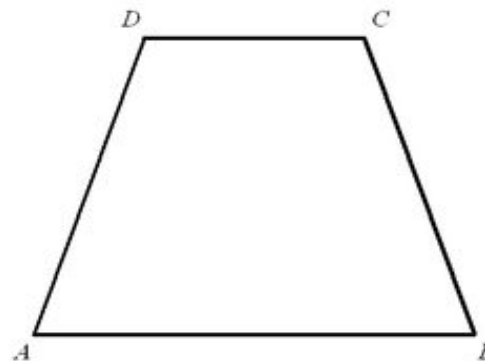
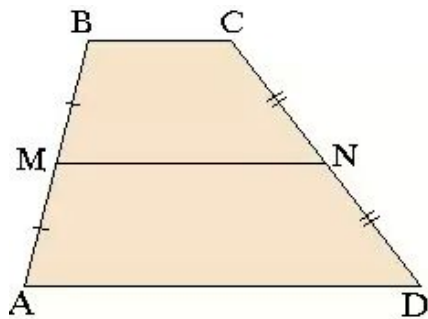
Задачи:

- Повторить свойства трапеции и показать их применение при решении задач ГИА и ЕГЭ.
 - Показать применение формул площади трапеции при решении задач ГИА и ЕГЭ.
-

1. Трапеция и её свойства



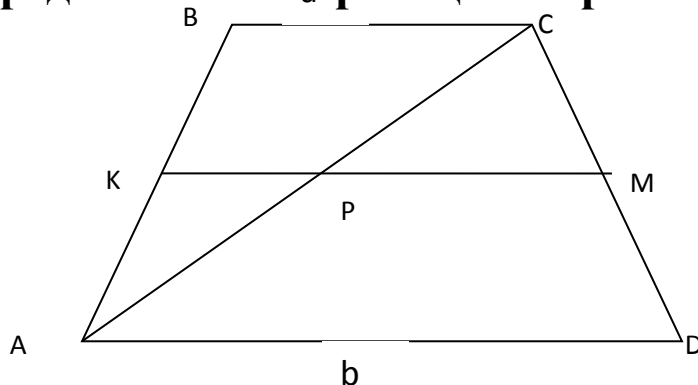
Прямоугольная трапеция



Равнобедренная трапеция

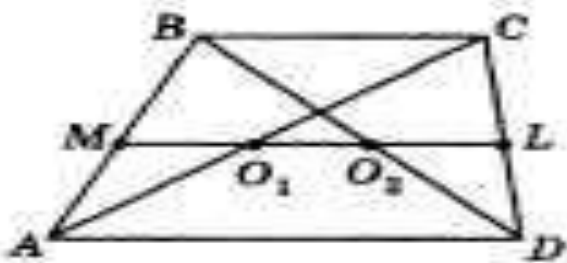
Общие свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.



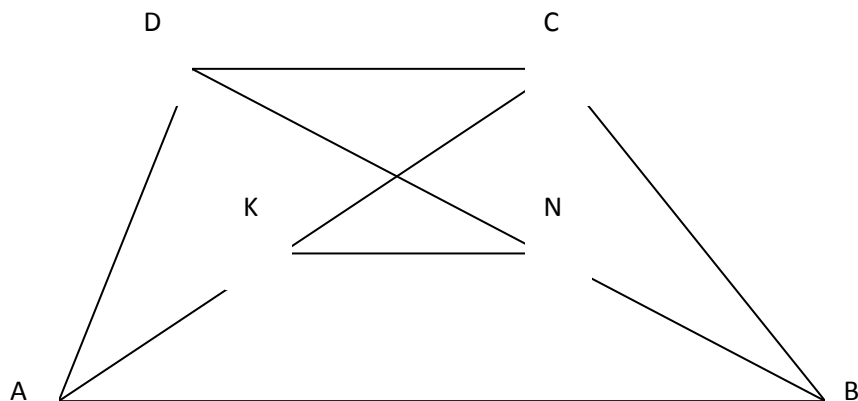
$$KM = \frac{a + b}{2}$$

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен полуразности оснований.



$$O_1O_2 = \frac{AD - BC}{2}$$

Пример (задание В6 ЕГЭ по математике 2012 г)



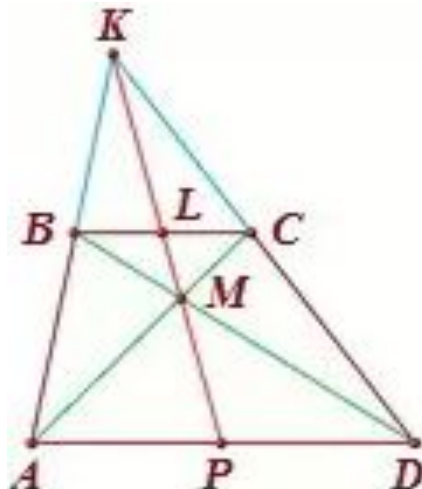
Основания трапеции равны 5 и 7. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции. (см. рис)

Решение:

$$KN = 7 - 5 = 2$$

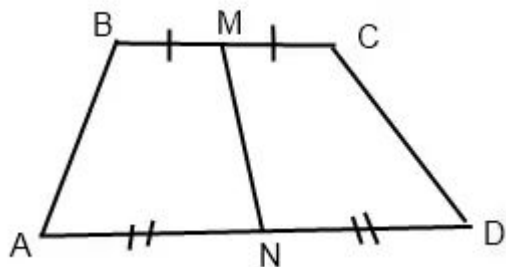
Ответ : 2.

3. Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений ее боковых сторон и середины оснований лежат на одной линии.



Доказательство

4. Если сумма углов при любом основании трапеции равна 90° , то отрезок, соединяющий середины оснований, равен их полуразности.

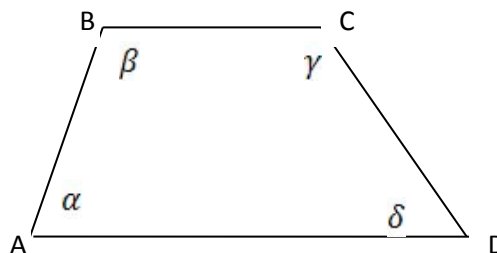


$$\angle A + \angle B = 90^\circ, \quad MN = \frac{AD - BC}{2}$$

5. Сумма углов, прилежащих к любой боковой стороне, равна 180° :

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

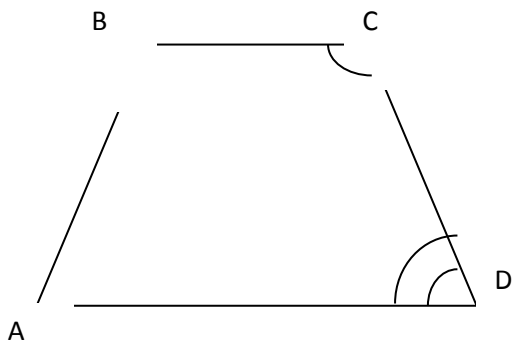
$$\gamma + \delta = 180^\circ$$



Доказательство

Пример(№ 11 ГИА 9 кл 2012):

Угол C трапеции ABCD на 30° меньше угла D (см. рис). Найдите угол D. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle C + \angle D = 180^\circ, \angle D = \angle C + 30^\circ$$

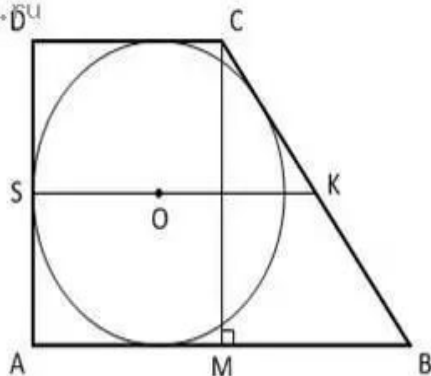
$$\angle C + \angle C + 30^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle C = 180^\circ - 30^\circ$$

$$2\angle C = 150^\circ, \angle C = 75^\circ$$

$$\angle D = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

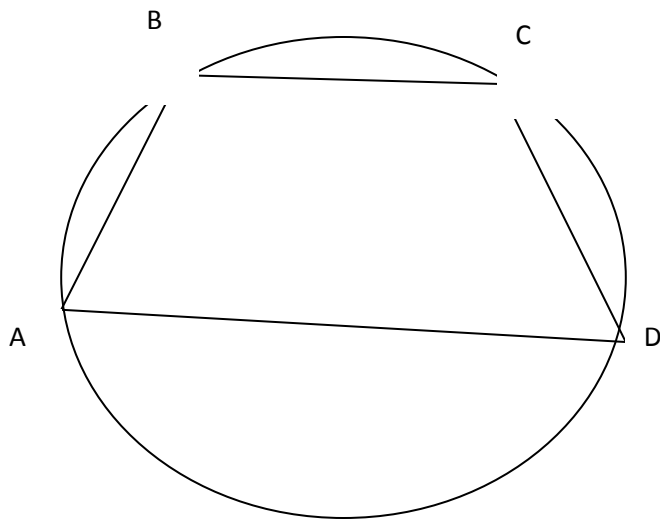
Ответ: 105°



6. В трапецию можно вписать окружность, если сумма оснований трапеции равна сумме её боковых сторон.

$$AB + DC = AD + BC$$

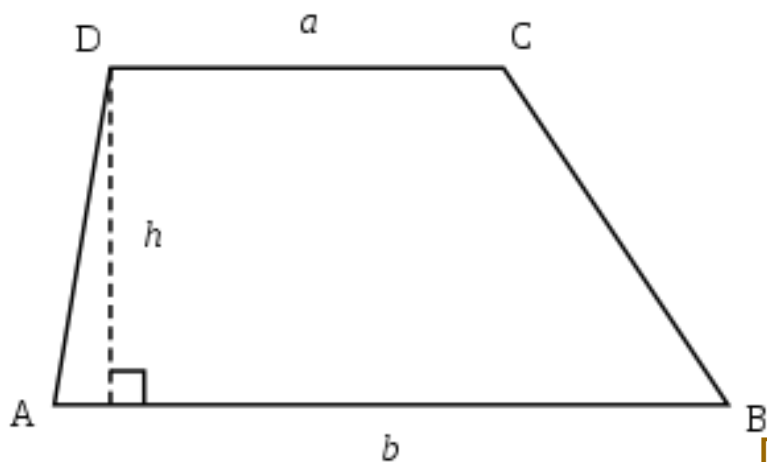
7. Около трапеции можно описать окружность, если сумма её противоположных углов равна 180° .



$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$

2. Формулы площади трапеции

1. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

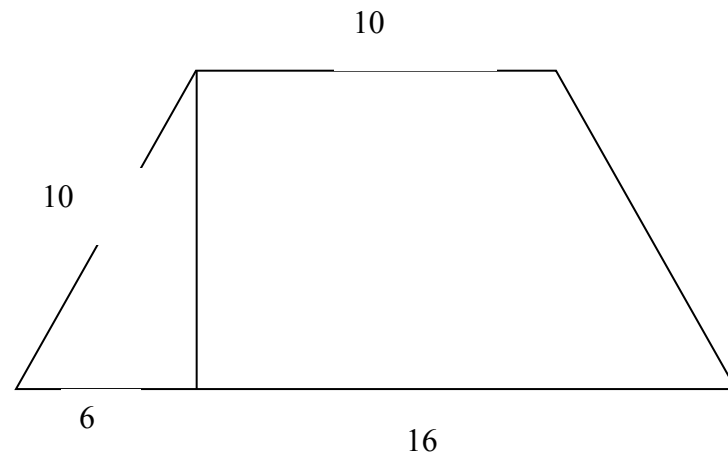


$$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

Пример

Пример (№17 ГИА 2012):

Найти площадь трапеции изображенной на рисунке:



Решение:

По теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$a = 10, b = 6 + 16 = 22$$

$$S = \frac{10 + 22}{2} * 8 = 128$$

Ответ: 128

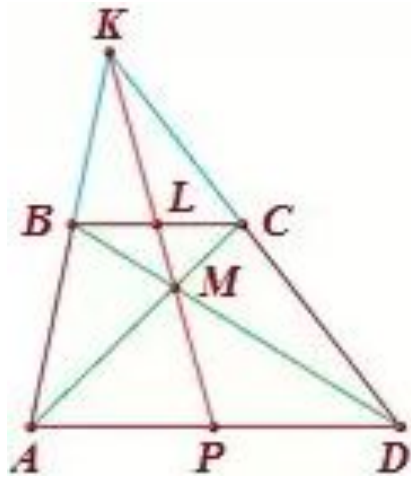
Формула площади трапеции, где a, b – основания трапеции, c, d – боковые стороны трапеции:

$$S = \frac{a + b}{2} \sqrt{c^2 - \left(\frac{(b - a)^2 + c^2 - d^2}{2(b - a)} \right)^2}$$

Пример



Доказательство свойства № 3:



Обозначаем через L и P середины оснований AD и BC трапеции ABCD; M-точка пересечения её диагоналей, K - точка пересечения продолжений боковых сторон.

Докажем, что точки K, L, P лежат на одной прямой. Это следует из подобия треугольников BKC и AKD. В каждом из них отрезки KP и KL соответственно являются медианами, а значит, они делят угол при вершине K на одинаковые части.

Точно также на одной прямой расположены точки M, P, L. (Здесь это следует из подобия треугольников BMC и DMC.) Значит, все четыре точки K, P, M и L лежат на одной прямой, т.е. прямая KM проходит через P и L.

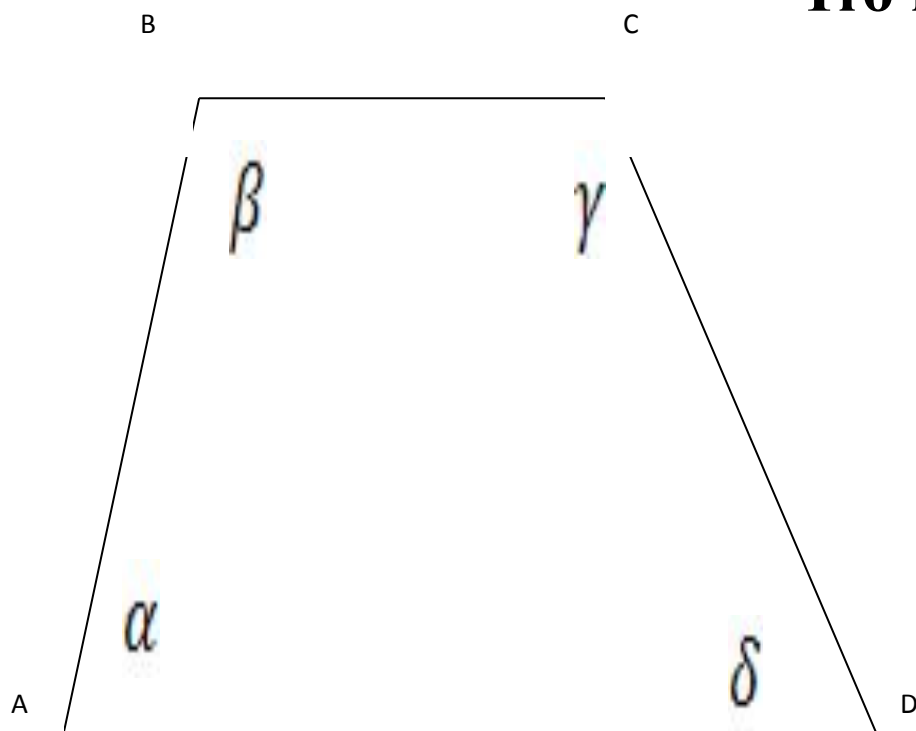
Что и требовалось доказать.



Доказательство свойства № 5:

Прямые BC и AD - параллельны, AB – секущая, $\alpha + \beta = 180^\circ$ - как сумма односторонних углов.

Что и требовалось доказать.



Пример:

В трапеции ABCD известны длины оснований $BC = 16$, $AD = 19$ и боковых сторон $AB = 5$, $CD = 4$. Найти площадь этой трапеции.

Решение:

$$S = \frac{a+b}{2} \sqrt{c^2 - \left(\frac{(b-a)^2 + c^2 - d^2}{2(b-a)} \right)^2}$$

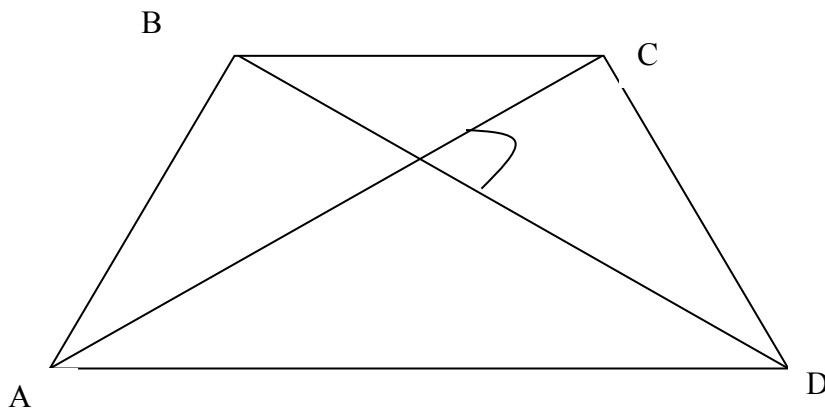
$$a=16, b=19, c=5, d=4$$

$$S = \frac{16+19}{2} \sqrt{5^2 - \left(\frac{(19-16)^2 + 5^2 - 4^2}{2(19-16)} \right)^2}$$

Ответ: 70.



- **Площадь трапеции равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними.**



$$S = AC * BD * \sin \alpha$$

Пример (№17 ГИА 2011):

Найти площадь трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны и соответственно равны 19 и 26.

Решение

$$S = 0.5 * 19 * 26 * \sin 90^\circ = 19 * 13 * 1 = 247$$

Ответ: 247.

