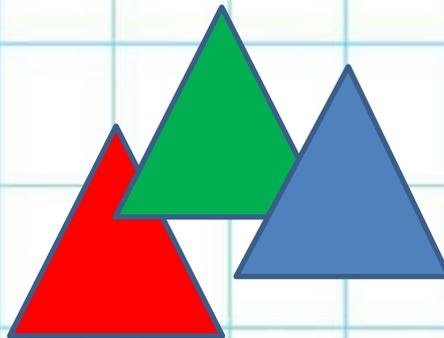


Признаки равенства треугольников

Геометрия
7кл.



2013г.

Содержание

Первый признак

- [Теорема](#)
- [Доказательство](#)

Второй признак

- [Теорема](#)
- [Доказательство](#)

Третий признак

- [Теорема](#)
- [Доказательство](#)

Задачи

- [Задача №1 \(I признак\)](#)
- [Задача №2 \(II признак\)](#)
- [Задача №3 \(III признак\)](#)

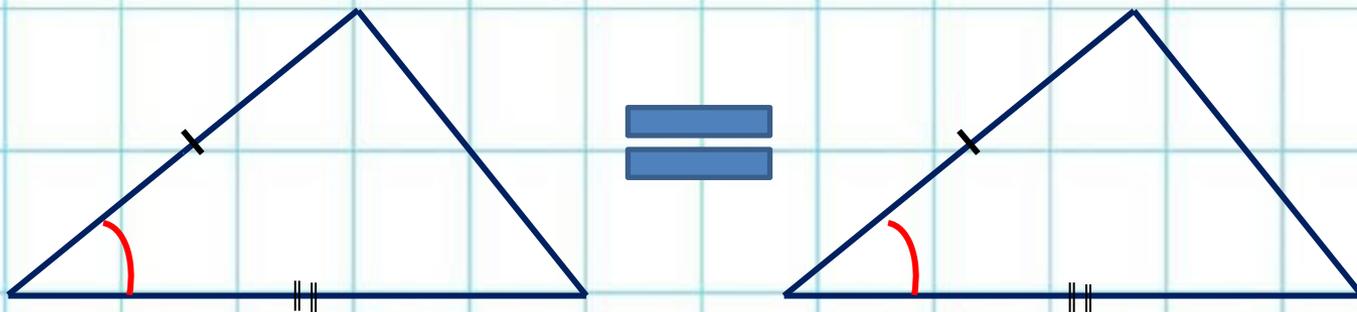
Разработка

- [Разработчики](#)

1-й признак равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними)

Теорема:

Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



1-й признак – по двум сторонам и углу между ними

(доказательство)

Дано:

$\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$AC = A_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

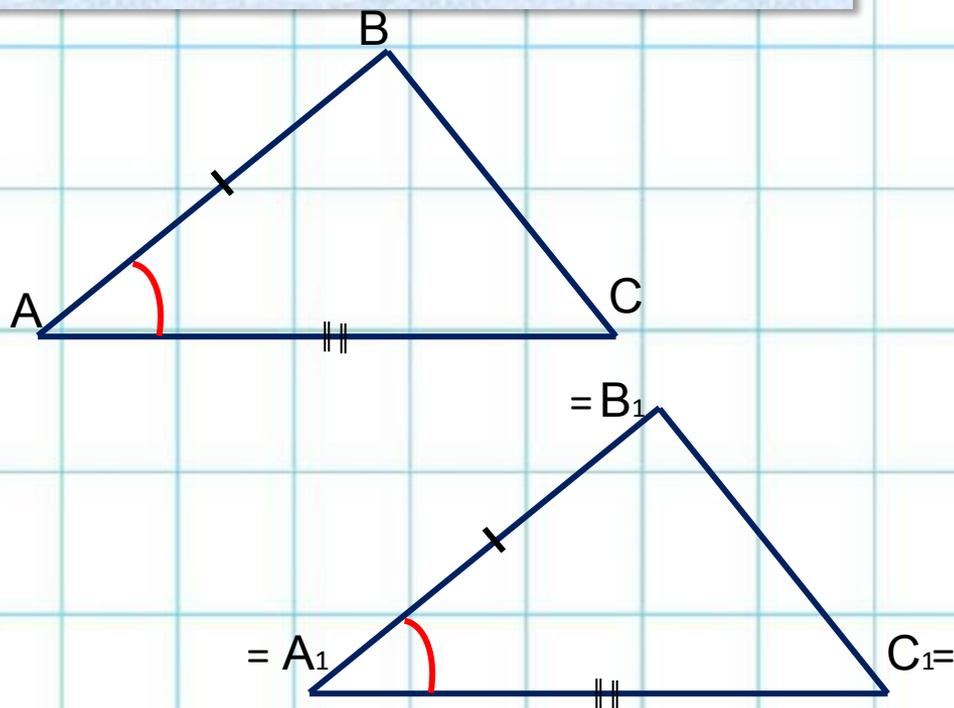
Доказательство

~~Т.к.~~ $\angle A = \angle A_1$, то их можно наложить друг на друга,

отрезок AB будет лежать на луче A_1B_1 ,
а отрезок AC – на луче A_1C_1 .

Т.к. $AB = A_1B_1$ и $AC = A_1C_1$, \blacksquare точка $B = B_1$ и точка $C = C_1$, \Rightarrow

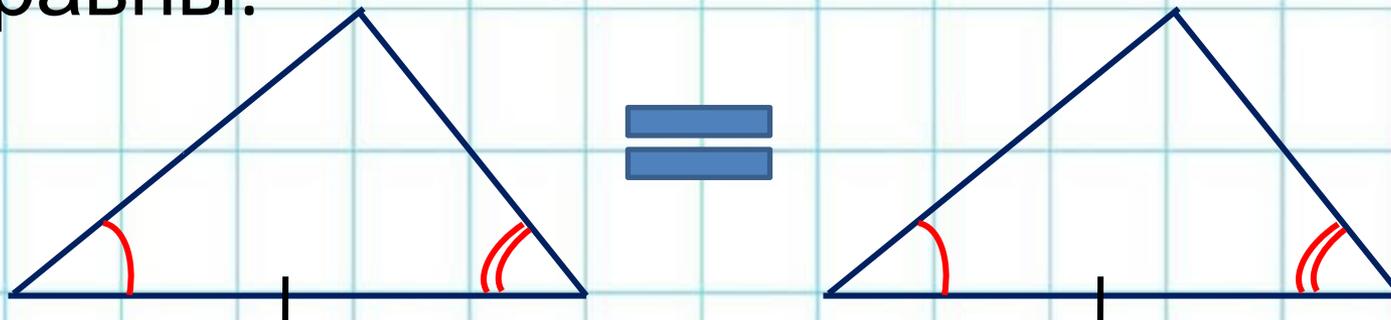
$BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



2-й признак равенства треугольников (по стороне и двум прилежащим к ней углам)

Теорема:

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



2-й признак – по стороне и двум прилежащим к ней углам

(доказательство)

Дано:

$\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle B = \angle B_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

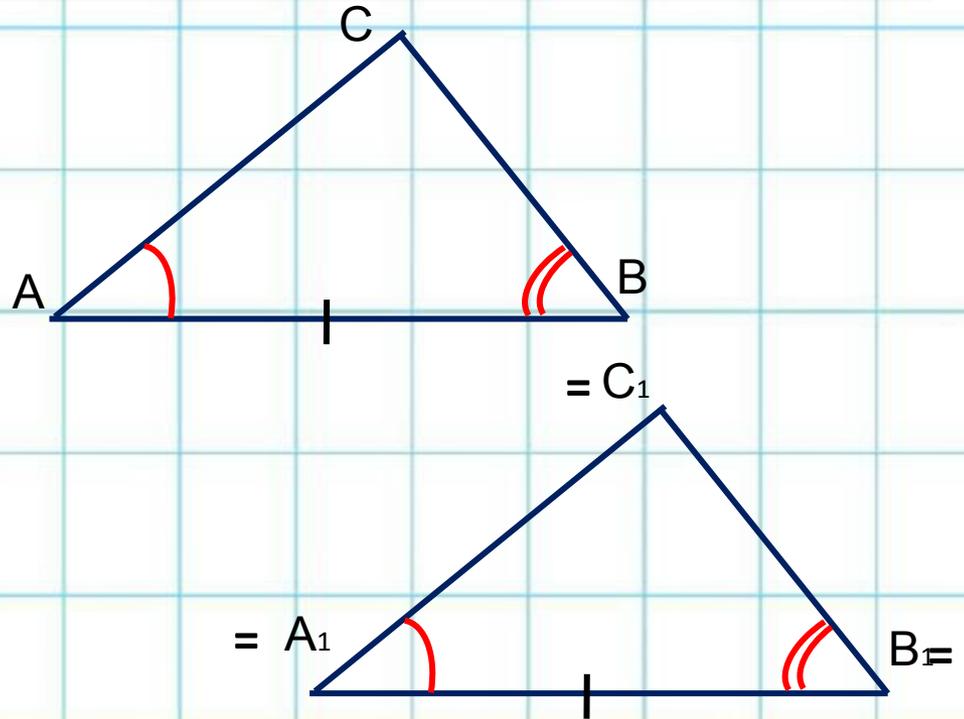
Доказательство

Решение: Положим $\triangle ABC$ на $\triangle A_1B_1C_1$

Т.к. $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то сторона AC наложится на луч A_1C_1 , а сторона BC – на луч B_1C_1 .

Т.к. $AC \cap BC = C \Rightarrow C$ лежит как на луче A_1C_1 , так и на луче $B_1C_1 \Rightarrow$ совместится с их общей точкой C_1 .

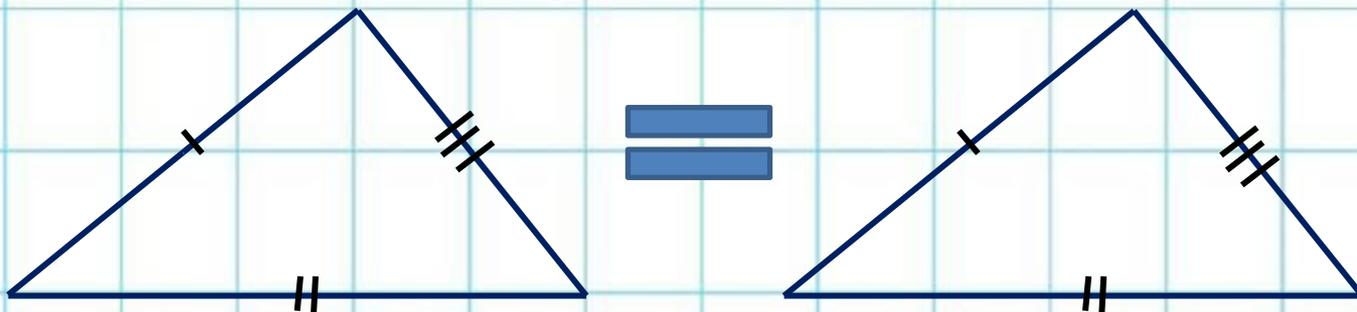
Значит $AC = A_1C_1$ и $BC = B_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ ■



3-й признак равенства треугольников (по трем сторонам)

Теорема:

Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



3-й признак – по трем сторонам (доказательство)

Дано:

$\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$;

$BC = B_1C_1$

$AC = A_1C_1$

Доказать:

Доказательство:

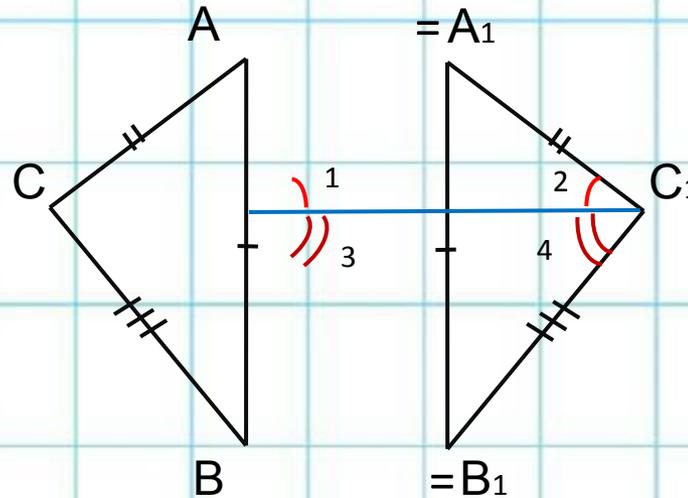
Совместим треугольники по наибольшим сторонам AB и A_1B_1 , так что $A = A_1$ и $B = B_1$, $C \neq C_1$ проведем отрезок CC_1

$\triangle SAC_1$ и $\triangle SBC_1$ - равнобедренные \Rightarrow

$\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$ (по свойству равнобедренных треугольников)

$\Rightarrow \angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по **ПЕРВОМУ**

равенства треугольников) ■ знаку



Задача № 1

На сторонах угла CAD отмечены точки B и E так, что точка B лежит на отрезке AC , а точка E – на отрезке AD , причем $AC = AD$ и $AB = AE$. Докажите, что угол $CBD =$ углу DEC .

Дано: $\angle CAD$
 $AC = AD$; $AB = AE$

Доказать:

$\angle CBD = \angle DEC$

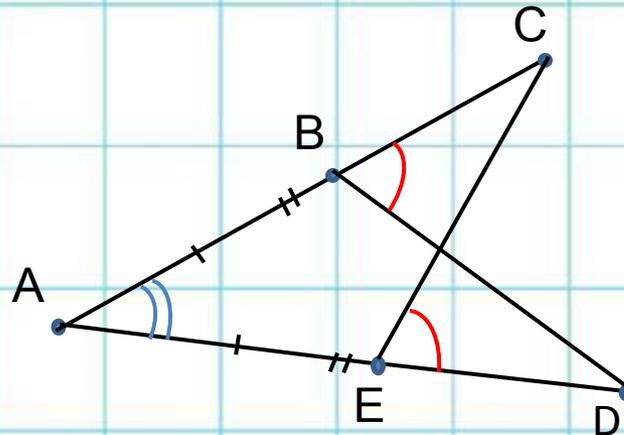
Доказательств

Р.к. $AC = AD$ $AB = AE$, $\angle A$ – угол между ними,

$\triangle AEC = \triangle ABD$ (по **Первому** признаку равенства

треугольников)

$\angle DEC = \angle CBD$ – как смежные равных углов.



Задача № 2

Угол $DAC =$ углу DBC , $AO = BO$.

Докажите, что угол $C =$ углу D и $AC = BD$.

Дано:

$$\angle DAC = \angle DBC$$

$$AO = BO$$

Доказать:

$$\angle C = \angle D;$$

$$AC = BD$$

Доказательств

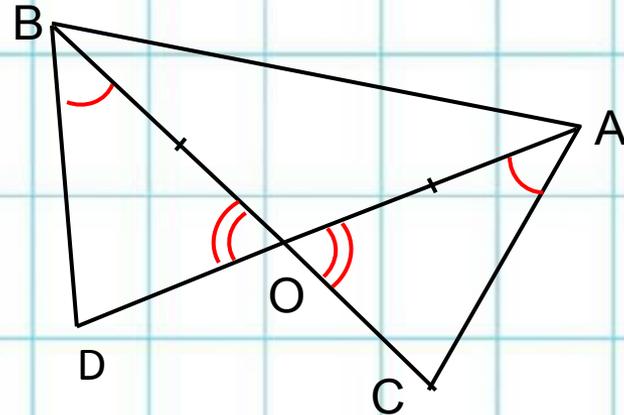
$\angle AOC = \angle BOD$ – как вертикальные \Rightarrow

$\triangle DOB = \triangle COA$ (по **Второму** признаку равенства
треугольников) \Rightarrow
 $\angle C = \angle D$

и



$$AC = BD$$



Задача № 3

В $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ медианы BM и B_1M_1 равны, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Дано: $\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$

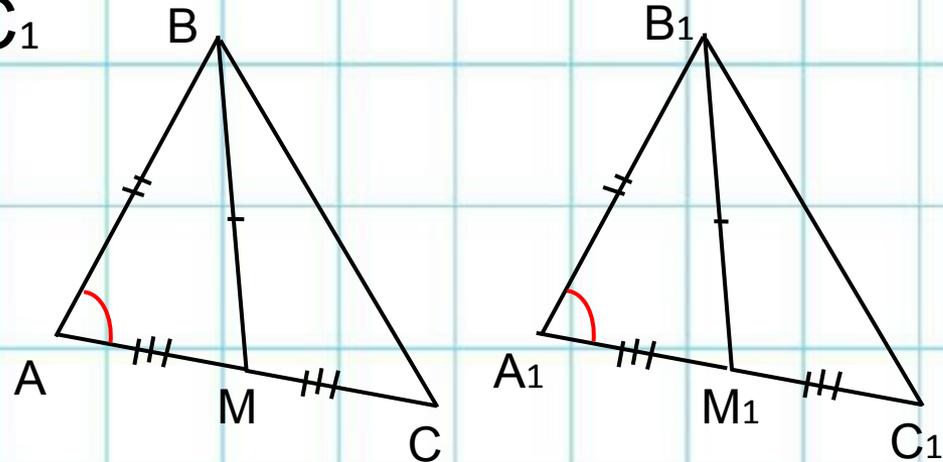
$AM = MC$; $A_1M_1 = M_1C_1$

$BM = B_1M_1$

$AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательств Т.к. $AC = A_1C_1$; $AM = MC$; $A_1M_1 = M_1C_1$

$AM = A_1M_1 = MC = M_1C_1$ т.к. $BM = B_1M_1 \Rightarrow$

$\triangle ABM = \triangle A_1B_1M_1$ (по **ТРЕТЬЕМУ** признаку равенства

треугольников) $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (по **ВТОРОМУ**

\Rightarrow признаку)



Разработчики

Авторы:

Седов Алексей Михайлович
учитель математики ГБОУ СОШ №535, Санкт-Петербург
stk-97@mail.ru

Благодарности:

Автор выражает признательность и благодарность
Лоншаковой Татьяне Евгеньевне - методисту
кафедры физико-математического образования АППО, СПб.

Продукт:

©2013г., Соответствует ФГОС.

Предназначен для свободного использования в некоммерческих целях. Не допускается использование отдельных блоков и частей продукта без разрешения автора. При использовании в коммерческих целях необходимо согласовать размер авторского вознаграждения с автором.

Материалы:

Геометрия, 7-9 классы [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]

