

Работа и энергия

- *Работой* силы на перемещении называется *проекция этой силы на направление перемещения, умноженная на величину перемещения*: Рис. 9а, (1.28)
- где α – угол между векторами силы и перемещения (рис. 9). Величина в (1.28) предполагается бесконечно малой, поэтому называется также *элементарной работой*.

- При конечном перемещении точки вдоль некоторой кривой L работа определяется следующим образом. Траектория разбивается на бесконечно малые элементы, на каждом из которых вычисляется элементарная работа по формуле (1.28), а затем все элементарные работы складываются. Эта сумма в пределе, когда длины элементарных перемещений стремятся к нулю, а их число к бесконечности есть по определению *работа силы вдоль кривой L* . В математике такой предел называется *криволинейным интегралом* вектора вдоль кривой L . Таким образом:

- $$(1.29)$$

- Единицей работы в СИ является *джоуль* (Дж) ($1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$). Работа, совершенная за небольшой промежуток времени и отнесенная к этому промежутку называется *мощностью*:

- .
(1.30)

- Она измеряется в системе СИ в *ваттах* (Вт) ($1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$).

- Используя второй закон Ньютона в виде , равенство и соотношение , которое получается при дифференцировании тождества , получим из (1.29):

- $$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = m v \frac{dv}{dt} \quad (1.31)$$

- Величина

- $$\frac{1}{2} m v^2 \quad (1.32)$$

- называется кинетической энергией материальной точки. Используя это определение можно записать (1.31) в виде:

- $$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = m v \frac{dv}{dt} \quad (1.33)$$

$\alpha z_1 - z_2 z_2 z$ Рис. 10z1

- т.е. *работа силы при перемещении материальной точки равна приращению кинетической энергии этой точки.*

- Этот результат очевидно обобщается на случай произвольной механической системы. Написав соотношения (1.33) для всех точек системы, а затем сложив эти соотношения, получим, что *работа всех сил, действующих на механическую систему, равна приращению кинетической энергии системы*. Отметим, что в отличие от полного импульса, приращение которого определяется только внешними силами, действующими на систему (1.26), приращение кинетической энергии определяется работой не только внешних, но и внутренних сил.

- Рассмотрим работу постоянной по величине и направлению силы, например, силы тяжести (рис. 10). Элементарная работа на перемещении :

- ,
$$(1.34)$$

- где z_1 и z_2 – высоты (вертикальные координаты) начальной и конечной точек пути

- Разбивая теперь перемещение вдоль произвольной кривой на элементарные участки, применяя к каждому формулу (1.34) и складывая элементарные работы, получим, что работа силы тяжести (как и любой постоянной силы) *не зависит от формы пути, а определяется только начальным и конечным положением перемещающейся точки*. Можно показать, что аналогичным свойством обладает и любая *центральная* сила. (Т. е. сила, направленная всюду к одной и той же точке и зависящая только от расстояния от этой точки.)

- Вообще, силы для которых работа не зависит от пути, вдоль которого происходит перемещение точки, а определяется только начальным и конечным ее положениями называются *консервативными* или *потенциальными*. Соответственно, силы, для которых работа зависит от пути, называются *неконсервативными* или *диссипативными*.

- Работа любой консервативной силы вдоль пути от точки до точки может быть представлена в виде
- $$A = -\int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = -\Delta U$$
 (1.34)
- где U - некоторая функция положения точки. Эта функция называется *потенциальной энергией* материальной точки. То есть, *работа консервативной силы равна убыли потенциальной энергии точки*. Объединяя этот результат с (1.33), получим:
- $\frac{d}{dt} \left(\frac{mv^2}{2} + U \right) = 0$ или $\frac{mv^2}{2} + U = \text{const}$.
- Сумма кинетической и потенциальной энергии называется *полной энергией* точки:
- $E = \frac{mv^2}{2} + U$.
- Таким образом, $\frac{dE}{dt} = 0$, или
- $E = \text{const}$ (1.35)

- Закон сохранения (1.35) можно обобщить на случай произвольной механической системы. Если внутренние и внешние силы в системе консервативны, их работа определяется только начальной и конечной конфигурациями механической системы. В этом случае можно ввести (аналогично (1.34)) потенциальную энергию, зависящую только от радиус-векторов точек механической системы и из (1.33) получить **закон сохранения энергии в механике**:

- $$\frac{dE}{dt} = 0, \quad (1.36)$$

- т. е. *в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная энергия не изменяется со временем.*

- Если в системе действуют диссипативные силы, такие как, например, силы трения, ее полная энергия не сохраняется. Однако опыт показывает, что всякий раз, когда изменяется полная энергия, в системе происходят какие-то внутренние изменения. Например, выделяется или поглощается тепло, звуковые или электромагнитные волны. Оказывается, со всеми известными на сегодня процессами можно связать «виды» или «формы» энергии – дополнительные слагаемые в (1.36), с учетом которых это равенство оказывается верным в любой ситуации. В этом заключается универсальный, общезначимый **закон сохранения энергии** – *энергия не исчезает и не появляется, она только переходит из одного вида в другой.*