Лекция №11. Модифицированное уравнение массопередачи

Во многих случаях расчётной практики основное уравнение массопередачи используется в модифицированной форме. Так как поверхность фазового контакта не определяется простым геометрическим вычислением. В этом случае основной технической характеристикой аппарата может служить объём, высота или число ступеней фазового контакта.

Для вывода модифицированного уравнения массопередачи, когда за основную техническую характеристику аппарата принимается его высота, поверхность фазового контакта во всём объёме аппарата можно представить выражением:

$$F = f \cdot H \cdot \sigma, [м^2] \qquad (1)$$

где f – площадь сечения аппарата, $м^2$,

H – высота аппарата, $м^2$,

σ - удельная поверхность фазового контакта в единице объёма аппарата, $м^2/м^3$.

Для всей поверхности фазового контакта f на основании основного уравнения массопередачи и уравнения материального баланса можно написать

$$M = G(y_н - y_к) = K_y F \Delta y_m, \qquad (2)$$

где Δy_m – средняя движущая сила; G – весовая скорость газовой фазы вдоль их фаз раздела в кг/час; $(y_н - y_к)$ – концентрация распределяемого вещества; K_y – коэффициент массопередачи.

Модифицированное уравнение массопередачи

Тогда

$$\Delta y_m = \frac{y_н - y_к}{\int_{y_к}^{y_н} \frac{dy}{y - y_р}}; \quad \Delta x_m = \frac{x_к - x_н}{\int_{x_н}^{x_к} \frac{dx}{x_р - x}} \qquad (3)$$

Найденные значения F и Δy_m подставим в уравнение (2), получим:

$$M = k_y f H \sigma \frac{y_н - y_к}{\int_{y_к}^{y_н} \frac{dy}{y - y_р}} \qquad (4)'\,*$$

$$G(y_н - y_к) = k_y f H \sigma \frac{y_н - y_к}{\int_{y_к}^{y_н} \frac{dy}{y - y_р}} \qquad (4)$$

откуда

$$H = \frac{G}{k_y f \sigma} \int_{y_к}^{y_н} \frac{dy}{y - y_р} \qquad (5)$$

Модифицированное уравнение массопередачи

Если движущая сила выражена через концентрацию распределяемого вещества в жидкой фазе, модифицированное уравнение массопередачи будет иметь вид:

$$H = \frac{L}{k_x f \sigma} \int_{x_н}^{x_к} \frac{dx}{x_p - x} \qquad (6),$$

где L и G – потоки жидкости и газа, поступающие на обработку.

Множители в уравнениях (5) и (6) представляют собой высоту аппарата, эквивалентную единице переноса ВЕП = h.

Интеграл представляет собой изменение рабочих концентраций на единицу движущей силы на данном участке и называется числом единиц переноса – n.

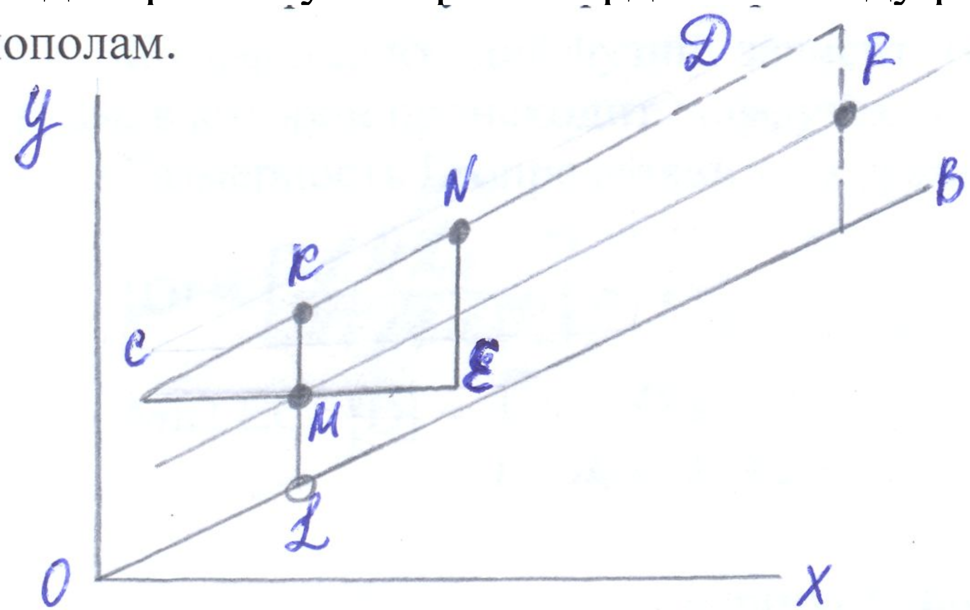
Число единиц переноса определяется методом графического интегрирования. Одна единица переноса n = 1 соответствует участку аппарата, на котором изменение рабочих концентраций равно средней движущей силе на данном участке.

Уравнения (5) и (6) после введения определённой высоты единиц переноса и числа единиц переноса записывается

$$H = h \cdot n \qquad (7)$$

Определение числа единиц переноса графическим методом

На диаграмме y-x отрезки ординат между рабочей и равновесной линиями делят пополам.



Через их середины проводится вспомогательная линия FM. Из точки C проводят горизонталь CE, которая равна удвоенному отрезку CM.

Из точки E проводят вертикаль EN до пересечения с рабочей линией.

Из подобия треугольников CMK и CEN следует, что EN/KM = CE/CM.

По построению CE = 2CM и KM = KL/2, тогда

EN = KM · CE/CM = KL/2 · 2CM/CM = KL

Ступенька CEN соответствует некоторому участку аппарата, в котором изменение рабочих концентраций в фазе G равно EN, а в фазе L соответствует CE.

Отрезок KL изображает среднюю движущую силу на этом участке. Так как по построению изменение рабочей концентрации EN равно средней движущей силе к L, то ступенька CEN соответствует одной единице переноса.

Массообмен между фазами

Перенос вещества между фазами осуществляется одновременно молекулярной и конвективной диффузией. В массе фазы, вследствие интенсивного перемешивания концентрация распределяемого вещества в каждом сечении системы почти одинакова, и поэтому перенос вещества осуществляется преимущественно конвективной диффузией, т.е. движущимися частицами носителя и распределяемого вещества.

В пограничном слое перенос вещества осуществляется как молекулярной, так и конвективной диффузией. У поверхности раздела фаз возрастает роль молекулярной диффузии. Если массообмен происходит между твёрдой фазой и жидкостью или газом, то внутри твёрдой фазы перенос вещества осуществляется массопроводностью. Закон массопроводности аналогичен закону молекулярной диффузии.

Перенос вещества молекулярной диффузией определяется первым законом Фика, согласно которому количество продиффундировавшего через слой вещества пропорционально градиенту концентрации, времени и поверхности слоя, перпендикулярной к направлению диффузионного потока,

$$dM = -D \cdot dc/dx \cdot dFd\tau,$$

где M – количество продиффундировавшего вещества, кг (кгс).

dc/dx - градиент концентрации в направлении диффузии, (кг/м^3)/м.

F – площадь слоя, через который происходит диффузия вещества, м^2.

τ - время, сек (ч); D – коэффициент диффузии.

Массообмен между фазами

Коэффициент диффузии зависит от свойств диффундирующего вещества и среды, в которой происходит диффузия, а также от температуры и давления. Размерность D определяется из уравнения Фика.

$$[D] = \left[\frac{dM\,dx}{dF\,dC\,d\tau}\right] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{кг}/\text{м}^3\cdot\text{сек}}\right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{сек}}\right]$$

$$\text{МКГСС} \quad [D] = \left[\frac{\text{кгс}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{кгс}/\text{м}^3\cdot\text{час}}\right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{час}}\right]$$

Конвективная диффузия.
Критериальное уравнение конвективного массообмена

При конвективной диффузии перенос вещества осуществляется движущимися частицами носителя и распределяемого вещества.

При конвективной диффузии количество переносимого вещества из фазы, отдающей вещество, к поверхности раздела фаз пропорционально поверхности фазового контакта, времени, частной движущей силе, т.е. разности концентрации распределяемого вещества в фазе и у поверхности раздела.

$$dM = \beta \cdot dF \cdot d\tau \cdot \Delta c, \ [\text{кг/кмоль}] \qquad (1)$$

где F – поверхность фазового контакта, $м^2$.

τ - время, сек.

Δc – частная движущая сила процесса.

β - коэффициент массопередачи.

В СИ $[\beta] = \left[\dfrac{dM}{dF\,d\tau\,\Delta c}\right] = \left[\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^2,\ \text{сек}\ (\text{ед. дв. силы})}\right]$

В МКГСС $[\beta] = \left[\dfrac{\text{кмоль}}{\text{м}^2,\ \text{час}\cdot(\text{ед. дв. силы})}\right]$

Конвективная диффузия.
Критериальное уравнение конвективного массообмена

Дифференциальное уравнение переноса массы в движущемся потоке.

$$D\left(\frac{d^2c}{dx^2}+\frac{d^2c}{dy^2}+\frac{d^2c}{dz^2}\right)=\left(w_x\frac{dc}{dx}+w_y\frac{dc}{dy}+w_z\frac{dc}{dz}\right)$$

Это уравнение дополняется граничными условиями диффузии. Количество вещества, перемещающегося из фазы к границе раздела фаз, определяется уравнением конвективной диффузии

$$dM = \beta \cdot dF \cdot d\tau \cdot \Delta c \qquad (1)$$

У поверхности раздела фаз это же количество вещества перемещается в другую фазу за счёт молекулярной диффузии и определяется по уравнению молекулярной диффузии.

$$dM = -D \cdot dc/dx \cdot dF \cdot d\tau \qquad (2)$$

После сравнения уравнений (1) и (2) получим
$\beta\Delta c = -D \cdot dc/dx$ - математическую формулировку граничных условий.

Конвективная диффузия.
Критериальное уравнение конвективного массообмена

Полученные дифференциальные уравнения конвективного массообмена аналитически неразрешимы, поэтому методом теории подобия из них получают критериальные уравнения для определения коэффициента массоотдачи.

Методом теории подобия из уравнения граничных условий выводится безразмерный критерий подобия

$\beta \cdot l/D$ = idem – характеризующий обмен веществ на границе фаз: по своей структуре совершенно аналогичен критерию Нуссельта.

$Nu' = \beta \cdot l/D$, где l – характерный линейный размер, м. (сравнить с $Nu = \alpha \cdot l/\lambda$)

Другой критерий подобия диффузионных процессов получается путём преобразования дифференциального уравнения конвективного массообмена. Упрощённо напишем только относительно оси x.

$$w_x \frac{dc}{dx} = D \cdot \frac{d^2c}{dx^2}$$

- из этого уравнения получается безразмерный комплекс

$w \cdot l/D$ = idem

$Pe' = w \cdot l/D$ - диффузионный критерий Пекле.

Конвективная диффузия.
Критериальное уравнение конвективного массообмена

При вынужденном движении потока конвективный массообмен можно представить в виде функции от критериев подобия:

$$f(Pe', Nu', Re, \Gamma) = 0,$$

где Г - симплекс геометрического подобия, выражающий отношения различных геометрических размеров аппаратов $\Gamma = l_1/l_o$ (l_1 и l_o – величины, характеризующие размеры стенок)

Коэффициент массоотдачи является неопределяющим параметром. Поэтому критерий Нуссельта можно представить в виде функциональной зависимости от определяющих критериев:

$$Nu' = A \cdot Re^m \cdot Pr'^n \cdot \Gamma^k$$

причём A, m, n, k – находят опытным путём.

$$\beta = \frac{Nu' D}{l}$$

$$Pr' = \frac{Pe'}{Re} = \frac{\frac{wl}{D}}{\frac{wl\rho}{\mu}} = \frac{\mu}{D\rho}$$