

Лекции по физике.

Механика

Механические колебания. Маятники.
Волновые процессы.

Механические колебания

- **Колебаниями** называются процессы, происходящие с некоторой долей повторяемости
- **Классификация колебаний**
 - **Свободные** (собственные)
 - **Вынужденные**
 - **Параметрические**
 - **Автоколебания**

Механические колебания

- **Гармонические колебания** описываются гармоническими функциями ($\sin$, $\cos$)
 - Процессы в природе часто близки к гармоническим
 - Любые колебания можно рассматривать как суперпозицию гармонических

МАЯТНИКИ

Малые колебания

- Рассмотрим механическую систему с одной степенью свободы, имеющую минимум потенциальной энергии $U(x)$ в точке $x=0$
- Разложим $U(x)$ в ряд Маклорена:
$$U(x) = U(0) + U'(0) \cdot x + \frac{1}{2} \cdot U''(0) \cdot x^2 + \dots$$

из условия минимума $\rightarrow U'(0)=0$ и $U''(0)>0$
положим $U(0)=0 \rightarrow U(x) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

Малые колебания

- $F = -\text{grad}U = -k \cdot x$ – восстанавливающая сила
- Если эта сила действует на тело массой m , то уравнение движения принимает вид:
$$m \cdot x'' = -k \cdot x \quad \text{или} \quad x'' + k/m \cdot x = 0$$
- Решение этого уравнения:
$$x = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0), \quad \omega_0^2 = k/m,$$

где A – амплитуда, ϕ_0 – начальная фаза,
 ω_0 – **круговая частота**, $\omega_0 \cdot t + \phi_0$ – фаза

Малые колебания

- Сила трения: $F_{\text{тр}} = -r \cdot x'$, где r – коэффициент сопротивления
- Уравнение движения с учётом силы трения:

$$m \cdot x'' = -k \cdot x - r \cdot x' \quad \text{или} \quad x'' + 2 \cdot \beta \cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = 0,$$

где $2 \cdot \beta = r/m > 0$.

Это уравнение описывает **затухающие собственные колебания**

затухающие
колебания

Малые колебания

- Решение уравнения:
 $x = A \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0), \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$
- При действии на систему внешней силы $f(t)$ уравнение движения принимает вид:

$$x'' + 2 \cdot \beta \cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = f(t) \quad (1)$$

Это уравнение описывает **вынужденные колебания**. Решение будет гармоническим, если $f(t)$ – гармоническая функция: $f(t) = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$

- В общем случае $\omega \neq \omega_0$

вынужденные колебания

Малые колебания

- Уравнение (1) является **линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами**
- Если $f(t) \neq 0$, то (1) **неоднородное** уравнение, если $f(t) = 0$, то **однородное**
- Общее решение неоднородного уравнения равно сумме общего решения однородного уравнения и какого-либо частного решения неоднородного уравнения

Малые колебания

- При $f(t)=F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ решение уравнения (1) имеет вид:

$$x = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \beta^2 \cdot \omega^2}} \cdot \cos(\omega \cdot t - \arctg \frac{2 \cdot \beta \cdot \omega}{\omega_0^2 - \omega^2})$$

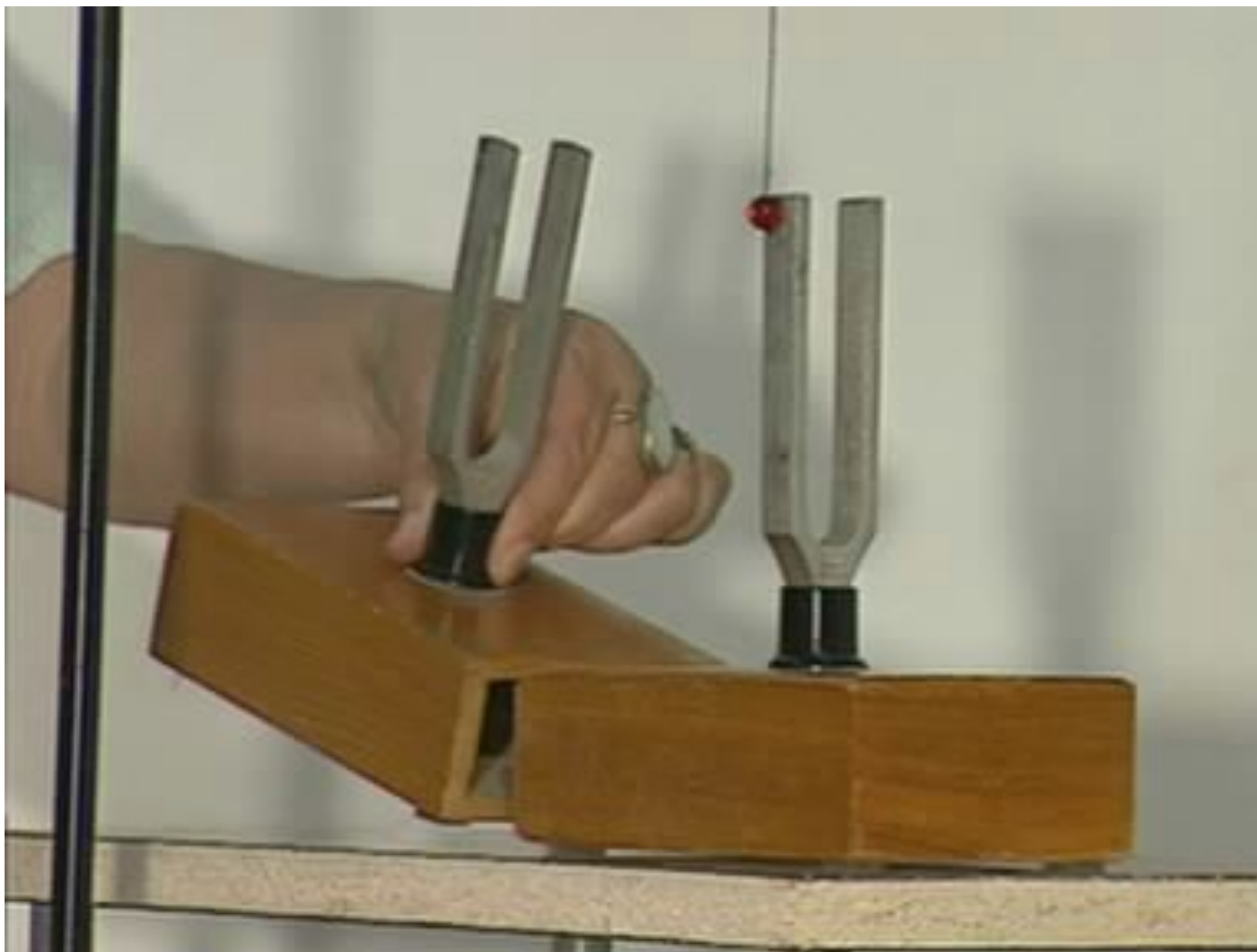
Малые колебания

Особенности решения:

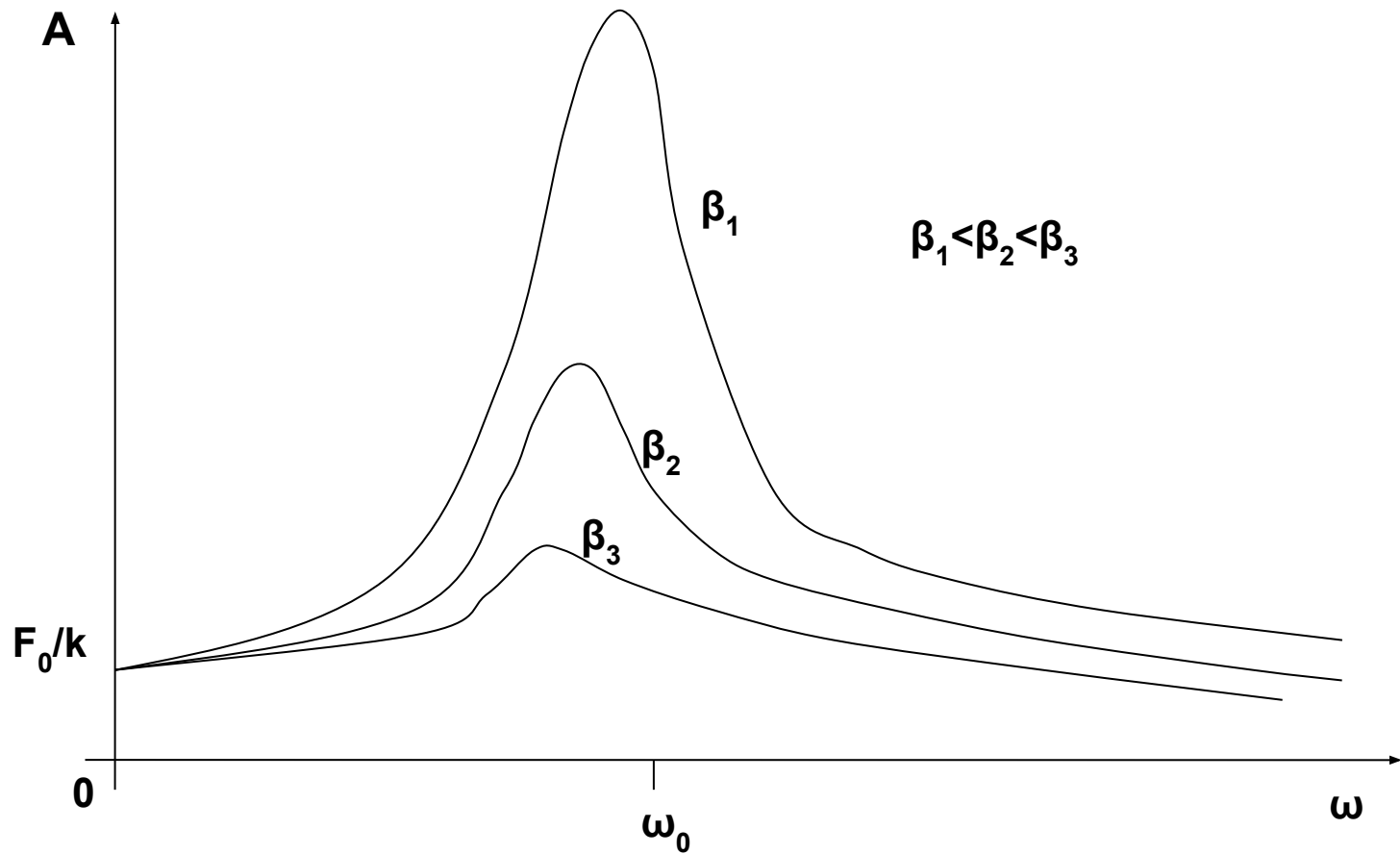
1. Частота колебаний равна частоте вынуждающей силы
2. При $\omega \rightarrow \omega_0$ наступает **явление резонанса** при котором амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума
3. Вынужденные колебания отстают по фазе от вынуждающей силы
 - Угол отставания $\phi = \pi/2$ при резонансной частоте, $\phi \rightarrow 0$ при $\omega \rightarrow 0$ и $\phi \rightarrow \pi$ при $\omega \rightarrow \infty$

резонанс

Явление резонанса



Малые колебания



Гармонические колебания

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0)$$

- **Период:** $T = 2 \cdot \pi / \omega_0$, с
- **Частота:** $\nu = 1/T = \omega_0 / 2 \cdot \pi$, Гц
- **Скорость:** $v = x' = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \phi_0) =$
 $= A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0 + \pi/2)$
- **Ускорение:** $a = x'' = -A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0) =$
 $= A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0 + \pi) =$

Гармонические колебания

Значения A и ϕ_0 могут быть определены из начальных условий, т.к. при $t=0$:

$$x_0 = A \cdot \cos(\phi_0), \quad v_0 = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\phi_0)$$

Отсюда получаем:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \phi_0 = -\frac{v_0}{x_0 \cdot \omega_0}$$

Гармонические колебания

- В процессе колебаний происходит превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно. Кинетическая энергия достигает максимума при прохождении точки равновесия, а потенциальная — в точках максимального отклонения

Сложение колебаний

- Согласно теореме Фурье негармоническое колебание можно представить как бесконечную сумму гармонических колебаний с частотами кратными частоте исходного колебания:

$$x_{\omega_0}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

сложение колебаний

фигуры Лиссажу

Пружинный маятник

- Возвращающая сила:

$$F_{\text{н}} = k \cdot \Delta l$$

- Уравнение движения:

$$\Delta l'' + (k/m) \cdot \Delta l = 0$$

- Частота и период колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Математический маятник

- Положение системы задаётся углом отклонения.
- Уравнение движения:
 $m \cdot l^2 \cdot \phi'' = -m \cdot g \cdot l \cdot \phi$ или $\phi'' + (g/l) \cdot \phi = 0$
- Частота и период колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Гармонические колебания

- Широкое применение на практике получили генераторы колебаний – устройства в которых возбуждаются и поддерживаются автоколебания. В этих устройствах потери энергии колебательной системы компенсируются за счёт подвода энергии извне с помощью специального механизма

автоколебания

Звуковые колебания

- Особую роль в жизни людей играют звуковые колебания которые представляют собой колебания частиц окружающей среды (воздух, вода и т.д.). Эти колебания используются для получения информации об окружающем мире
- Существуют различные способы возбуждения звуковых колебаний

звуковой генератор

камертоны

СВИСТКИ

струнные

Конец лекции