

Сегодня: *

Электромагнетизм

Степанова Екатерина Николаевна
доцент кафедры ОФ ФТИ ТПУ

900igr.net

Тема 1. **МАГНИТНОЕ ПОЛЕ**

- **1.1. Магнитные взаимодействия**
- **1.2. Закон Био-Савара-Лапласа**
- **1.3. Магнитное поле движущегося заряда**
- **1.4. Напряженность магнитного поля**
- **1.5. Магнитное поле прямого тока**
- **1.6. Магнитное поле кругового тока**
- **1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции**

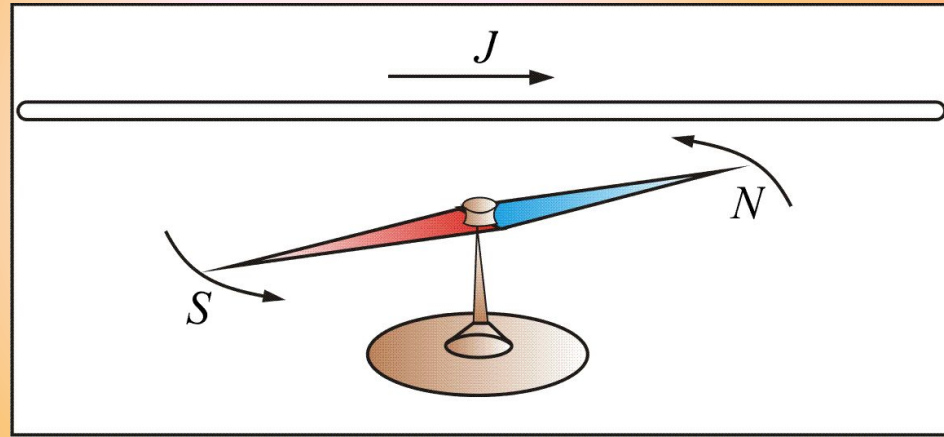
1.1. Магнитные взаимодействия

В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает *магнитное поле*.

Помещенная в это поле маленькая *магнитная стрелка* устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.

Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает *на север*, называется *северным*, а противоположный — *южным*.

При отклонении магнитной стрелки от направления магнитного поля, на стрелку действует **механический крутящий момент $M_{кр}$** , пропорциональный синусу угла отклонения α и стремящийся повернуть ее вдоль указанного направления.

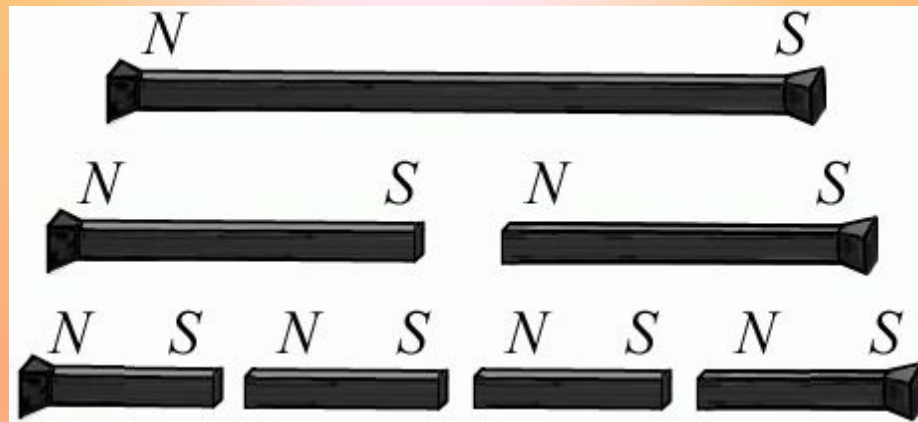


При взаимодействии постоянных магнитов они испытывают **результатирующий момент сил, но не силу**.

Подобно электрическому диполю, постоянный магнит в однородном поле стремится повернуться по полю, но не перемещаться в нем.

Отличие постоянных магнитов от электрических диполей заключается в следующем:

- **Электрический диполь всегда состоит из зарядов, равных по величине и противоположных по знаку.**
- **Постоянный же магнит, будучи разрезан пополам, превращается в два меньших магнита, каждый из которых имеет и северный и южный полюса.**

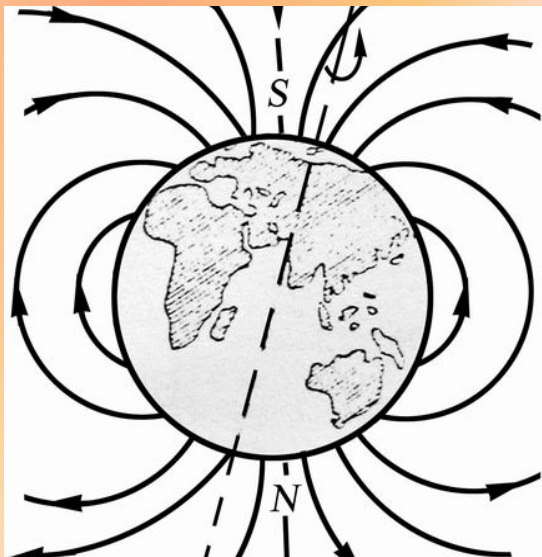


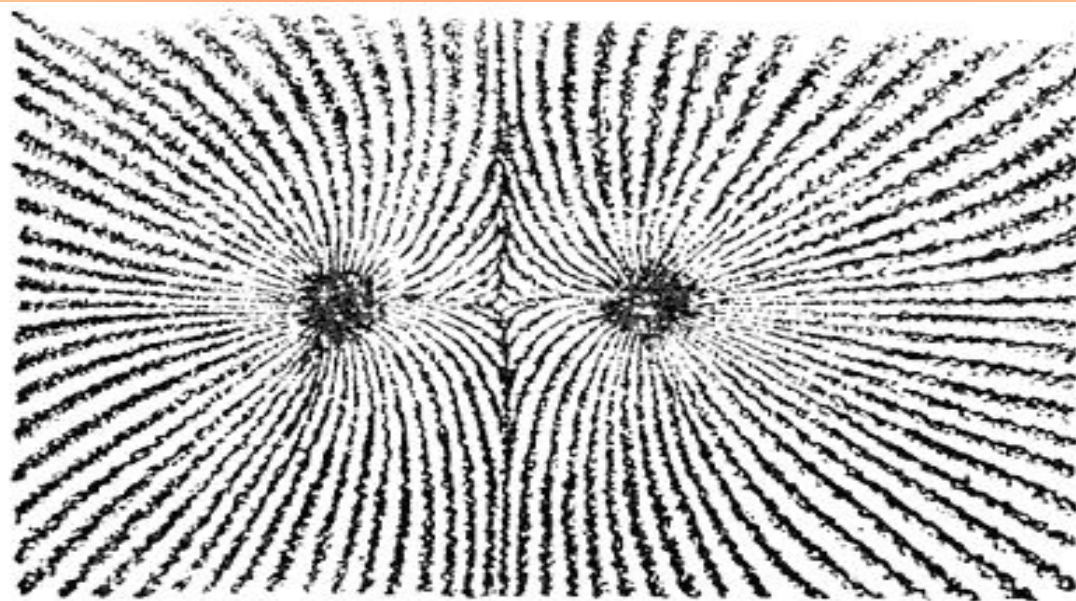


Подводя итоги сведениям о магнетизме, накопленным к **1600 г., английский ученый-физик Уильям Гильберт**

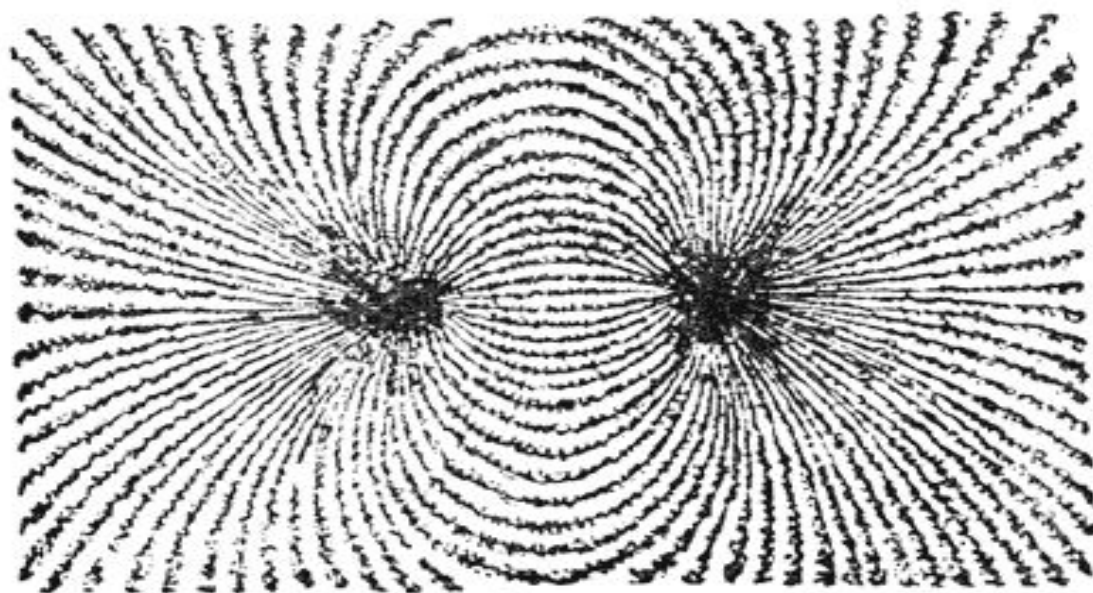
написал труд

«О магните, магнитных телах и большом магните – Земле»





Магнитное поле одноименных полюсов.

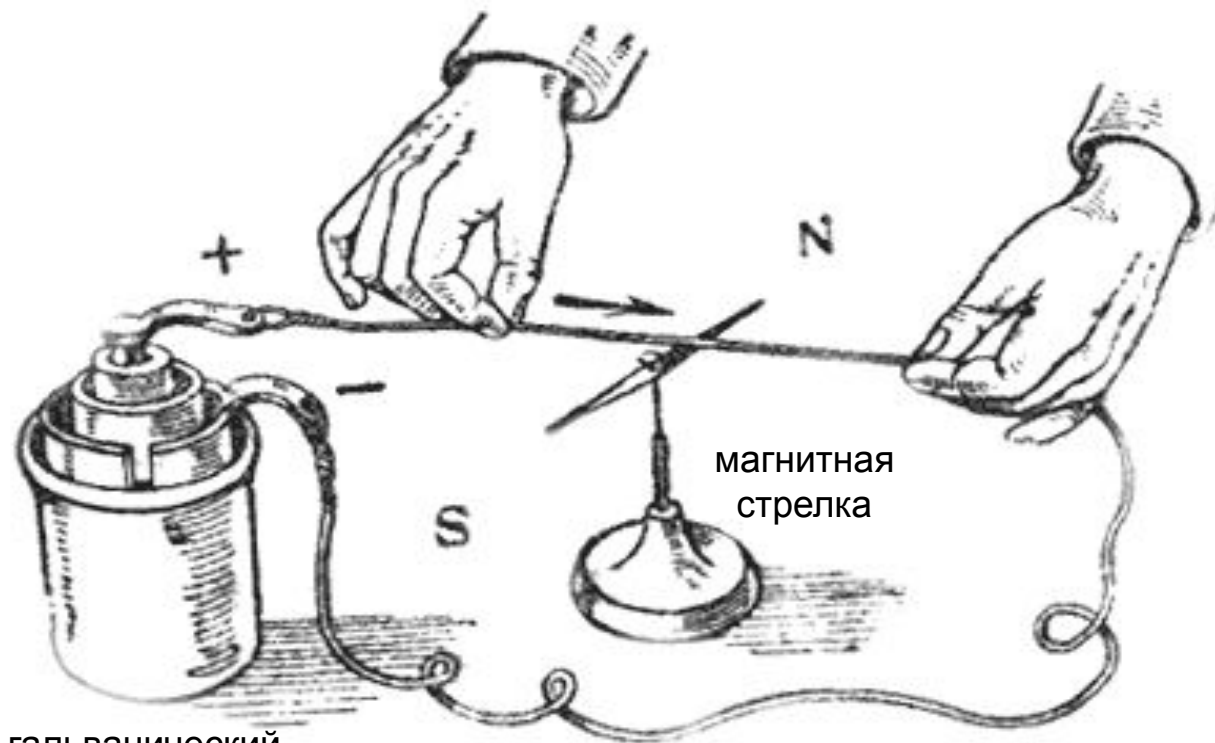


Магнитное поле разноименных полюсов.

В своих трудах У. Гильберт высказал мнение, что, несмотря на некоторое внешнее сходство, *природа электрических и магнитных явлений различна*. Все же, к середине XVIII века, окрепло убеждение о *наличии тесной связи между электрическими и магнитными явлениями*.

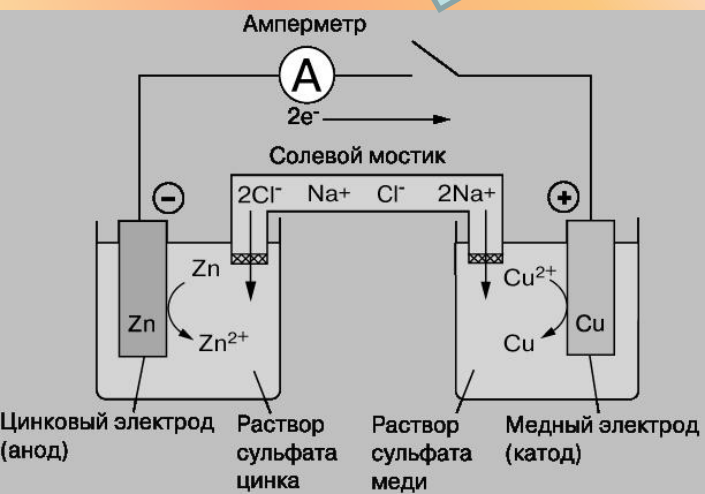


- В 1820 г. Х. Эрстед открыл магнитное поле электрического тока.
- А. Ампер установил законы магнитного взаимодействия токов.
- Ампер объяснил магнетизм веществ существованием молекулярных токов.



гальванический
элемент

Опыт Эрстеда.



Самый
распространенный вид
**гальванических
элементов** - это
батарейки

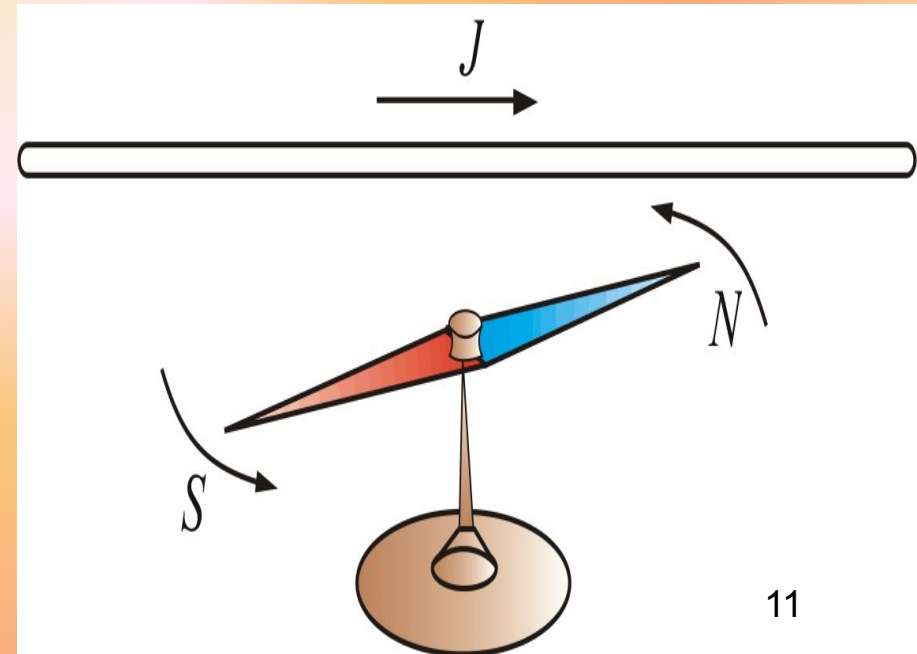


Открытие Эрстеда.

При помещении магнитной стрелки непосредственной близости от проводника с током он обнаружил, что при протекании по проводнику тока, стрелка отклоняется; после выключения тока стрелка возвращается в исходное положение (см. рис.).

Из описанного опыта

Эрстед делает **вывод**:
вокруг прямолинейного
проводника с током
есть магнитное поле.



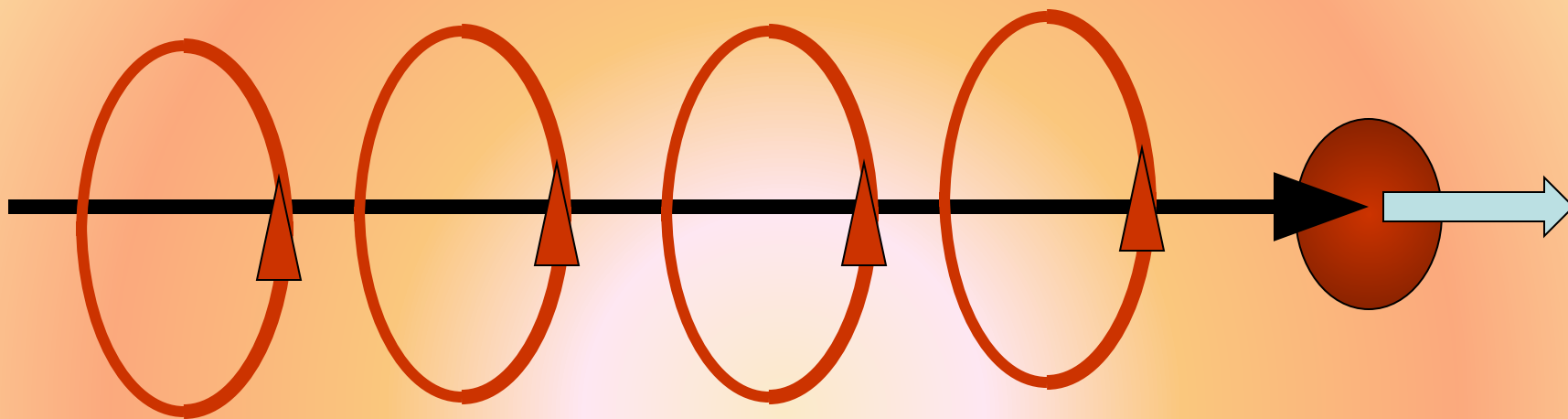
Общий вывод: *вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.*

Но ведь **ток** – это *направленное движение зарядов.*

Опыты подтверждают: магнитное поле появляется вокруг электронных пучков и вокруг перемещающихся в пространстве заряженных тел.

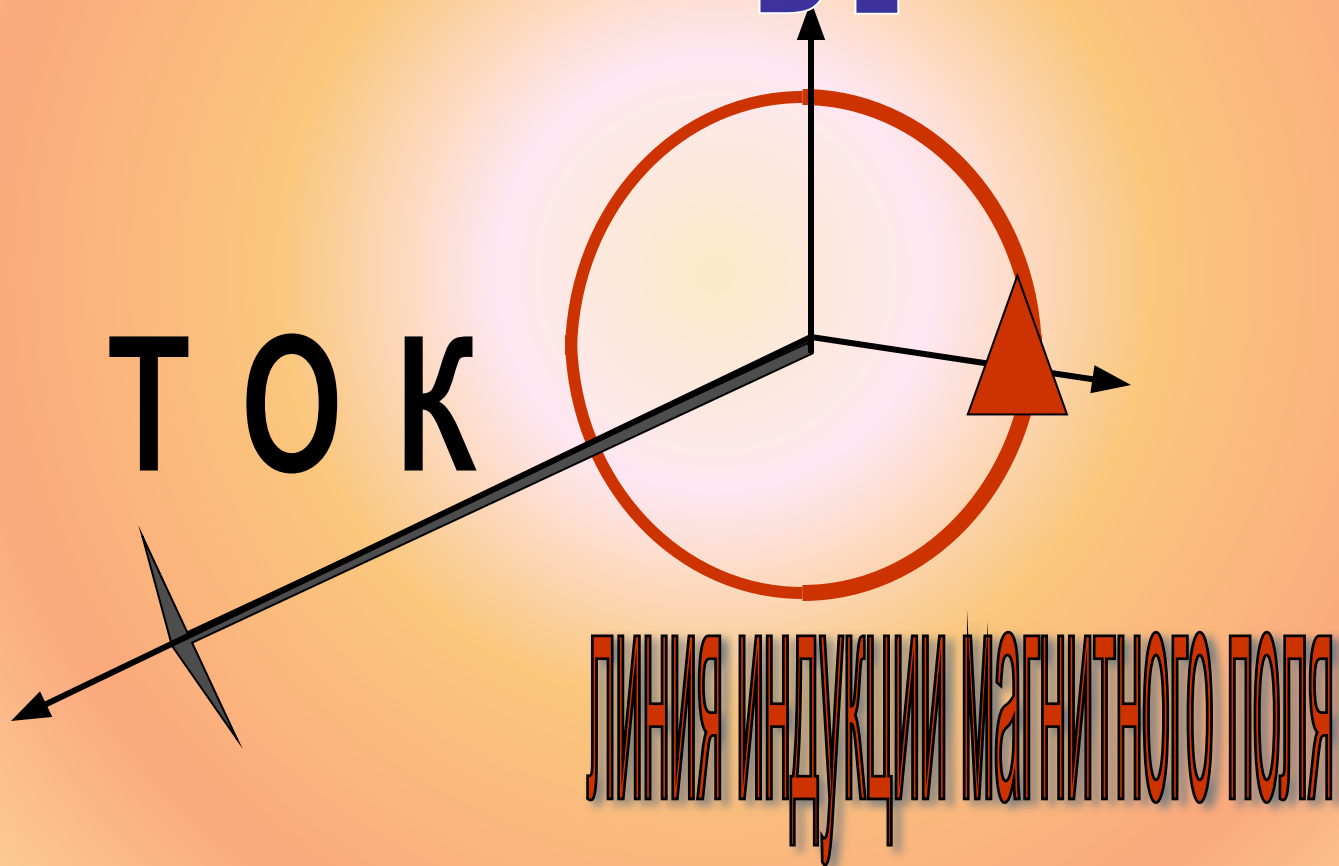
Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля существует еще и магнитное.

$$qV = \text{const}$$



Появляется магнитное поле

Правило буравчика



Правило буравчика



Правило буравчика



Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой. Магнитное поле материально. Теперь можно дать следующее определение магнитного поля:

Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

Аналогия точечному заряду – **замкнутый плоский контур с током (рамка с током)**, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.

Основное свойство магнитного поля — способность действовать на движущиеся электрические заряды с определенной силой.

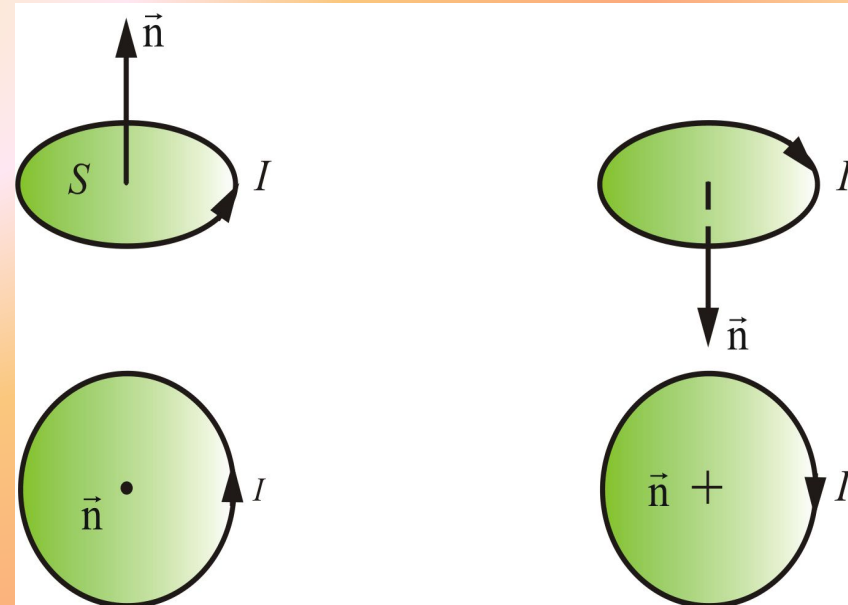
В магнитном поле контур с током будет ориентироваться определенным образом.

Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали, которое определяется

правилом правого винта

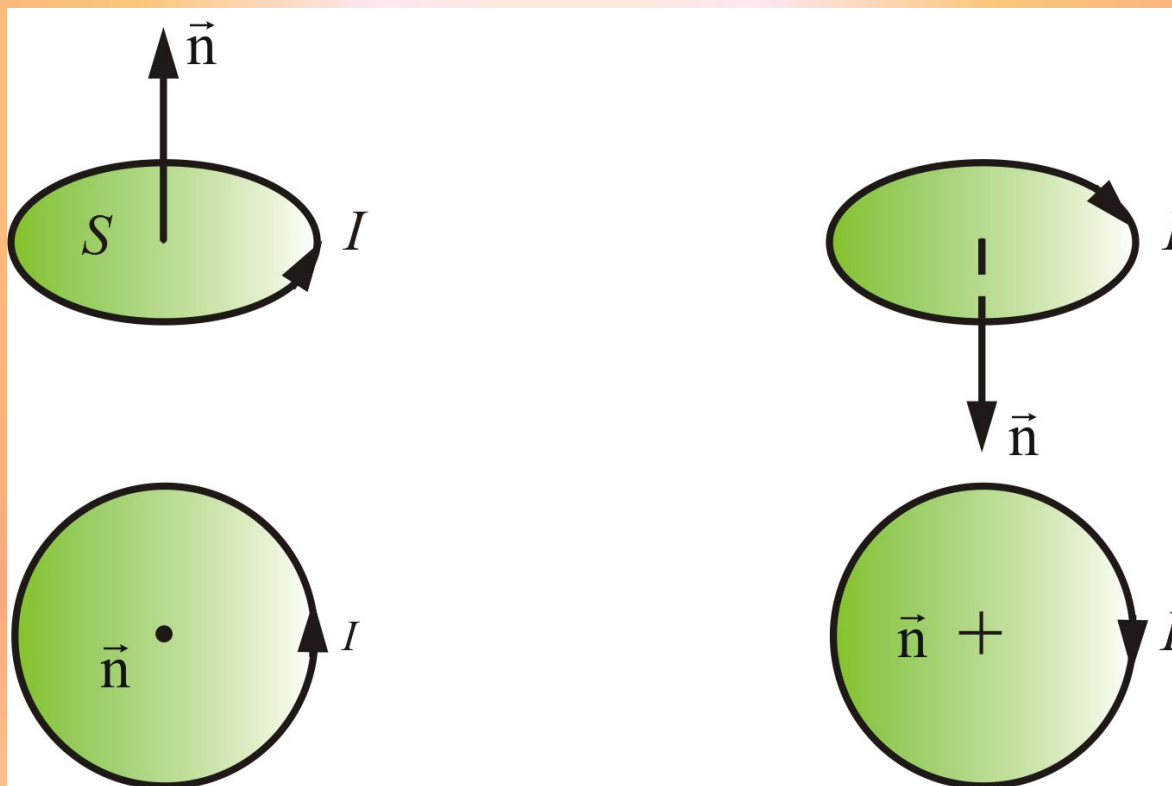
или «правилом буравчика»:

За положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке



Контур ориентируется в данной точке поля только одним способом.

За направление магнитного поля в данной точке принимается положительное направление нормали.



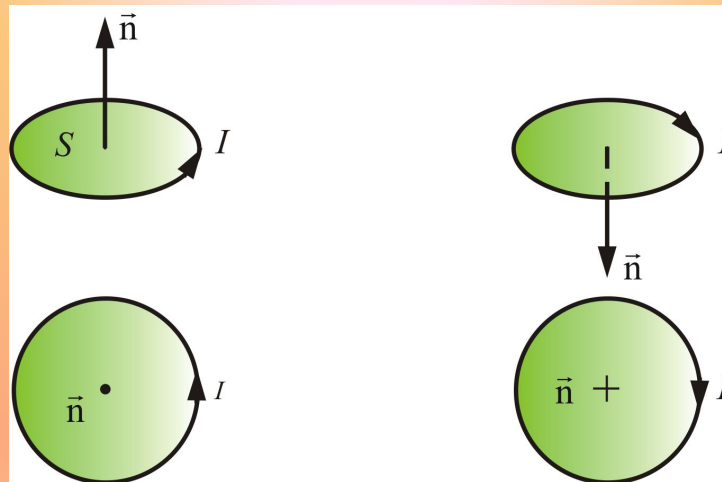
Вращающий момент прямо пропорционален величине тока I , площади контура S и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали $\vec{n}$

$$M \sim IS \sin(\angle \vec{n}, \vec{B}),$$

здесь M – *вращающий момент*, или *момент силы*,

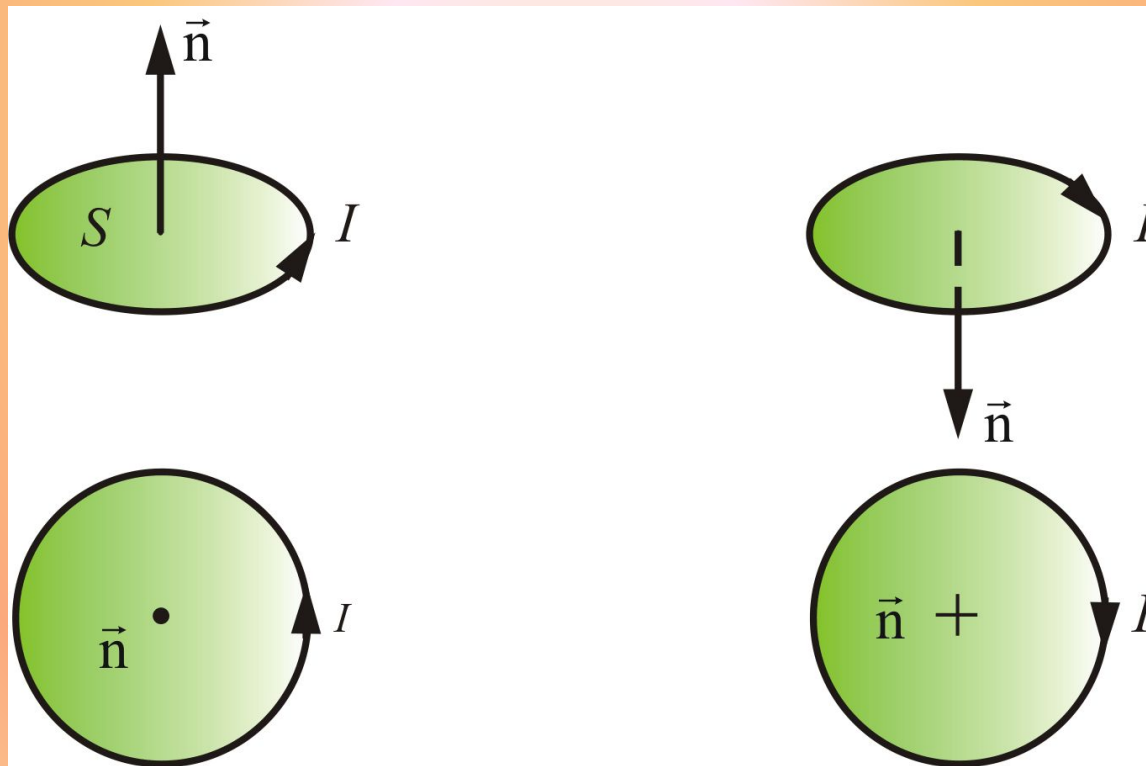
$IS = P_m$ *магнитный момент* контура (аналогично

– *электрический момент диполя*).



Направление вектора магнитного момента совпадает с положительным направлением нормали:

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}.$$



Отношение момента силы к магнитному моменту $\frac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, названной **магнитной индукцией**:

$$B = \frac{M}{P_m \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m},$$

$\vec{B}$ – **вектор магнитной индукции**, совпадающий с нормалью $\vec{n}$

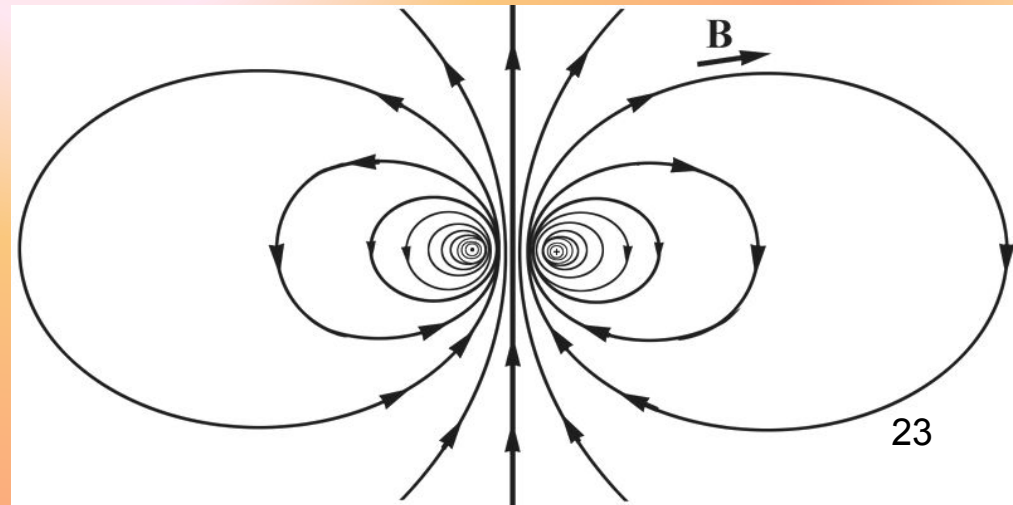
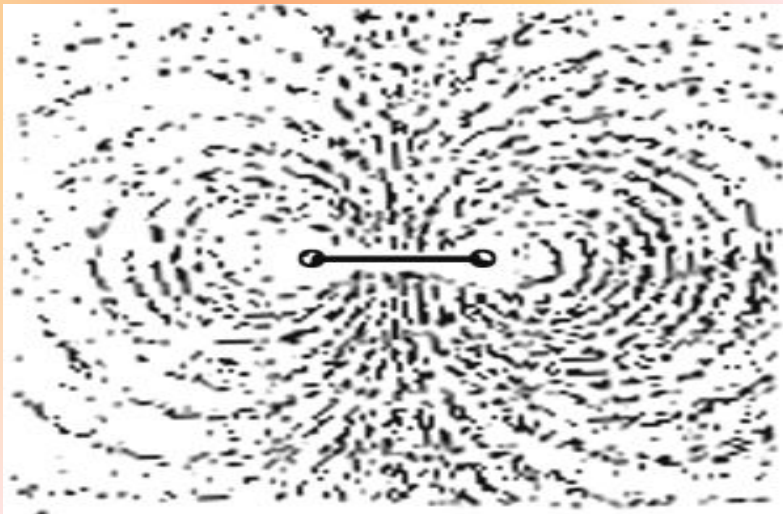
По аналогии с электрическим полем

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Магнитная индукция $\vec{B}$ характеризует силовое действие магнитного поля на ток (аналогично, $\vec{E}$ характеризует силовое действие электрического поля на заряд).

$\vec{B}$ – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью **магнитных силовых линий**.

Поскольку M – момент силы и P_m – магнитный момент являются характеристиками вращательного движения, то можно предположить, что **магнитное поле – вихревое**.

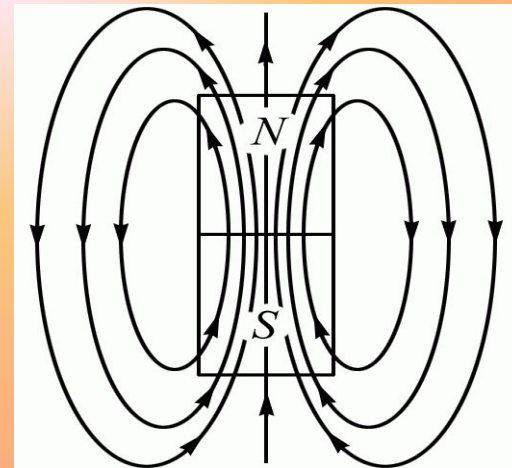
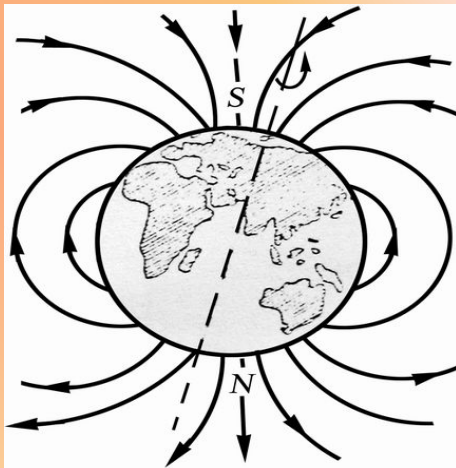


Условились, за направление $\vec{B}$ принимать направление северного конца магнитной стрелки.

Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.

Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (линиями магнитной индукции).

Линиями магнитной индукции называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке.



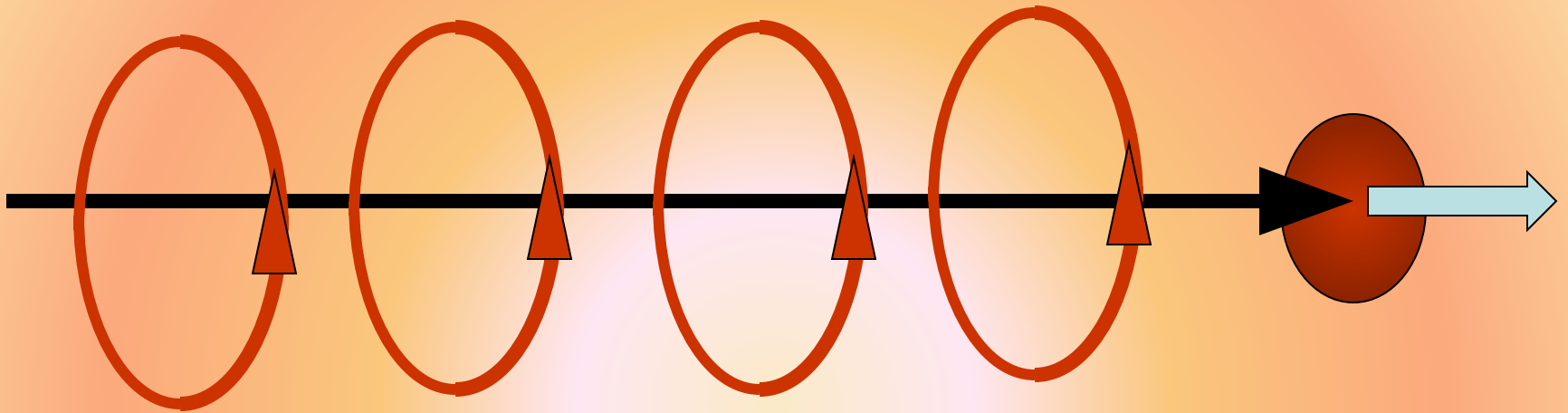
Конфигурацию силовых линий
легко установить с помощью
мелких железных опилок
которые намагничиваются в
исследуемом магнитном поле и
ведут себя подобно маленьким
магнитным стрелкам
(поворачиваются вдоль силовых
линий).



1.2. Закон Био–Савара–Лапласа

В 1820 г. французские физики Жан Батист **Био** и Феликс **Савар**, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик Пьер **Лаплас** обобщил эти исследования.

$$qV = \text{const}$$



Появляется магнитное поле

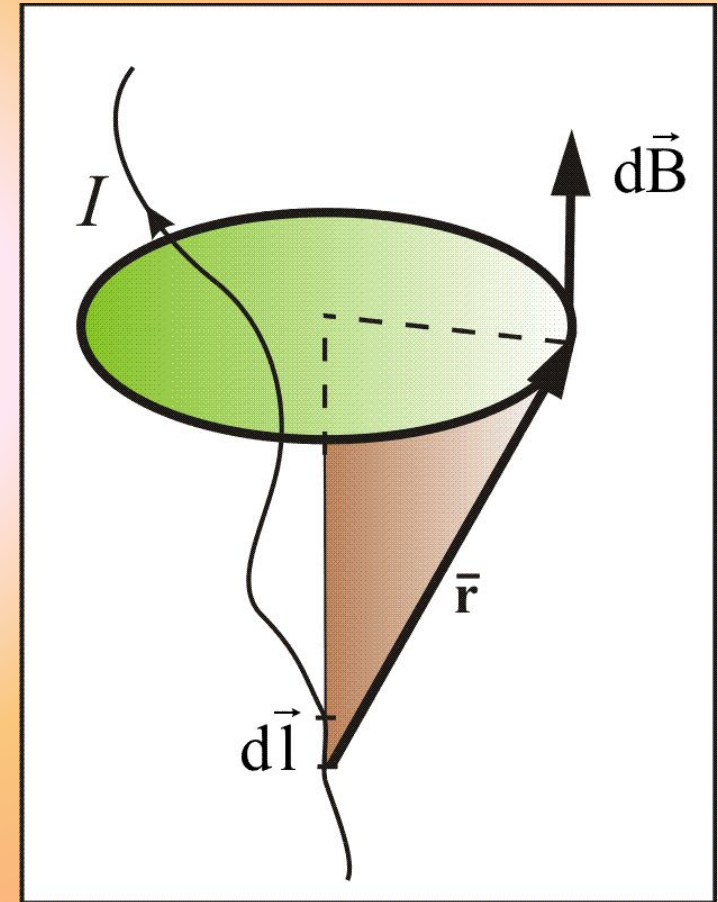
Закон Био–Савара–Лапласа

Элемент тока длины $d\vec{l}$ создает поле с магнитной индукцией:

$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$

или в векторной форме:

$$d\vec{B} = k \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}.$$



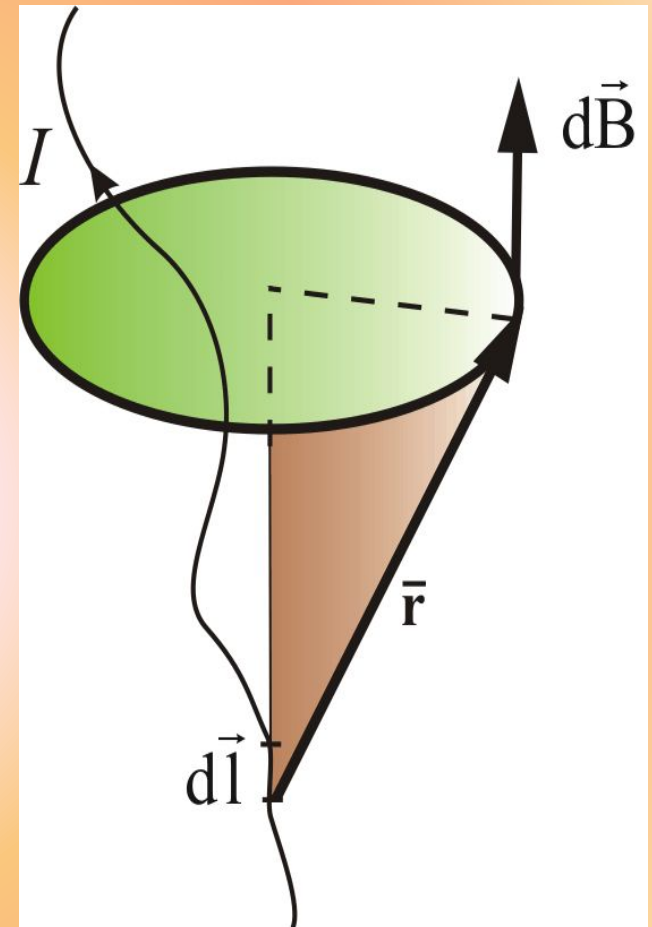
Здесь: I – ток;

$d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем $d\vec{B}$;

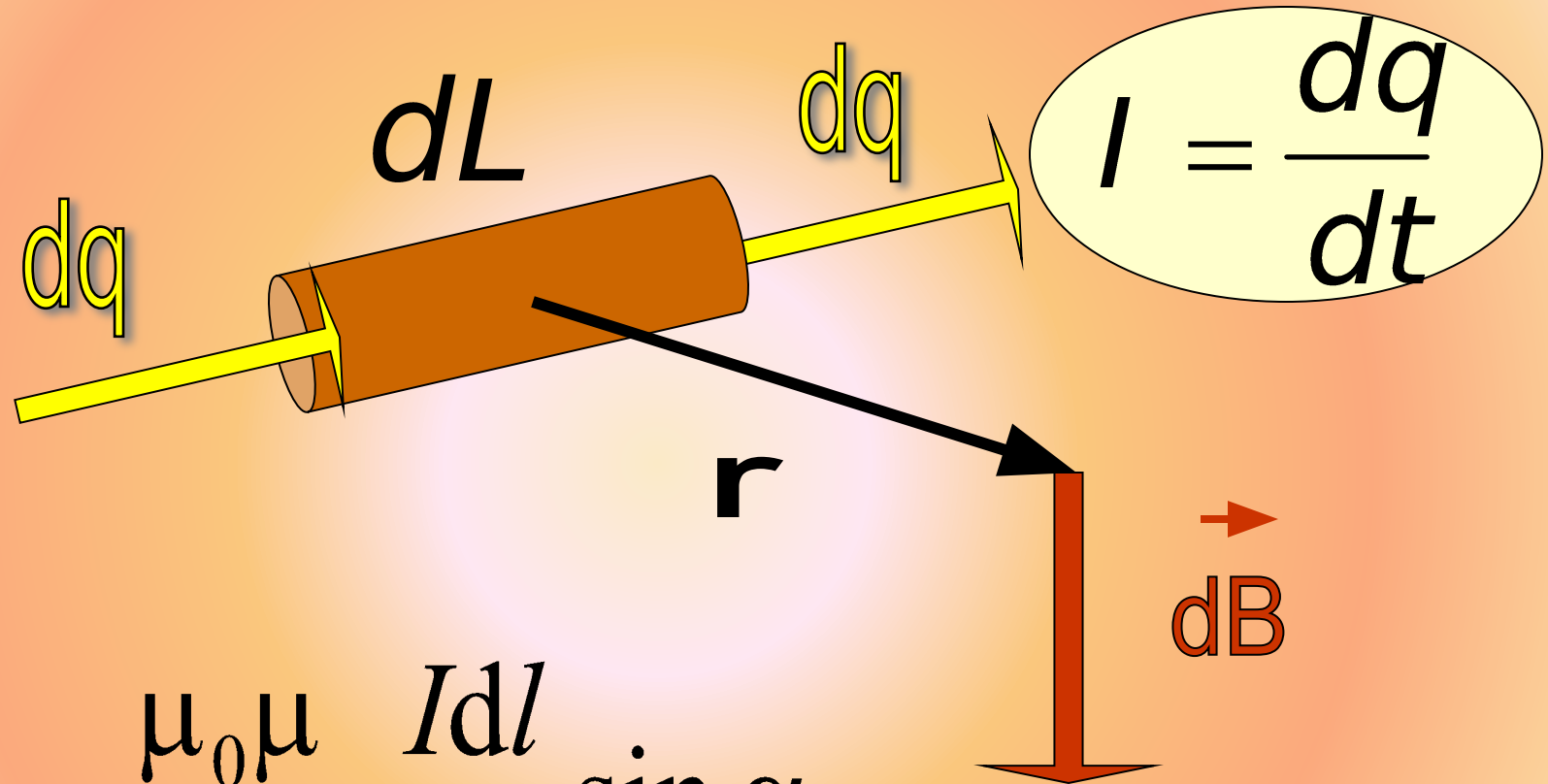
r – модуль радиус-вектора;

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.



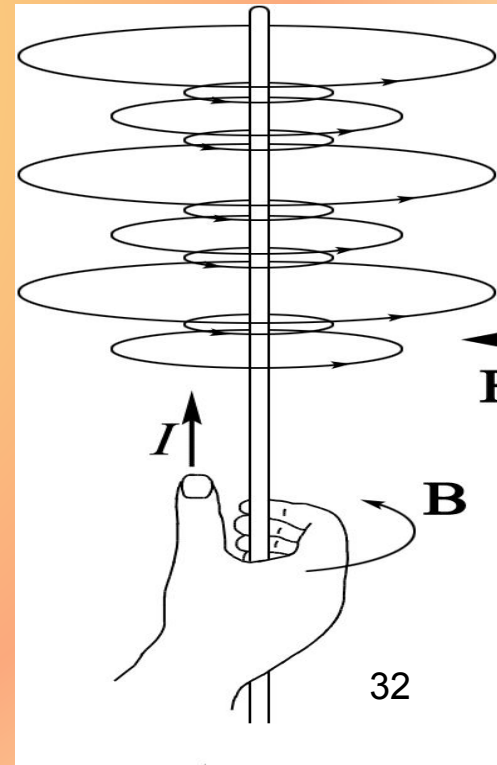
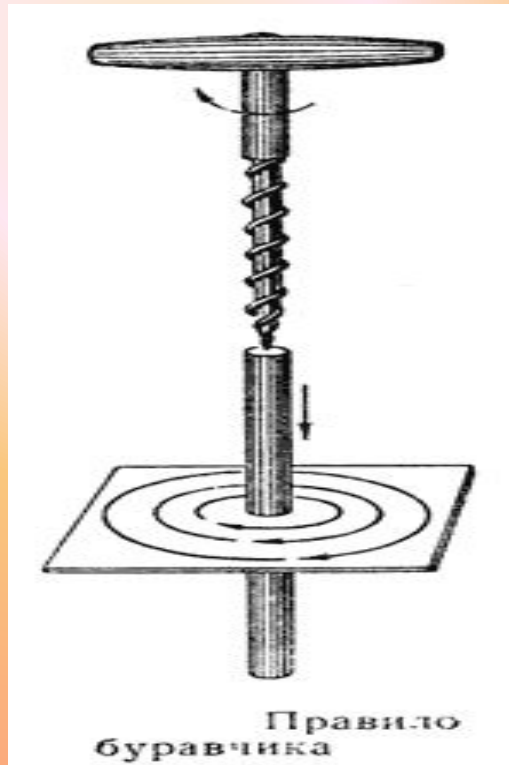
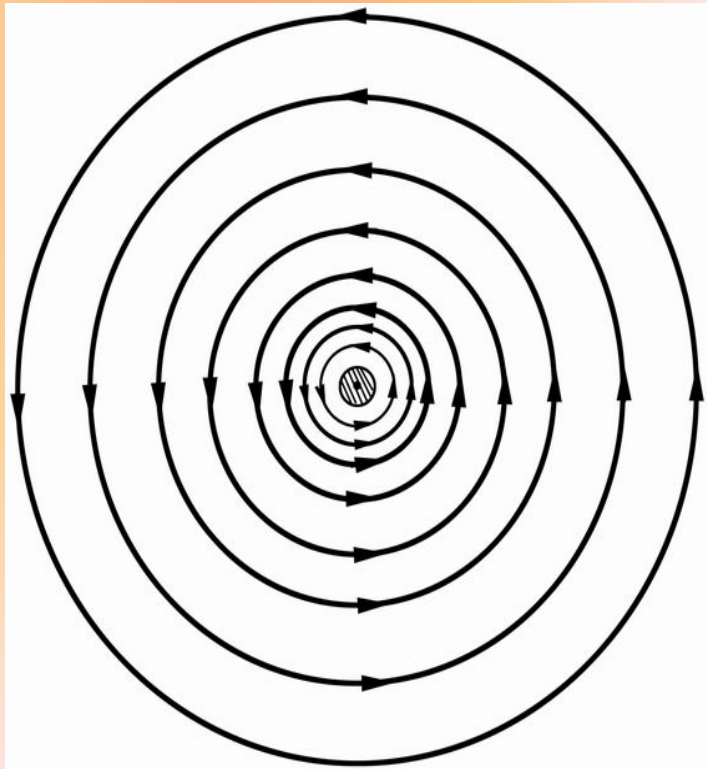
Вектор магнитной индукции $\mathbf{dB}$ направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через $\mathbf{dI}$ и точку, в которой вычисляется поле.

Поле элемента проводника с током



$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha$$

Направление $d\vec{B}$ связано с направлением $d\vec{I}$
«правилом буравчика»: направление вращения
головки винта дает направление $d\vec{B}$,
поступательное движение винта
*соответствует направлению **тока** в элементе.*



Закон Био–Савара–Лапласа устанавливает величину и направление вектора $d\vec{B}$ в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником $d\vec{l}$ с током I .

Модуль вектора определяется соотношением:

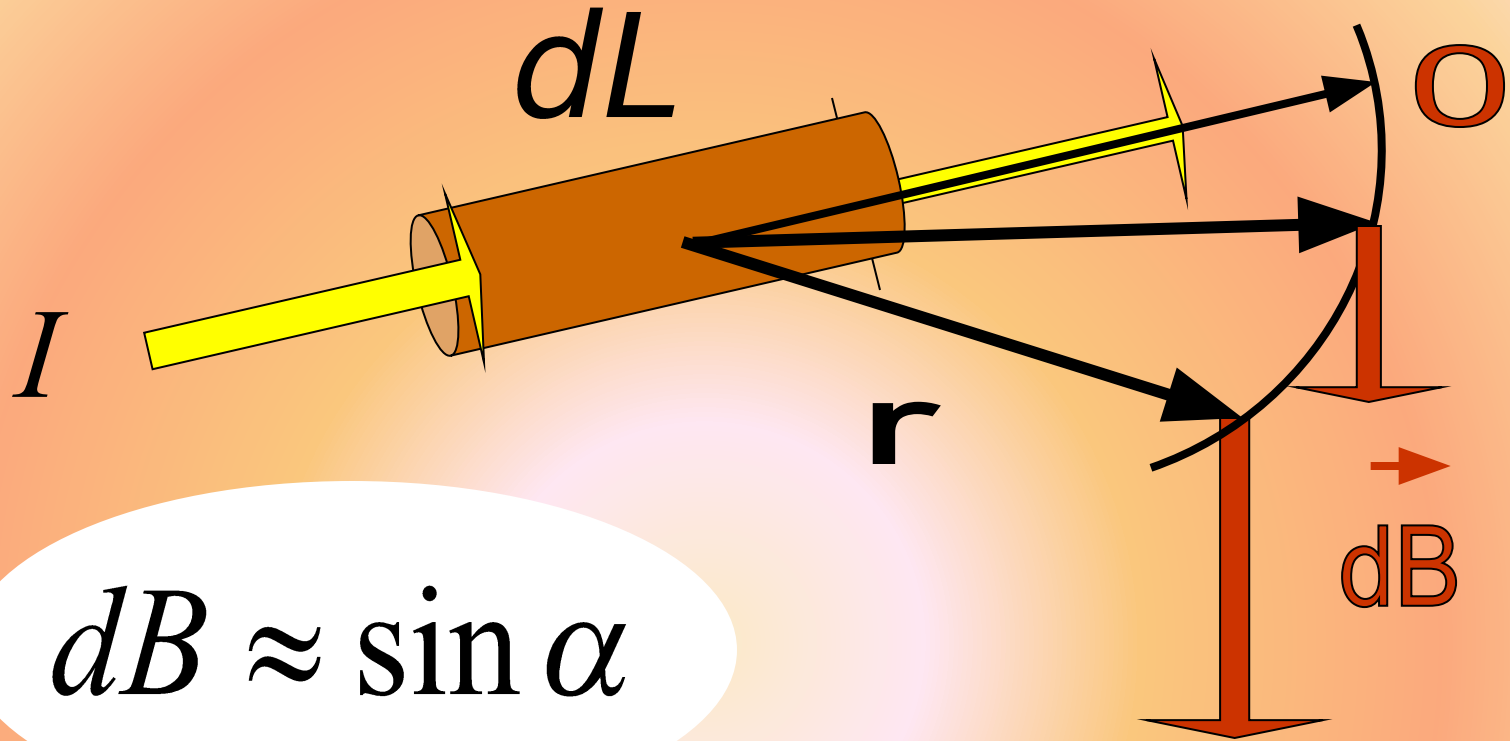
$$dB = k \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где α - угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; k – коэффициент пропорциональности.

Закон Био–Савара–Лапласа для **вакуума** можно записать так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ магнитная постоянная.



$$dB \approx \sin \alpha$$

$$\sin 90^\circ = 1, \quad \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

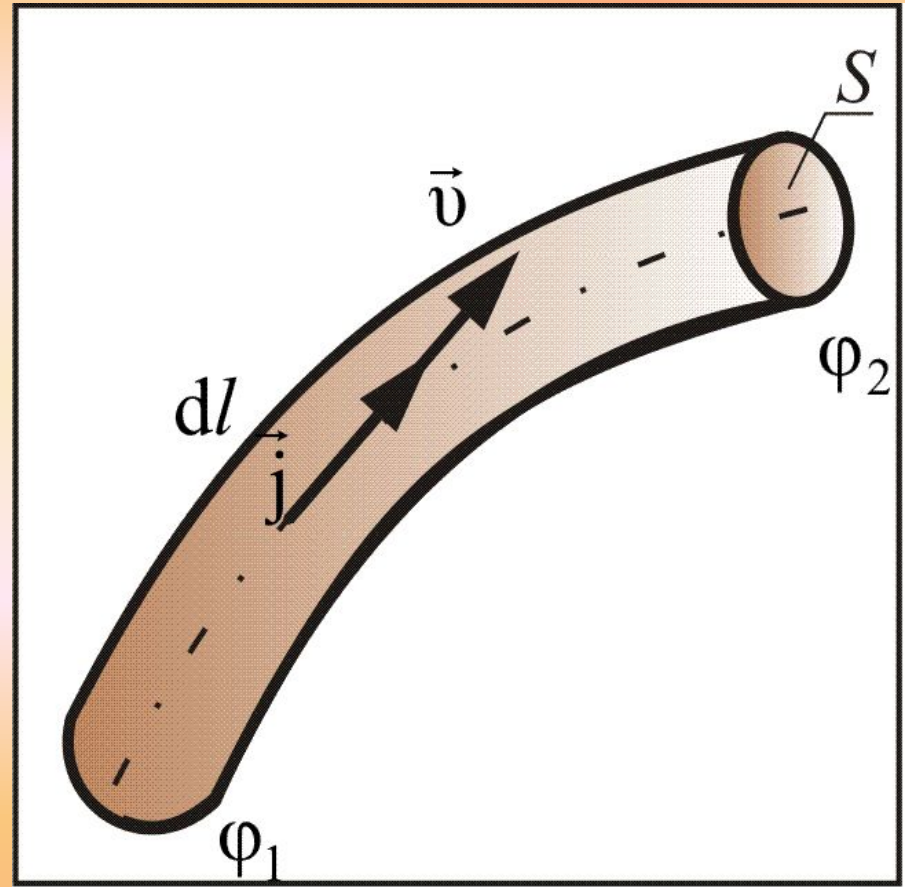
Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i.$$

1.3. Магнитное поле движущегося заряда

*Электрический ток –
упорядоченное
движение зарядов, а
магнитное поле
порождается
движущимися зарядами.*

Под свободным
движением заряда
понимается его движение
с постоянной скоростью



Индукция магнитного поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью $\vec{v}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

В скалярной форме *индукция магнитного поля одного заряда* в вакууме определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{q v \sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}.$$

Эта формула справедлива при скоростях заряженных частиц

$$v \ll c$$

1.4. Напряженность магнитного поля

*Магнитное поле — это одна из форм проявления электромагнитного поля, особенностью которого является то, что **это поле действует только на движущиеся частицы и тела, обладающие электрическим зарядом, а также на намагниченные тела.***

Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрическими заряженными частицами и телами, а также переменными электрическими полями.

Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции поля, созданного одним зарядом в вакууме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

Физический смысл магнитной индукции

$$|B| = \frac{|F|}{qV \sin \alpha}$$

$$Tл = H.c / (Кл.м)$$

Напряженностью магнитного поля
 называют векторную величину $\vec{H}$,
 характеризующую магнитное поле и
 определяемую следующим образом:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}.$$

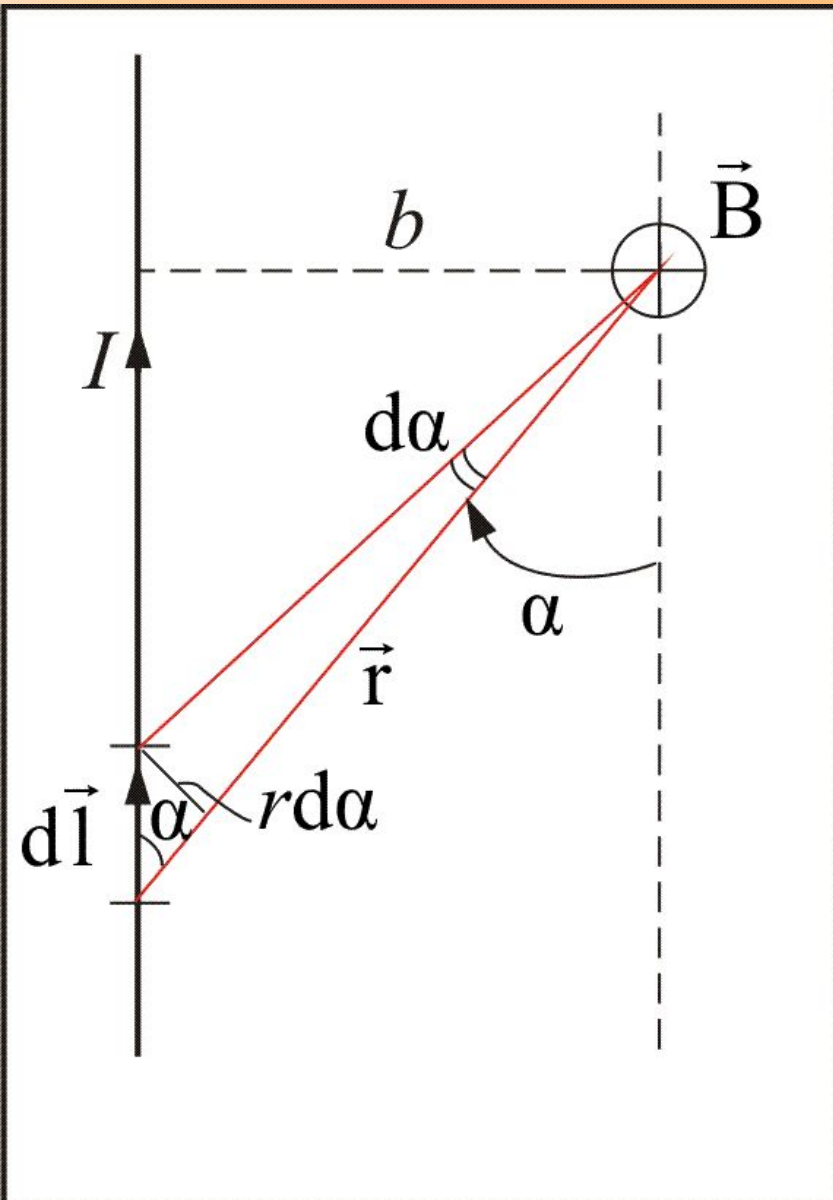
Напряженность магнитного поля заряда q ,
 движущегося **в вакууме** равна:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3}$$

**Закон Био–Савара–
Лапласа для $\vec{H}$**

1.5. Магнитное поле прямого тока

Рассмотрим
магнитное поле
прямого тока



Пусть точка, в которой определяется магнитное поле, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 1.6 видно, что:

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Подставив найденные значения r и dl в закон Био—Савара—Лапласа, получим:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha.$$

Для **конечного проводника** угол α изменяется от α_1 до α_2 . Тогда:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

(1.5.1)

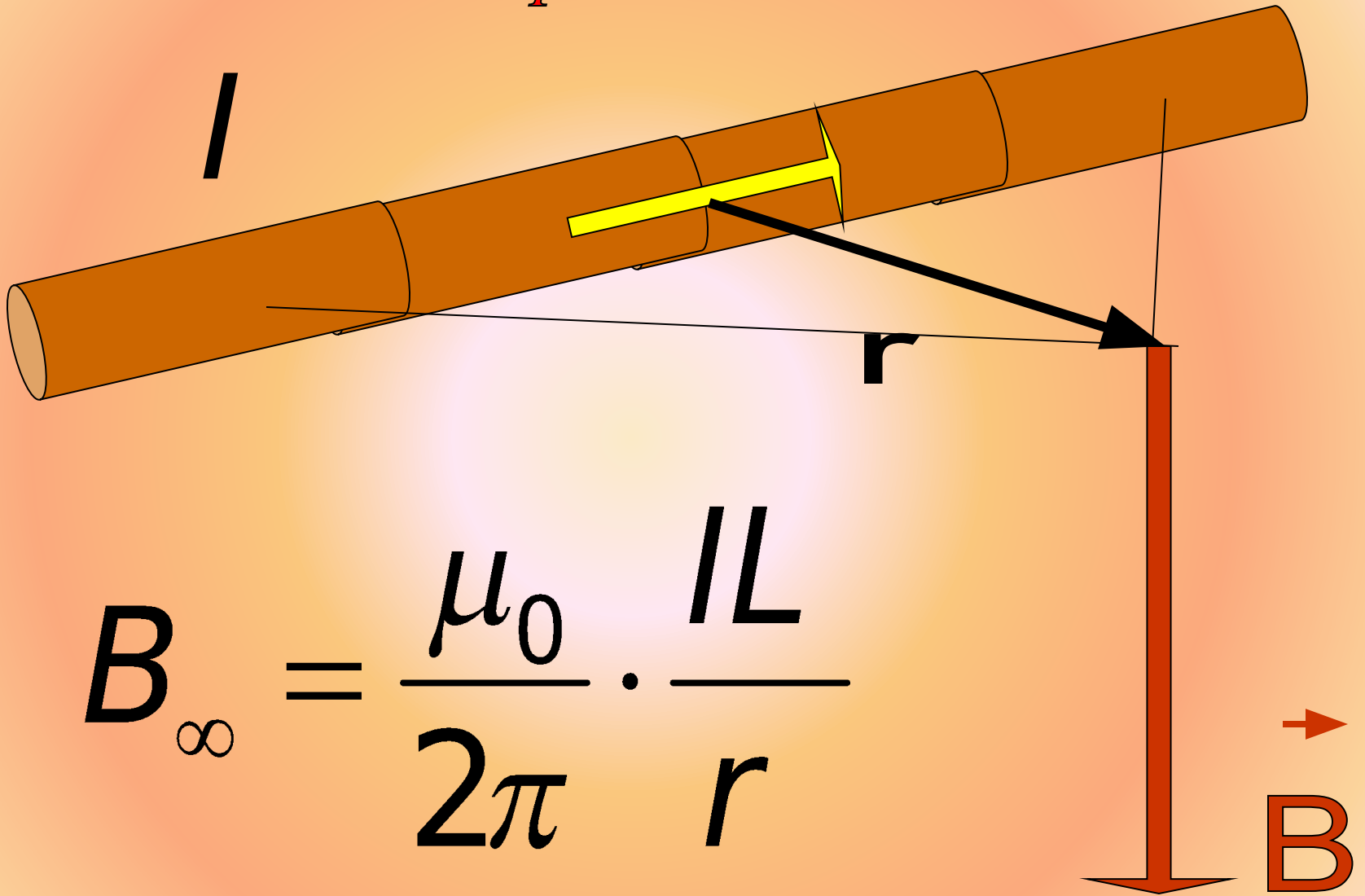
Для **бесконечно длинного проводника** $\alpha_1 = 0$,
а $\alpha_2 = \pi$, тогда:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

(1.5.2)

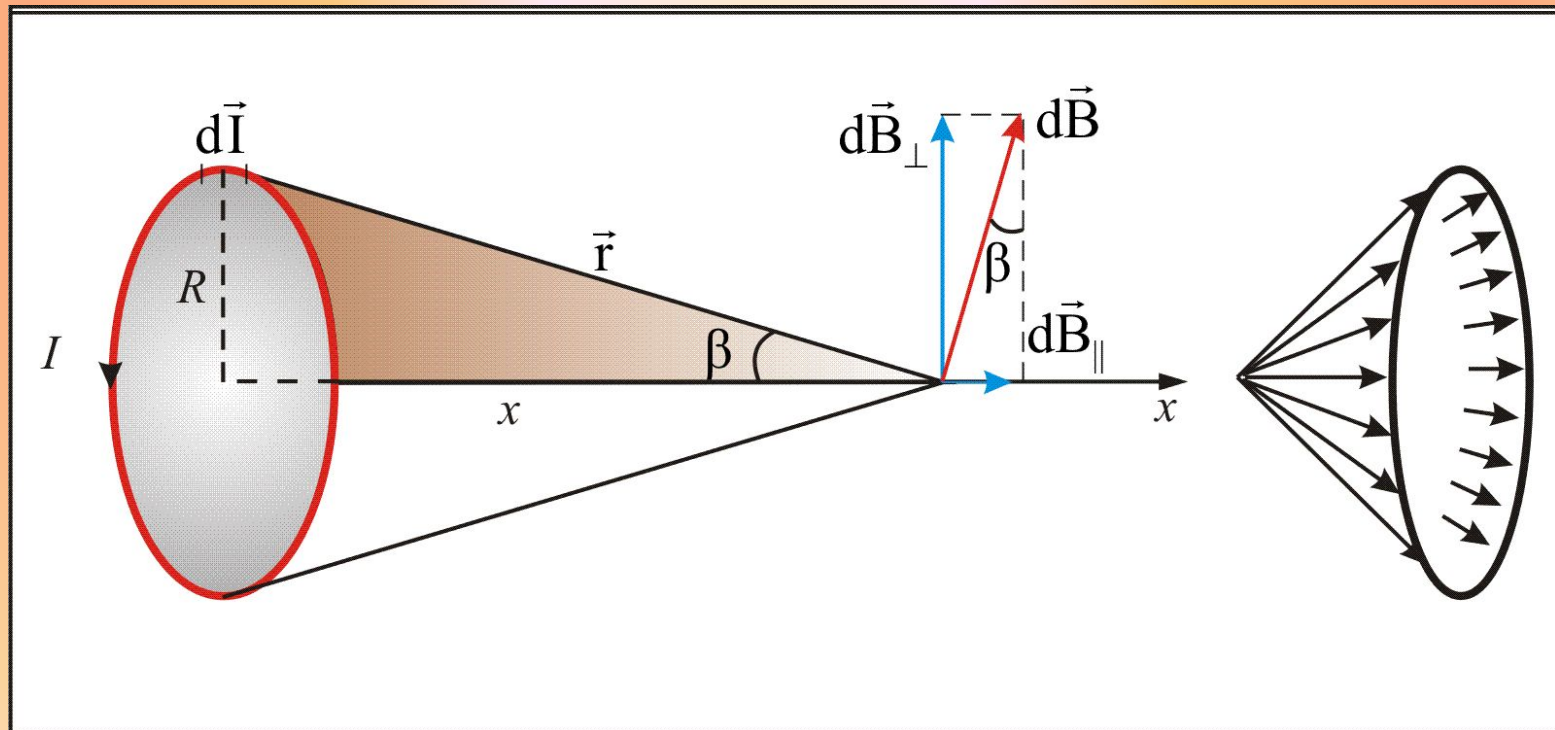
Поле прямого тока



$$B_{\infty} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{IL}{r}$$

1.6. Магнитное поле кругового тока

Рассмотрим поле, создаваемое током I , текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R .



$$\sin\beta = \frac{R}{r}$$

$$dB_{||} = dB \sin\beta$$

т.к. угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ α – прямой, то
 $\sin \alpha = 1$,

тогда получим:

$$dB_{||} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \frac{R}{r}.$$

(1.6.1)

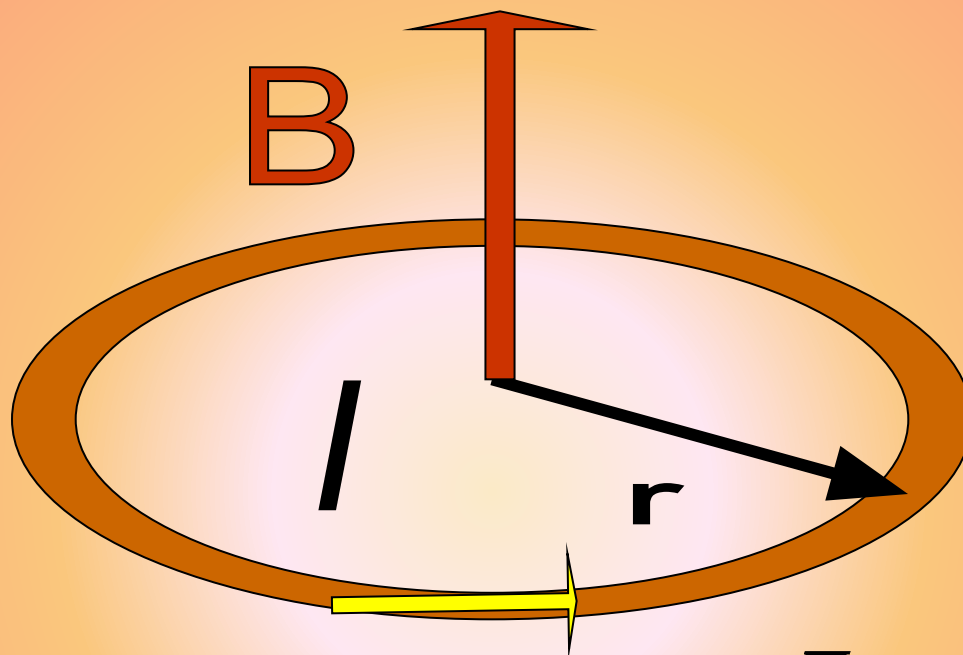
Подставив в (1.6.1) $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ и,
проинтегрировав по всему контуру $l = 2\pi R$
получим выражение для нахождения
магнитной индукции кругового тока:

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (1.6.2)$$

При $x = 0$, получим *магнитную индукцию в центре кругового тока:*

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (1.6.3)$$

Поле кругового тока



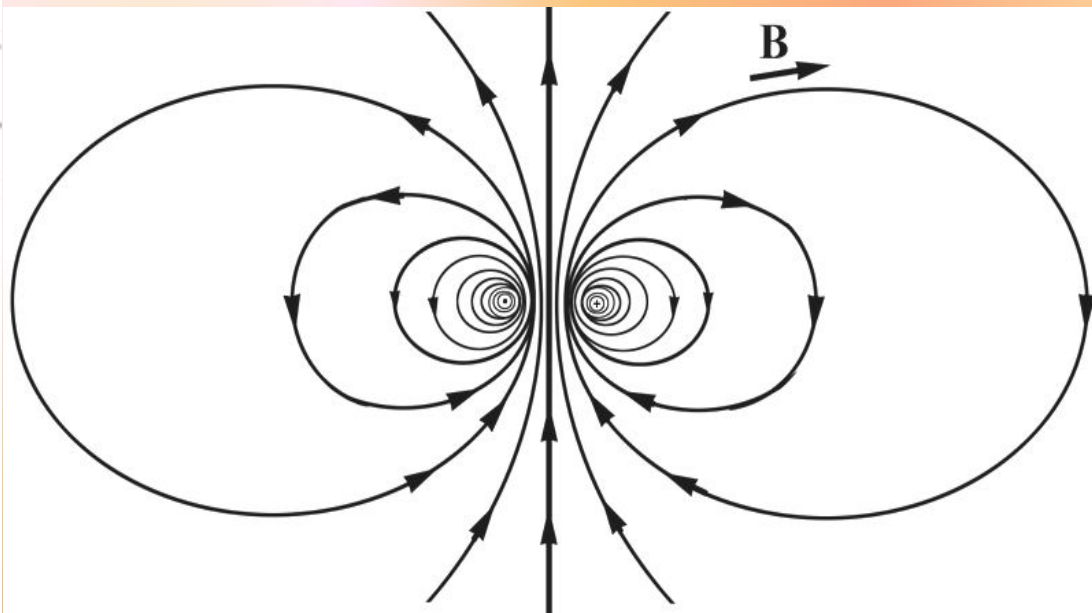
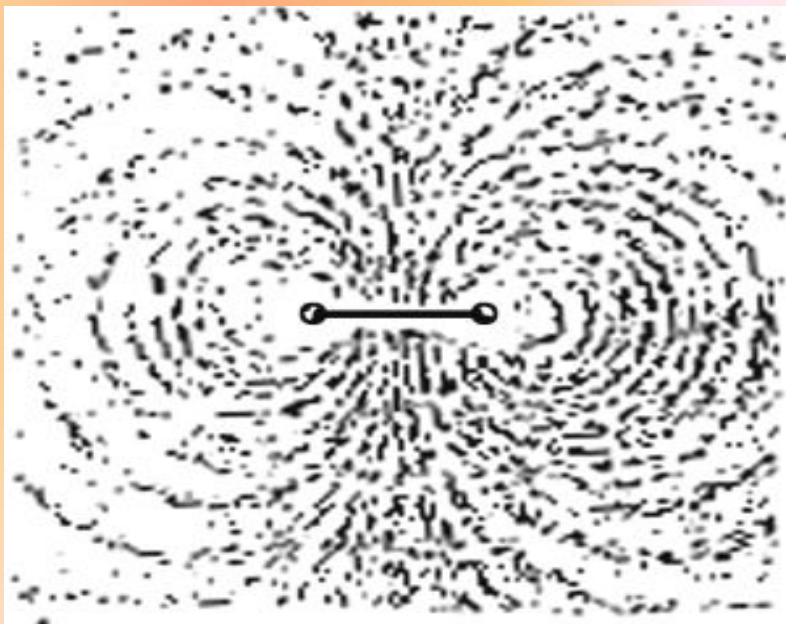
$$B_o = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{r}$$

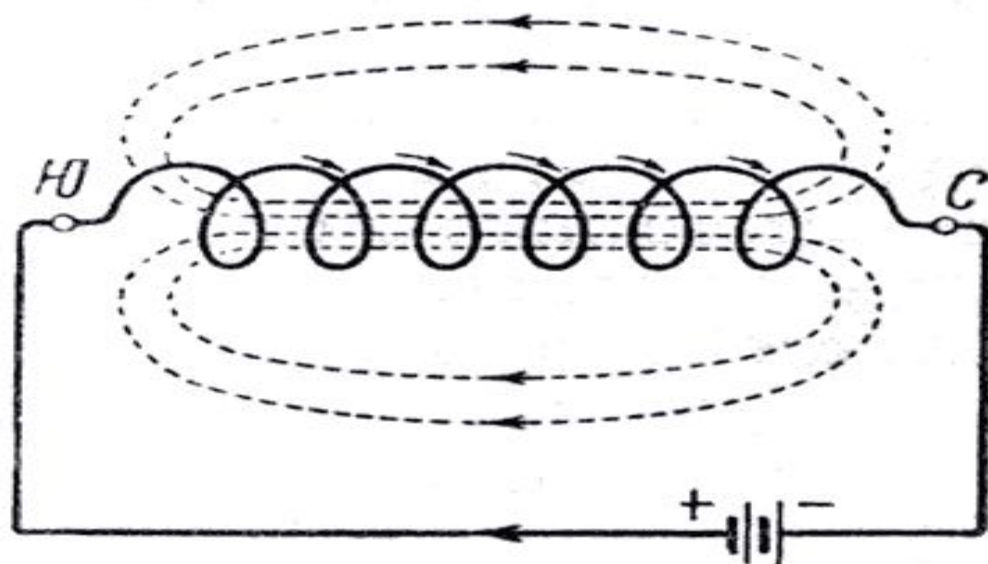
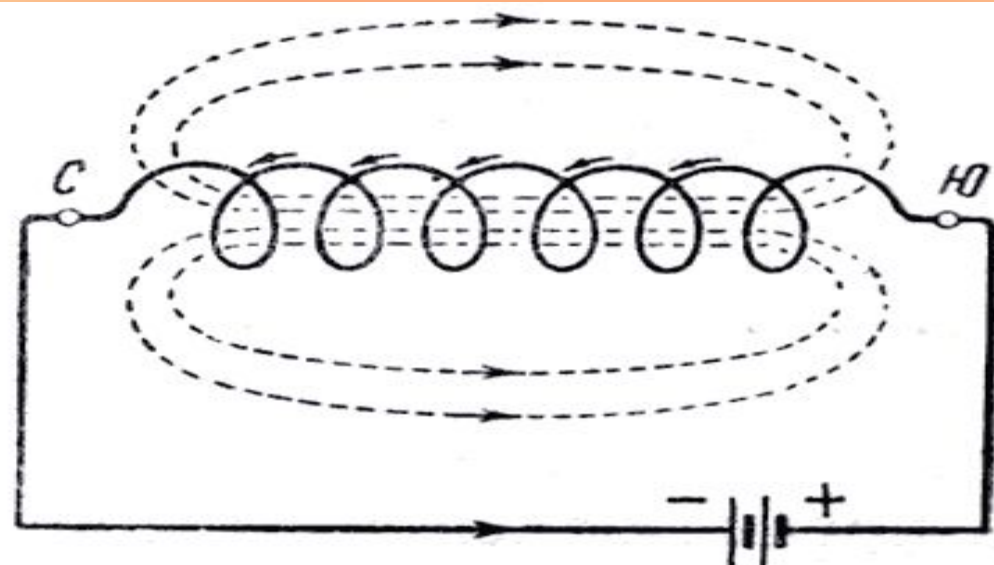
Заметим, что в числителе (1.6.2)

$I\pi R^2 = I\bar{S} \equiv P_m$ магнитный момент контура. Тогда,
на большом расстоянии от контура, при
 $R \ll x$, магнитную индукцию можно рассчитать
по формуле:

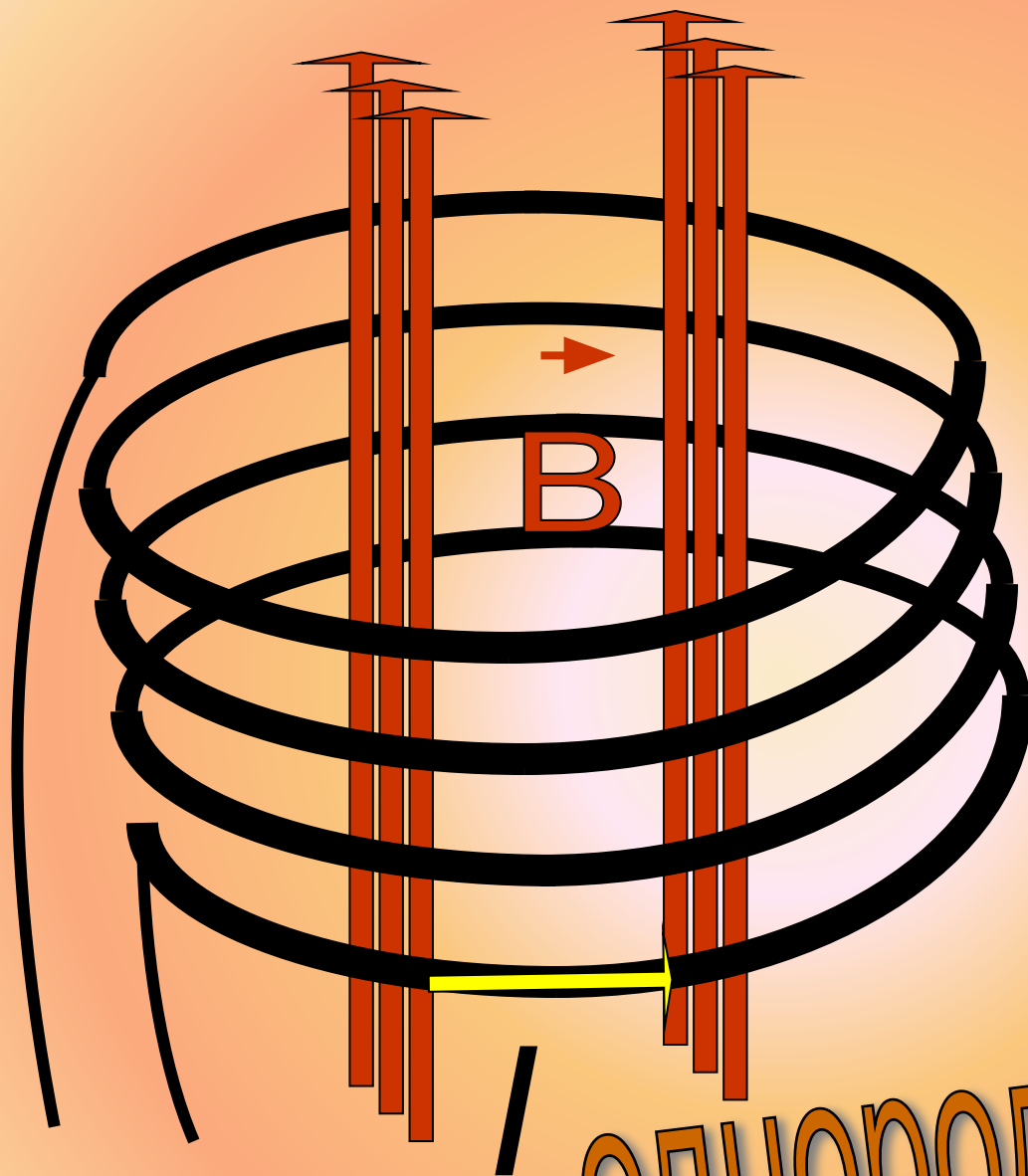
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{x^3}. \quad (1.6.4)$$

Силовые линии магнитного поля кругового
тока хорошо видны в опыте с железными
опилками (см. рис.).





Магнитное поле
спирали



Поле соленоида

однородное поле

1.7. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

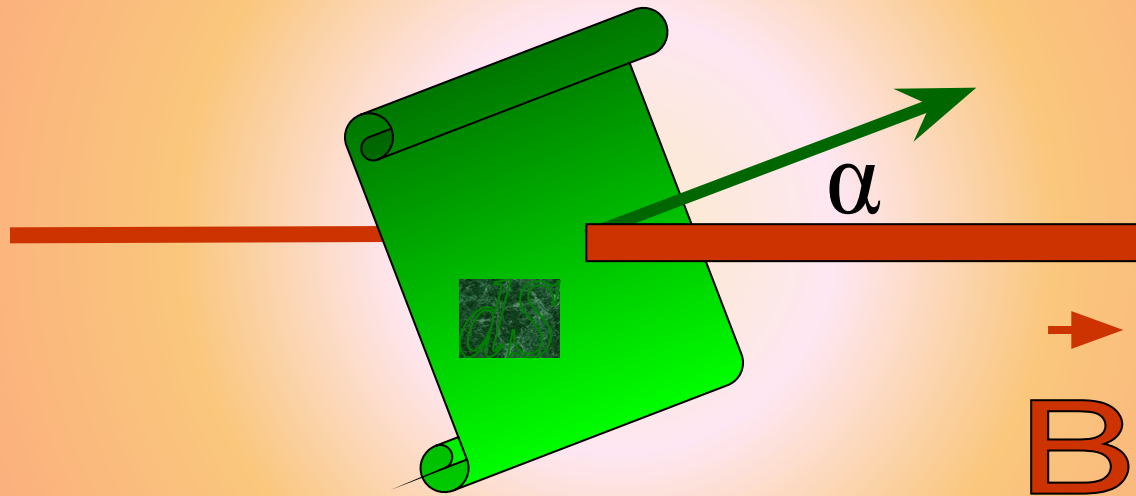
Поток вектора через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.

Таким образом:

$$\Phi_B = \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (1.7.1)$$

*Это теорема Гаусса для Φ_B (в интегральной форме): **поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.***

Определение потока вектора магнитной индукции



$$d\Phi = B dS \cos \alpha$$

В природе нет магнитных зарядов – источников магнитного поля, на которых начинались и заканчивались бы линии магнитной индукции.

Заменив поверхностный интеграл в (1.7.1) объемным, получим:

$$\int_V \nabla B dV = 0 \quad (1.7.2)$$

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)$ – оператор Лапласа.

Магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0.$$

(1.7.3)

Электростатического поля может быть выражено скалярным потенциалом φ , а *магнитное поле – вихревое, или соленоидальное*

Основные уравнения магнитостатики

- Основные уравнения магнитостатики для магнитных полей, созданных постоянными потоками зарядов, записанные в дифференциальной форме, имеют вид

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

Первое из этих уравнений говорит, что дивергенция вектора $\mathbf{B}$ равна нулю.

- Если сравнить его с аналогичным уравнением для электрического поля

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

то можно прийти к выводу, что магнитного аналога электрического заряда не существует. Нет зарядов, из которых выходят линии вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$.

- Возникают магнитные поля в присутствии токов и являются вихревыми полями в области, где есть токи.
- Векторная функция векторного аргумента – *ротор*, *взятая от $\mathbf{B}$, пропорциональна плотности тока*

$$\text{rot } \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mu_0 \mathbf{j}.$$

- Магнитные линии образуют петли вокруг токов.
- Не имея ни конца, ни начала, линии $\mathbf{B}$ возвращаются в исходную точку, образуя замкнутые петли.
- В любых, самых сложных случаях линии $\mathbf{B}$ не исходят из точек.
- Утверждение, что $\text{div} \mathbf{B} = 0$, справедливо всегда.

Сравнив **уравнения магнитостатики**

$$\text{rot}\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j}, \quad \text{div}\mathbf{B} = 0$$

с **уравнениями электростатики**

$$\text{rot}\mathbf{E} = 0, \quad \text{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

МОЖНО ЗАКЛЮЧИТЬ, ЧТО **электрическое поле**
всегда потенциально, а его источниками
являются электрические заряды.

