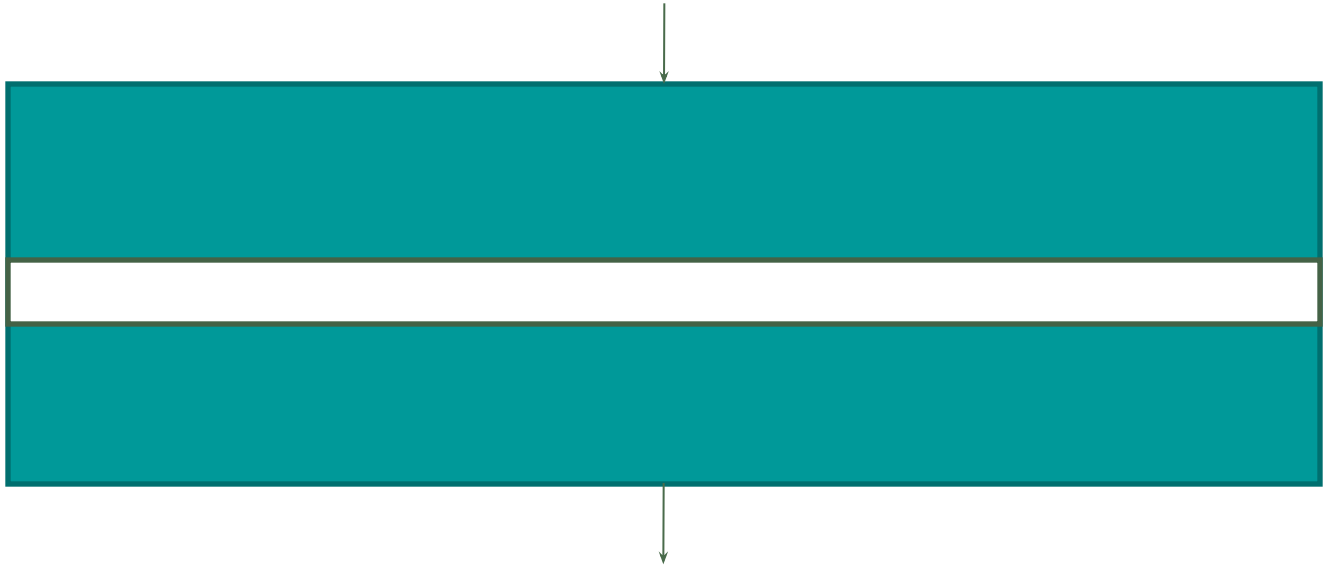
Квантовые эффекты в нелинейных системах

К.Н. Югай

Туннельный переход

- S
- I
- S



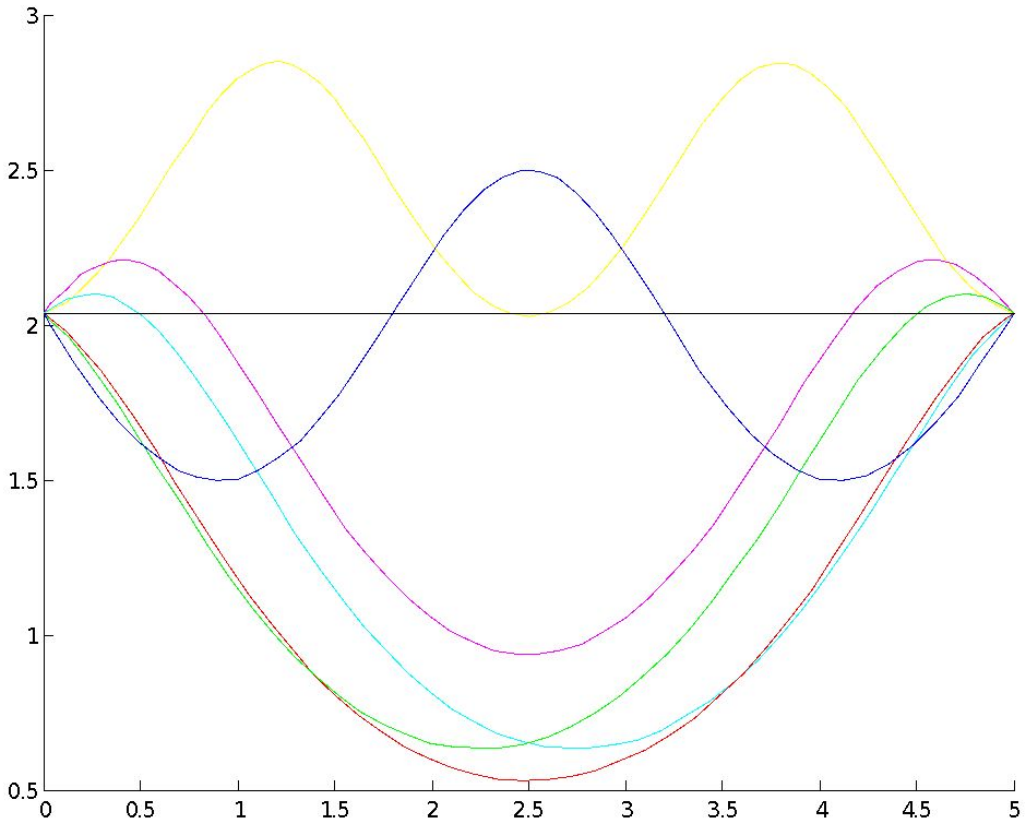
Джозефсоновский переход

$$\varphi_{xx}(x) = \sin\varphi(x) - \beta,$$

$$\varphi_x(x)\big|_{x=0} = \varphi_x(x)\big|_{x=L} = H_0,$$

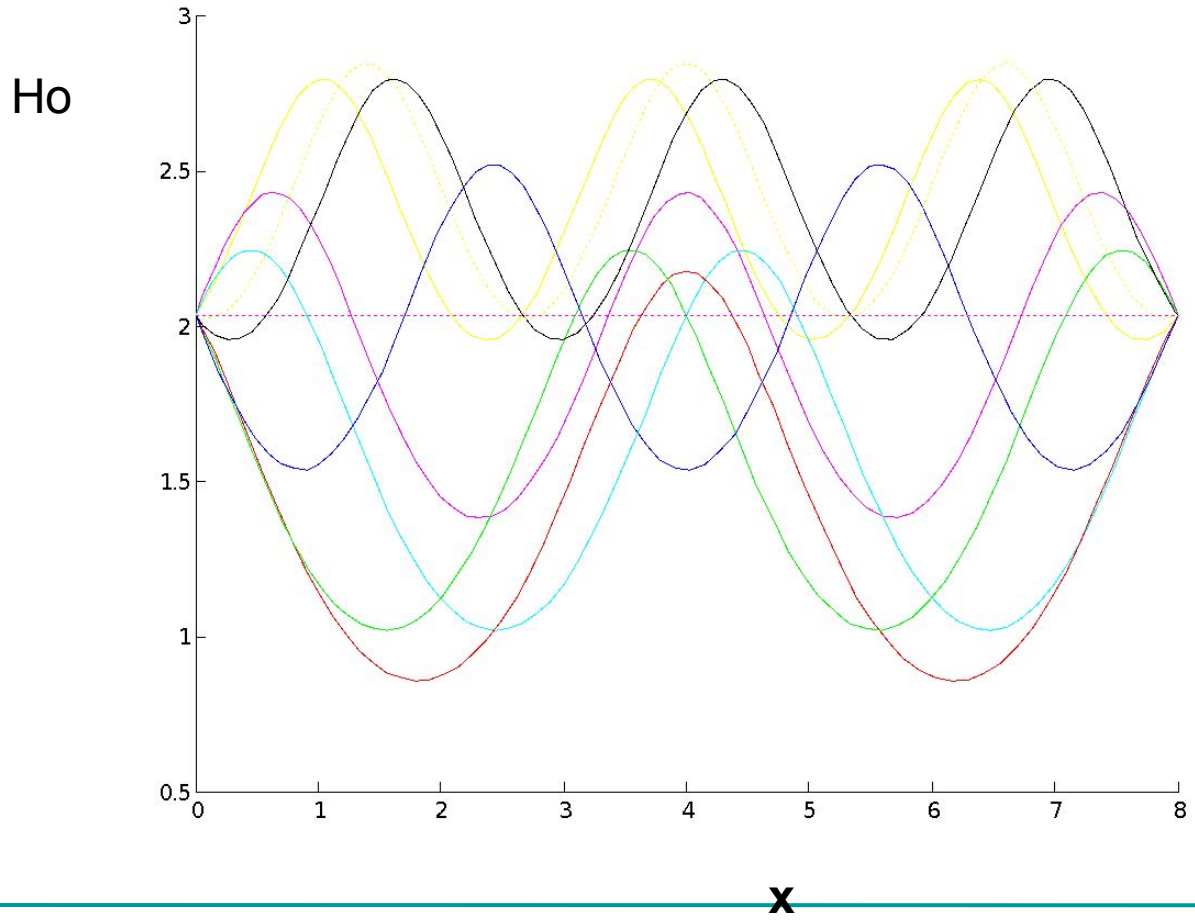
Распределение магнитного поля в переходе при Ho=2,035, β=0, L=5.

Ho

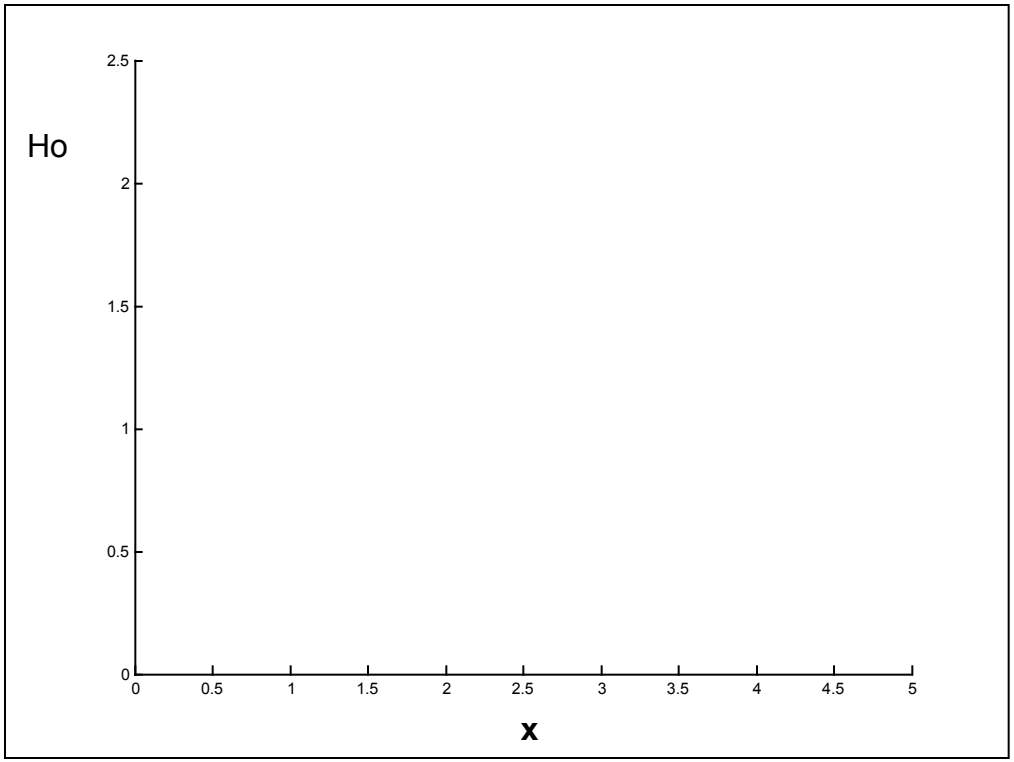


x

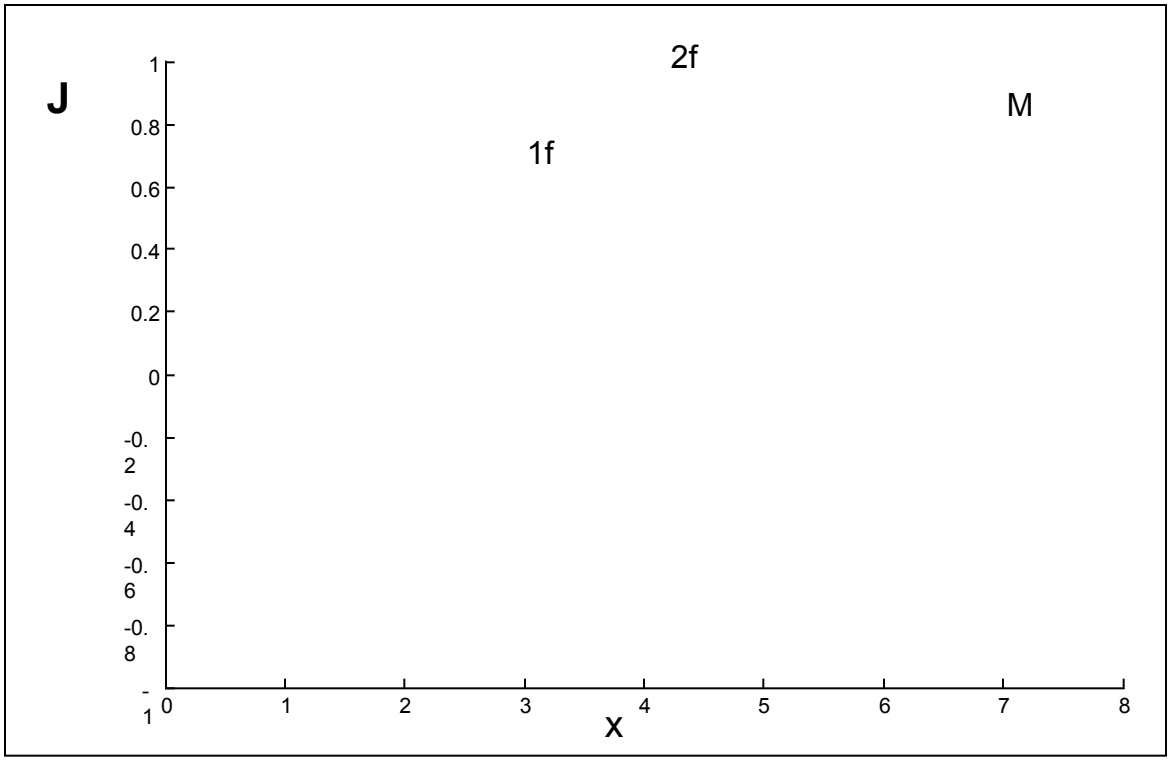
Распределение магнитного поля в переходе при Ho=2,035, β=0, L=8



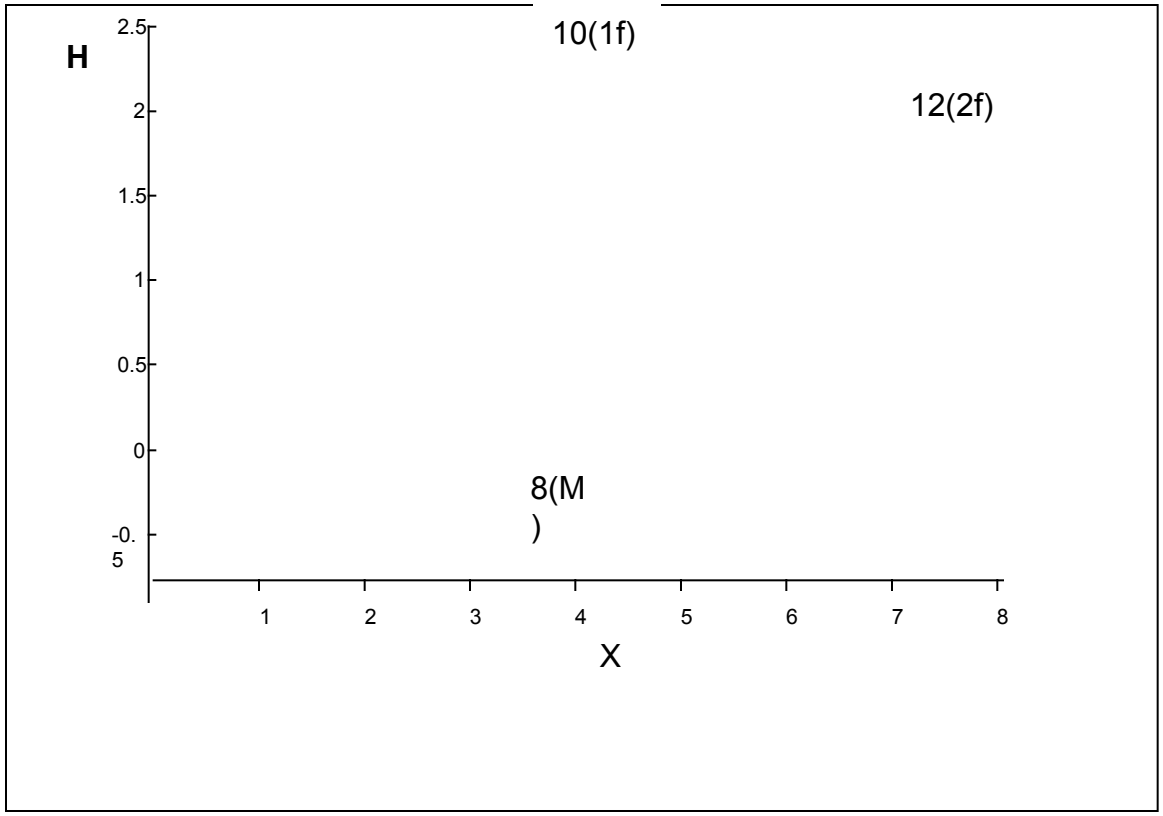
Распределение магнитного поля в переходе при Ho=1,5, β=0, L=5



Распределение тока при H_0=1,174, β=0 и L=8 для мейсснеровского, однофлуксонного и двухфлуксонного состояний



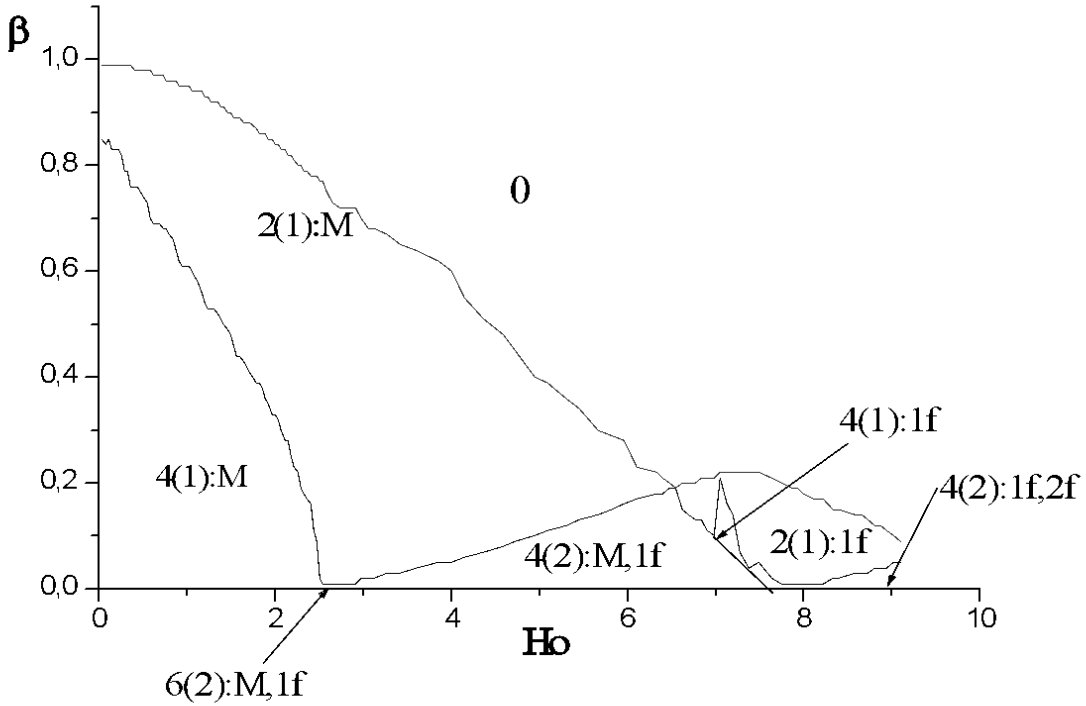
Распределение магнитного поля при H_0=1,174, β=0 и L=8 для мейсснеровского, однофлуксонного и двухфлуксонного состояний



Бифуркационные кривые

M-мейсснеровское состояние, 1f – однофлуксонное состояние, 2f – двухфлуксонное состояние. Длина перехода L=5

Число стабильных состояний указано в скобках



Асимптотические состояния и «эффект бабочки Брэдбери»

$$\varphi_{tt}(x,t)+2\gamma\varphi_t(x,t)-\varphi_{xx}(x,t)=-\sin\varphi(x,t)+\beta,$$

$$\varphi_x(x,t)\big|_{x=0}\equiv H(0,t)=\varphi_x(x,t)\big|_{x=L}\equiv H(L,t)=H_0(1-ae^{-t/2t_0}\cos 0.5t),$$

Таблица 1.

Параметр *a*	**0**	**0,175**	**0,180**	**0,190**
Характер асимптотического состояния	**ch**	**ch**	**ch**	**s**

0.195	**0.280**	**0.285**	**0.290**	**0.300**	**0.320**
s	**ch**	**s**	**r**	**r**	**r**

Асимптотические состояния и «эффект бабочки Брэдбери»

Table II. $H = 0.5, L = 8, t_0 = 20$

(A) Initial state: chaos	f_0	0–0.554	0.555–0.58	0.59–0.68	0.69–0.71	0.72–0.73	0.74–1.1	1.2–2	2.1–5.6
	Asymptotic state	Chaos	Regular	Stationary	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos
(B) Initial state: regular	f_0	0–0.826	0.827–1.3	1.4–2.7	2.8–4.6	4.7–5.2	5.3–10.1	10.2–16.8	16.9–20
	Asymptotic state	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos	Regular	Chaos

Note. The initial perturbation is (3a). (A) $\beta = 0.61$. (B) $\beta = 0.78$. The initial states are from the area of coexistence of stationary and time-dependent states.

Показатель Ляпунова

Неустойчивость состояний определялась следующим образом: нестационарное уравнение sin-Гордона линеаризовалось в окрестности стационарного решения: $\phi(x,t) = \phi(x) + \theta(x,t)$, где $\theta(x,t)$ – малое возмущение. Уравнение для $\theta(x,t)$ – линеаризованное уравнение sin-Гордона (1), решается затем с помощью разложения этой функции по полной системе собственных функций оператора Шредингера с потенциалом $\cos[\phi(x)]$:

$$\theta(x,t) = \sum_n e^{\lambda_n t} u_n(x),$$

где $un(x)$ – собственные функции оператора Шредингера:

$$-u_{xx}(x) + u(x)\cos\varphi(x) = Eu(x)\,,$$

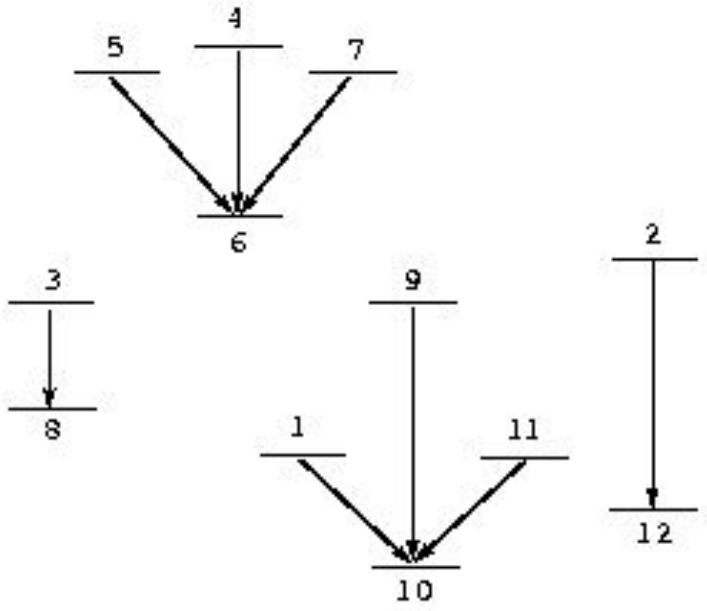
$$u_x(x)\,|_{x=0} = u_x(x)\,|_{x=L} = 0\,.$$

$$\lambda_n = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - E_n}\,,$$

где γ - коэффициент диссипации в уравнении sin-Гордона. При $\lambda n < 0$ решение $\phi(x)$ - устойчиво, а при $\lambda n > 0$ оно неустойчиво.

Потенциал Гиббса и переходы между состояниями

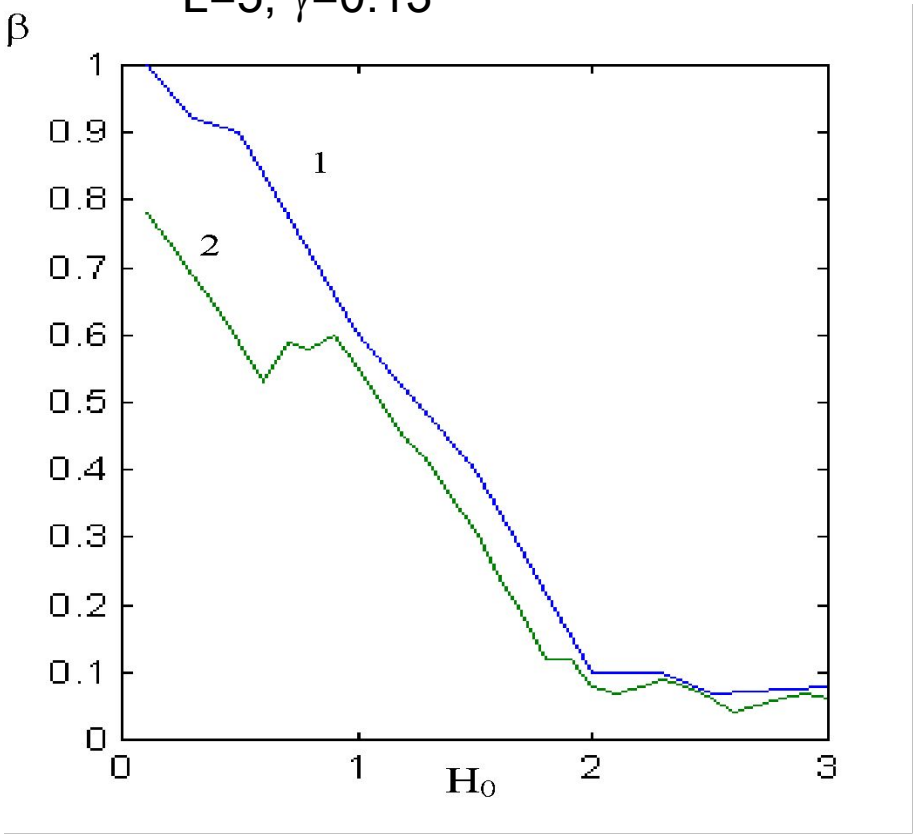
$$G = \int_0^L dx \left[\frac{1}{2}\varphi_x^2(x) + 1 - \cos\varphi(x) - \beta\varphi(x) - H_0\varphi_x(x) \right].$$



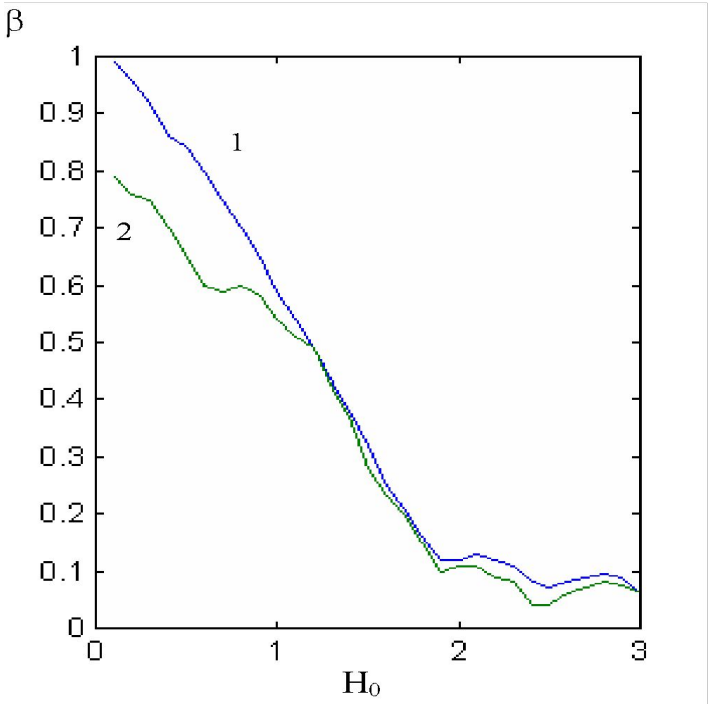
Переходы между состояниями при *H0*=1,9; β=0; *L*=10. Здесь устойчивое состояние 6 – мейсснеровское, 8 – 1-флуксонное, 10 – 2-флуксонное, 12 – 3-флуксонное

Область сосуществования стационарных и нестационарных состояний и динамический хаос

L=5, γ=0.13



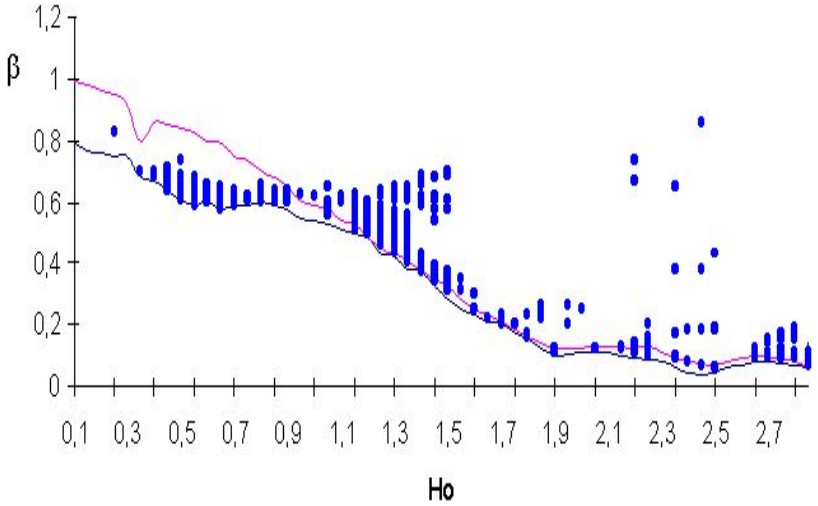
L=8, γ=0.13



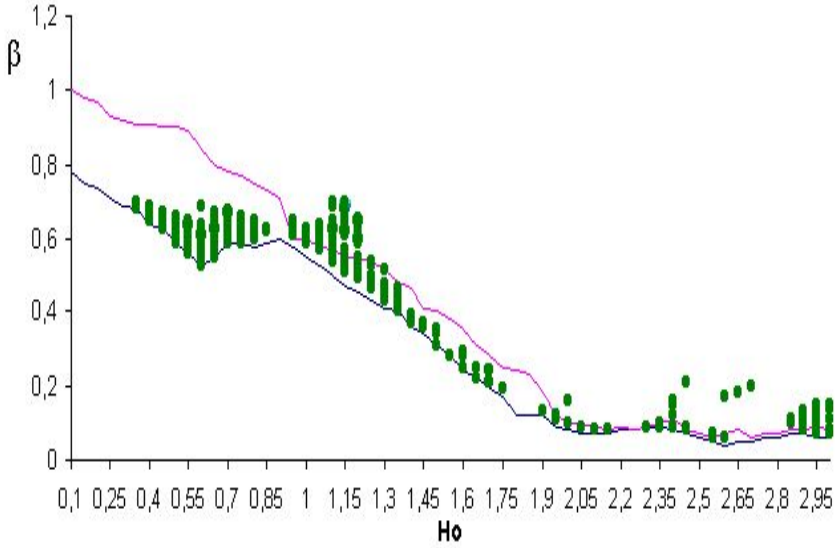
Кривые 1 и 2 – бифуркационные кривые, соответствующие стационарным и нестационарным состояниям в ДДП соответственно

Области динамического хаоса

L=8, a=0, γ=0,13



L=10, a=0, γ=0,13



Квантование потока в стационарных состояниях

$\phi(x)|x \to -\infty = 0$, $\phi(x)|x \to +\infty = 2\pi$

$$\Phi = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_x(x)dx = \frac{1}{2\pi}\left[\varphi(\infty)-\varphi(-\infty)\right] = 1.$$

Теорема:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi}\int_{x_1}^{x_2}\varphi_x(x)dx = \frac{1}{2\pi}\left[\varphi(x_2)-\varphi(x_1)\right] \equiv \Phi_n,$$

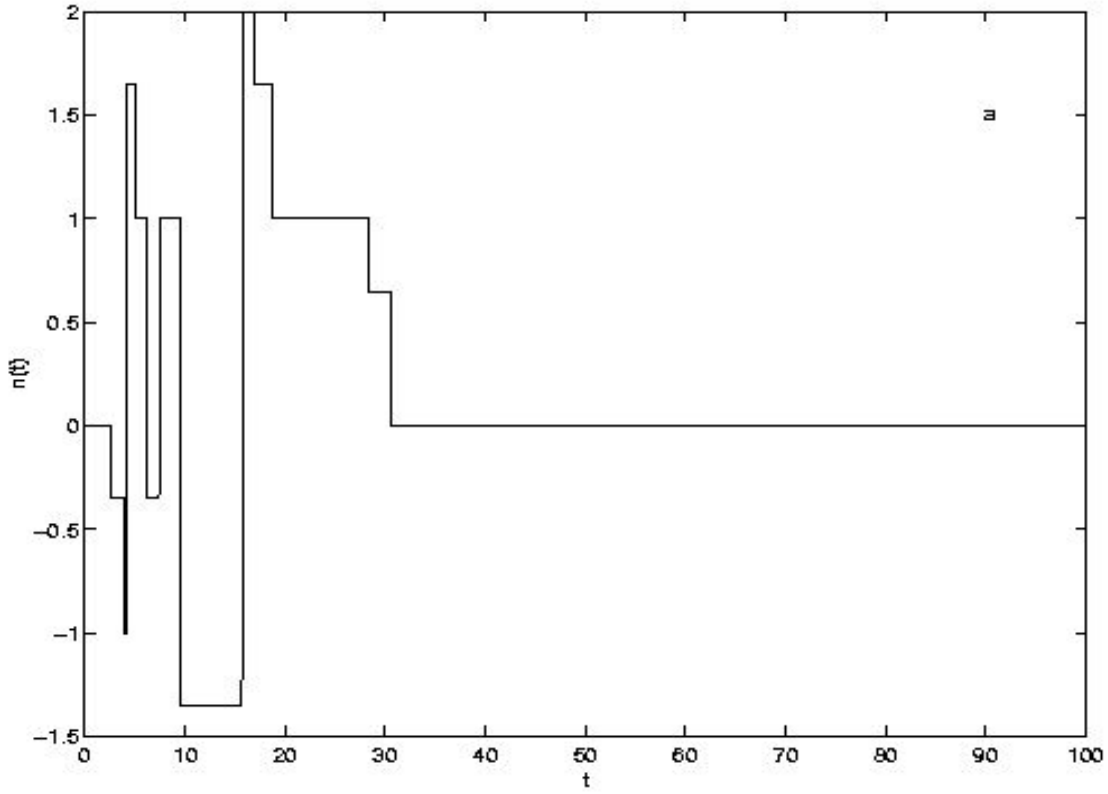
где Φn = n (n=0,1,2,...)

n=0 для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний,

n>0 для флуксонных и антифлуксонных состояний ,

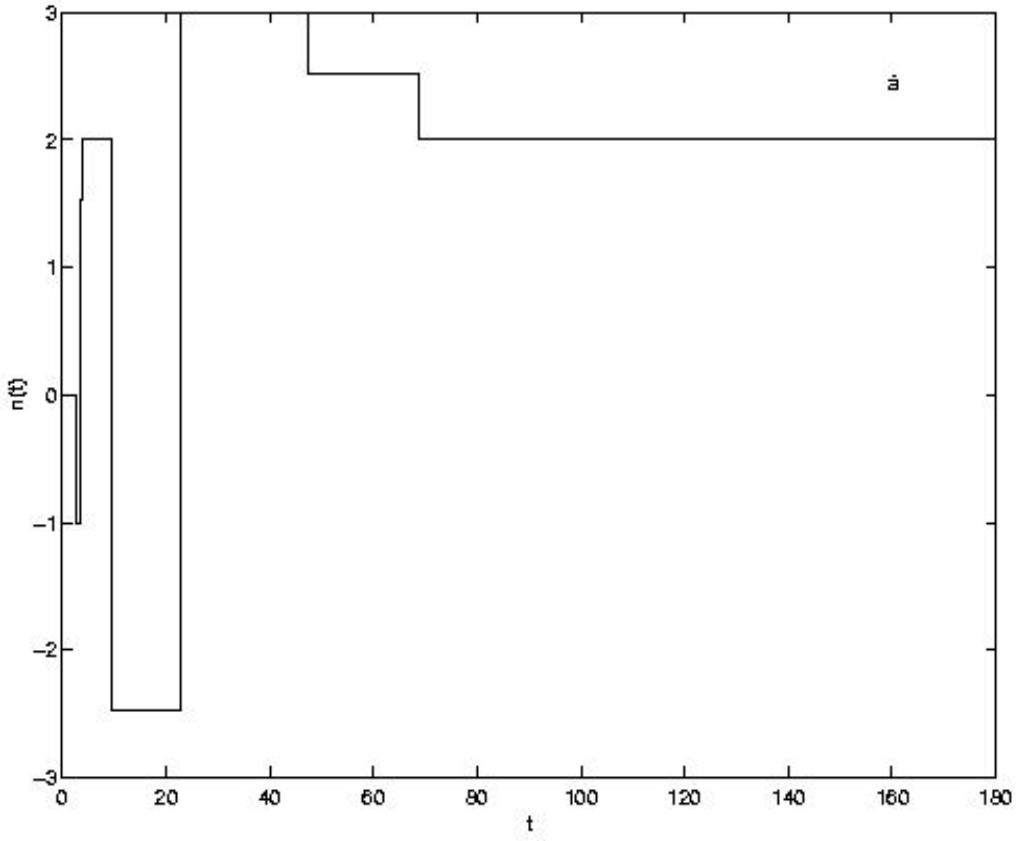
Φn = n+1/2 ± arcsinβ (n=0,1,2,...) – для всех остальных состояний

Квантование потока в стационарных состояниях



Мейсснеровское состояние n=0 при β = 0.45, $H0$ = 1.256, a = 3.0, γ=0.26 и L=10

Квантование потока в стационарных состояниях



Двухфлуксонное состояние n=2 при β = 0.08, $H0$ = 2.0, a = 2.0, γ=0.26 и L=10

Квантование потока в нестационарных состояниях

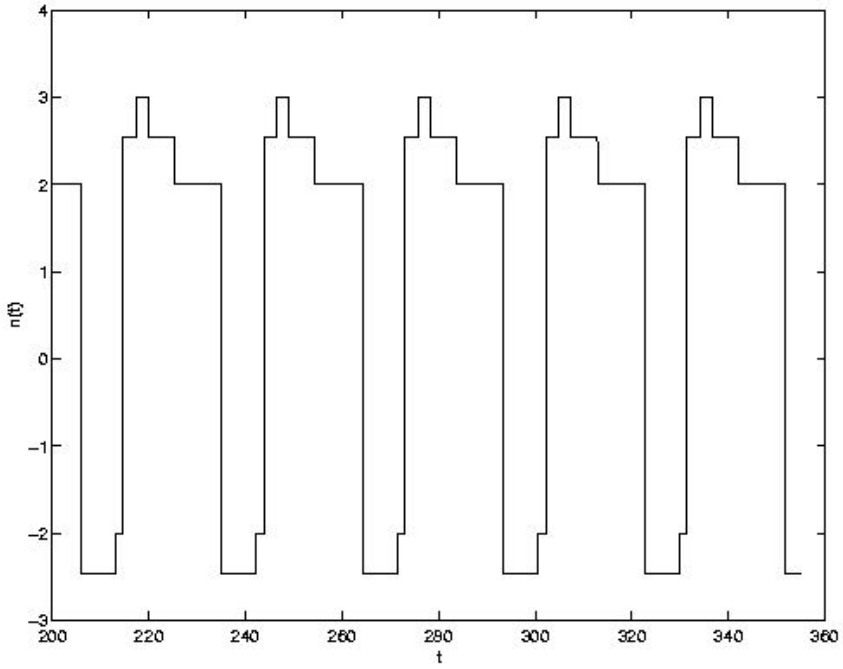
$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{x_1(t)}^{x_2(t)} \varphi_x(x,t)dx = \frac{1}{2\pi}\left[\varphi(x_2,t) - \varphi(x_1,t)\right] \equiv \Phi_n(t),$$

где Φn(*t*) = *n(t)* (n=0,1,2,...)

n=0 для мейсснеровских и квазимейсснеровских состояний;

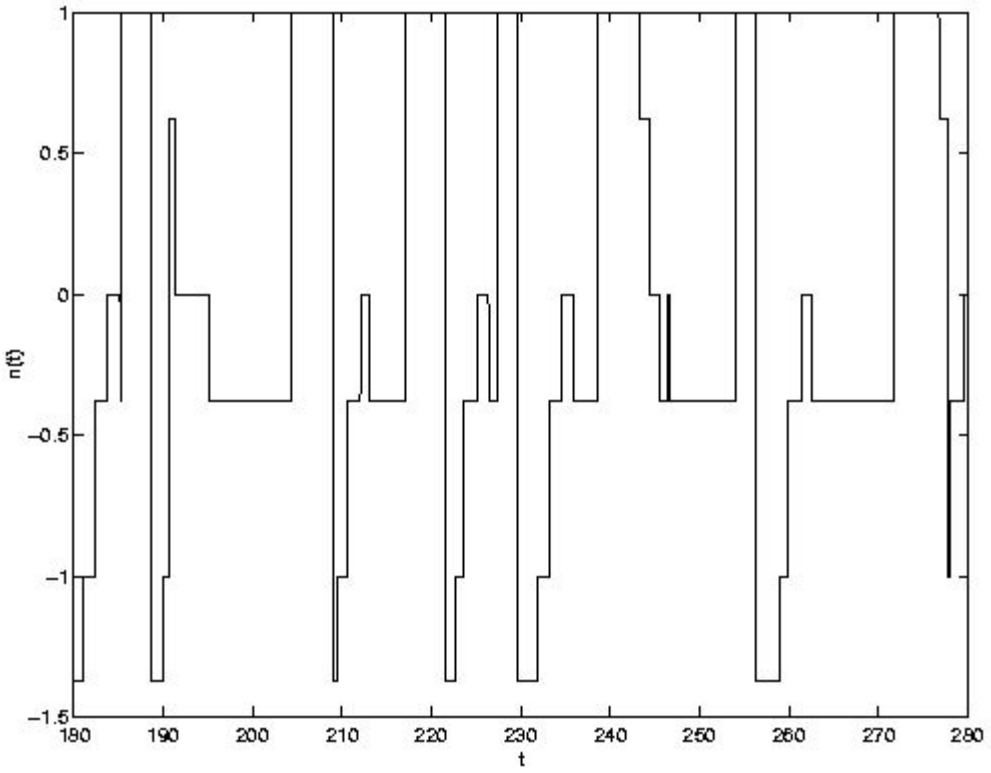
n≠0 для флуксонных и антифлуксонных состояний;

Φn(t) = *n(t)*+1/2 ± *arcsinβ* (*n*=0,1,2,...) – для всех остальных состояний.



γ=0.1,
β = 0.125, *H0* = 1.917, *L*=10 и
a=1.4

Квантование потока в нестационарных состояниях



Зависимость магнитного потока от времени в хаотическом режиме при γ=0.12, β = 0.38, *H0* = 1.41, *L*=6 и *a*=0.0

А. Эйнштейн:

Я не верю, что Господь Бог играет в кости!

Литература

1. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **49**, 12036 (1994).
2. Yugay K.N., et al. *Phys. Rev. B*, **51**, 12737 (1995).
3. Н.В.Блинов, И.В.Широков, К.Н.Югай. Вестник Омского универ., **№2**, 29 (1998).
4. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys*., **25**, 530 (1999).
5. Yugay K.N., et al. *Low Temp. Phys*., **26**, 1067 (2000).
6. Югай К.Н., et al. *Известия вузов. Прикладная и нелинейная динамика*, **9**, 51 (2001).
7. Югай К.Н., et al. Вестник Омского универ., **№2**, 22 (2001).
8. Yugay K.N. et al. *JKPS*, **46**, 1418 (2005).
9. Yugay K.N. et al. *J. Superconductivity Nov. Magn.*, **19**, 135 (2006).

Спасибо за внимание