

КӨЛБЕУ ЖАЗЫҚТЫҚТА ІЛГЕРІМЕЛІ ҚОЗҒАЛЫСТАҒЫ ҚАТТЫ ДЕНЕ ДИНАМИКАСЫН ЗЕРТТЕУ

Тастанова М.Д., 2 курс студенті

С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Астана қ.

Абсолют қатты денені механикалық жүйенің дербес жағдайы деп қарастыруға болатыны белгілі. Қатты дене динамикасының есептерін шешу үшін бұл денеге әсер ететін күштерді және кеңістікте дененің орнын анықтайтын параметрлерді байланыстыратын теңдеулерді табу керек. Бұл тәуелділіктерді жүйе динамикасының жалпы теоремалардан алуға болады.

Қатты дене ішкі күштер теңестірілген күштер екенің ескеру қажет. Сондықтан, денеге түсірілген күштерден тек сыртқы күштерді қарастыру керек.

Дене қозғалысының дифференциалдық теңдеулері бойынша есептердің екі түрін шешуге болады: 1. Дененің берілген қозғалысы бойынша оған әсер ететін сыртқы күштерді анықтау; 2. Денеге әсер ететін берілген күштері мен қозғалысының бастапқы шарттары бойынша дене қозғалысының кинематикалық теңдеулерін анықтау.

Эксперимент кезінде:

А көлбеу бұрышы берілген, тегіс көлбеу жазықтық бойымен материалдық нүкте М өз салмағының әсерімен қозғалыста; оның бастапқы көлденең жылдамдығы 0 осы жазықтықтың ең үлкен көлбеу сызығына перпендикуляр болып табылады. Біз осы нүктенің қозғалысы мен траекториясын , және көлбеу жазықтықтың реакциясын анықтаймыз.

Бас координаттарды материалдық нүктенің бастапқы күйінде тандаймыз, ал x және y осьтері – көлбеу жазықтықта жатыр деп аламыз, осыдан x осі- көлденең, y осі – ең үлкен көлбеу сызықтарына параллель, z осі – көлбеу жазықтыққа қалыпты жағдайда бағыттаймыз. М нүктесіне ауырлық күші және көлбеу жазықтықтың реакциясы әрекет етеді, осыдан нүктенің дифференциалдық тендеуі былай жазылады:

$$m\ddot{x} = X = 0$$

$$m\ddot{y} = Y = -P \sin \alpha = -mg \sin \alpha$$

$$mz = Z = N - P \cos \alpha$$

М нүктесі хОу жазықтығында қозғалғандықтан, $z=0$; сондықтан $N - P \cos\alpha = 0$,
осыдан $N = P \cos\alpha$

Алғашқы екі теңдеуді интегралдау қалды:

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\dot{y}}{dt} = -g \sin\alpha$$

Осы теңдеулерді интегралдау арқылы , табылады

$$\dot{x} = \text{const} = \dot{x}_0, \quad \dot{y} - \dot{y}_0 = -gt \sin\alpha$$

Бірақ

$$\dot{x}_0 = \vartheta_{0x} = \vartheta_0, \quad \dot{y}_0 = \vartheta_{0y} = 0$$

Сондықтан

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \vartheta_0$$

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = -gt \sin\alpha$$

Осыдан интегралдауды және $x_0=y_0=0$ екенін ескеріп

$$x = \vartheta_0 t, \quad y = \frac{gt^2}{2} \sin\alpha$$

табамыз.

Осы теңдеулер М нүктесінің көлбеу жазықтық бойымен қозғалысын сипаттайды.
Келесі t параметірінен құтылып, осы нүктенің траекториясын табамыз:

$$y = \frac{-g \sin \alpha}{2 \vartheta_0^2} x^2$$

Бұл парабола, Ох осінің астында орналасқан.

Енді осы есептің жауабының өзгеруін бақылауға болады, егер материалдық нүкте мен көлбеу жазықтық арасындағы үйкеліс күшін ескерсек

$$F_{\text{үйк}} = fN,$$

Осындағы f - үйкеліс коэффициенті.

Бізге белгілі үшінші дифференциалдық теңдеу өзгеріссіз қалады; сондықтан $N = P \cos \alpha$, осыдан аламыз $F_{\text{үйк}} = f P \cos \alpha = \text{const}$. Алынған үйкеліс күшіміз жылдамдыққа қарама-қарсы бағытталғандықтан,

$$F_{\text{үйк}} = -fP \cos \alpha \frac{\partial}{\partial x}$$

Осыдан

$$F_{\text{үйк}} = -fP \cos \alpha \frac{\partial x}{\partial t} = -fP \cos \alpha \dot{x},$$

$$F_{\text{үйк}} = -fP \cos \alpha \frac{\partial y}{\partial t} = -fP \cos \alpha \dot{y}.$$

Демек , xOy жазықтығында M нүктесінің дифференциалдық теңдеуін m-ға қысқартқаннан кейін келесі түрге ие болады:

$$\ddot{x} = -fg \cos \alpha \frac{\dot{x}}{g}, \quad \ddot{y} = -g \sin \alpha - fg \cos \alpha \frac{\dot{y}}{g}$$

Шардың үдеуі шар массасына тәуелді емес, ол тек көлбеу жазықтықтың бұрышына тәуелді. Осыдан:

$$\vartheta^2 - \vartheta_0^2 = 2aS$$

ϑ_0 - шар қозғалысын орнынан бастайды

$$\vartheta^2 = \sqrt{2aS}$$

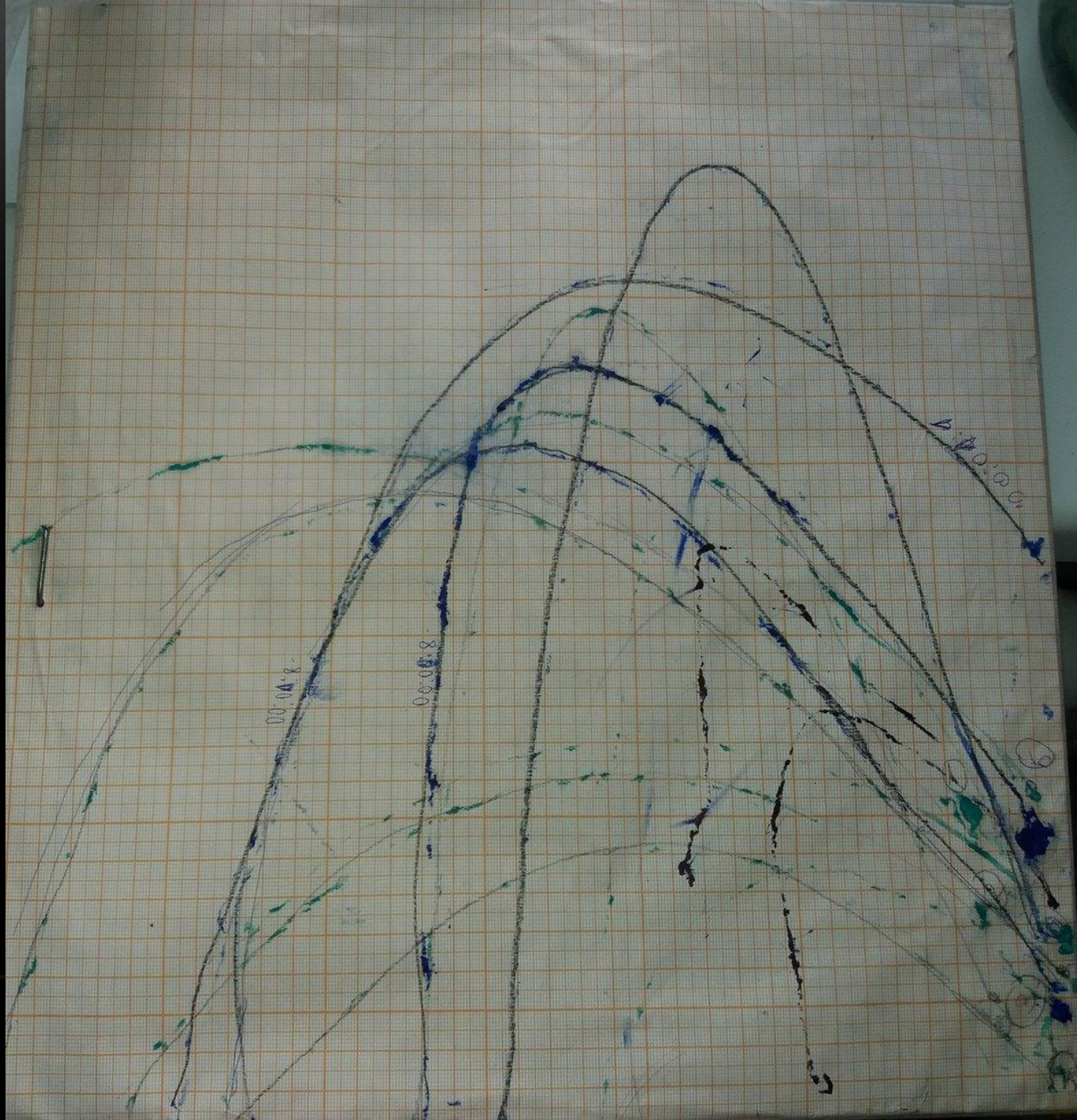
$$\vartheta = 2g \sin \alpha S$$

Қорытынды:

Ньютонның І заңы негізгі рөл атқарады. Яғни ,дененің қозғалыс жылдамдығының бағыты мен шамасын сақтау құбылысы– инерцияның рөлі.

Массасы әр-түрлі денелер жерге бірдей тез құлайды, оған ауа қарсылық көрсетуі мүмкін немесе өзіміз келтірген күш. Дененің жылдамдығы көлденең жазықтықтың сонында тек көлденең бұрыш пен оның ұзындығына тәуелді болады.

Осыған ұқсас қатты дене қозғалысының дифференциалдық теңделерін қандай болсада инерциялы координат жүйесінің өстеріне проекциялап жазуға және бастапқы шарттарды қоюға болады. Қатты дененің ілгерілемелі қозғалысының дифференциалдық теңдеулері бір материалдық нүкте қозғалысының дифференциалдық теңдеулері сияқты екені көрініп тұр.



Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

- Руководство к решению задач по теоретической механике ;Т.Б.Айзенберг, И.М. Воронков, В.М.Осецкий
- <http://lib.kstu.kz:8300/tb/books/Teoreticheskaya%20mehnika%20kaz/teory/16.htm>
- Курс теоретической механики ; Добронравов В.В., Никитин Н.Н., 1983г.
- Теориялық және қолданбалы механика ; Түсіпов А.Т., Түсіпов Қ. – Алматы, 2015;
- А. Борисов, И. Мамаев “Динамика твердого тела. Гамильтоновы методы, интегрируемость, хаос”Источник:
<https://www.books.ru/books/dinamika-tverdogo-tela-gamiltonovy-metody-integriruemost-khaos-388525/> © Books.ru