



# Курс лекций по общей физике

Крючков Юрий Юрьевич  
профессор, д-р физ.-мат. наук  
каф. ОФ ЕНМФ ТПУ

[pptcloud.ru](http://pptcloud.ru)





З Д Р А В С Т В У Й Т Е !

## **Тема: Фотоэлектрический эффект**

- 19.1. Фотоэлектрический эффект;**
- 19.2. Законы внешнего фотоэффекта;**
- 19.3. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта;**
- 19.4. Применение фотоэффекта (самостоятельно!!!)**
- 19.5. Масса и импульс фотона;**
- 19.6. Эффект Комптона и его элементарная теория;**

Сегодня: пятница, 28 октября 2016 г.

# Лекция 19

## Тема: **Фотоэлектрический эффект**

**Продолжение**

**19.7. Корпускулярно-волновой дуализм;  
электромагнитного излучения**

**19.8. Волны де Бройля. Опыт Девиссона.**

## 19.1. Фотоэлектрический эффект

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения абсолютно черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный. **Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.** Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект открыт в 1887 г. Г. Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовыми лучами.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 19.1. В электрическую сеть включался конденсатор, положительной

обкладкой которого была медная сетка  $C$ , а отрицательной — цинковая пластина  $D$ . Когда от источника света  $S$  лучи направлялись на **отрицательно** заряженную пластину  $D$ , в цепи возникал электрический ток. Когда пластина  $D$  заряжалась **положительно**, а сетка  $C$  **отрицательно**, гальванометр  $G$  не обнаруживал электрического тока.

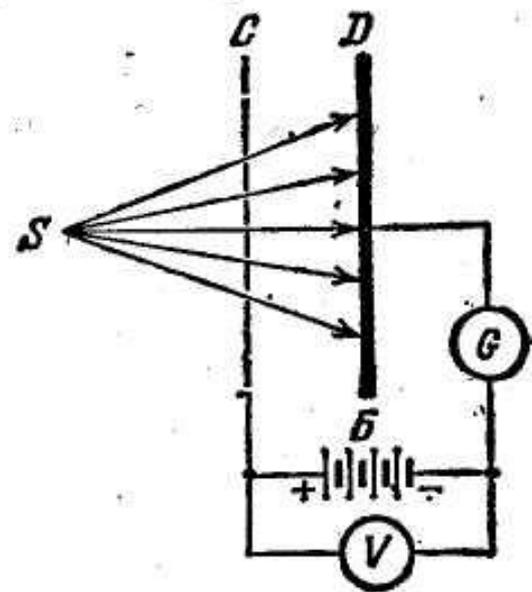


Рис.19.1

Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени:

- 1) наиболее эффективное действие оказывают ультрафиолетовые лучи;
- 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;
- 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

В 1899 г. Ф. Ленард (1862 - 1947, немецкий физик) и У. Томсон методом отклонения зарядов в электрическом и магнитном полях определили удельный заряд частиц, вырываемых светом из катода, доказав, что эти частицы являются электронами. Это было подтверждено в 1922 г. опытами А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова, исследовавшими фотоэффект на микроскопических заряженных металлических пылинках.

Кроме внешнего фотоэффекта существует **внутренний фотоэффект** - вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э. д. с.

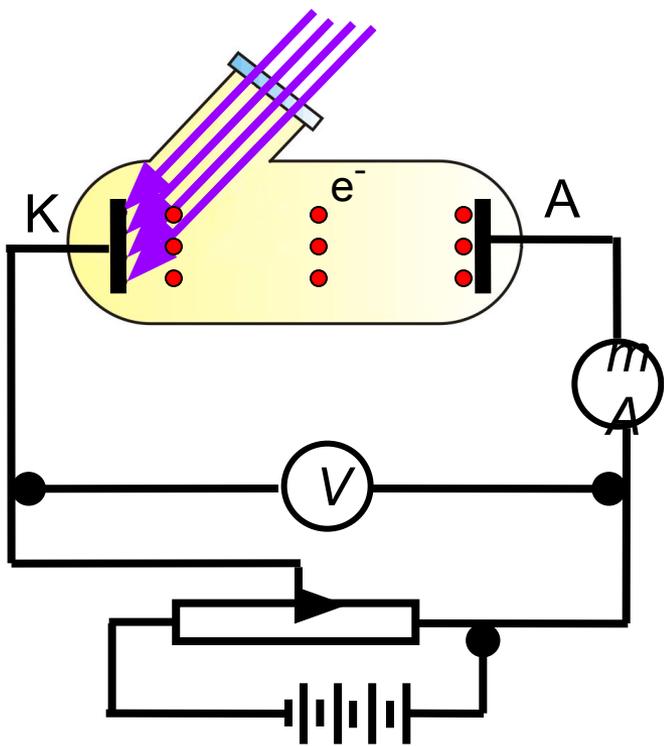


Рис.19.2

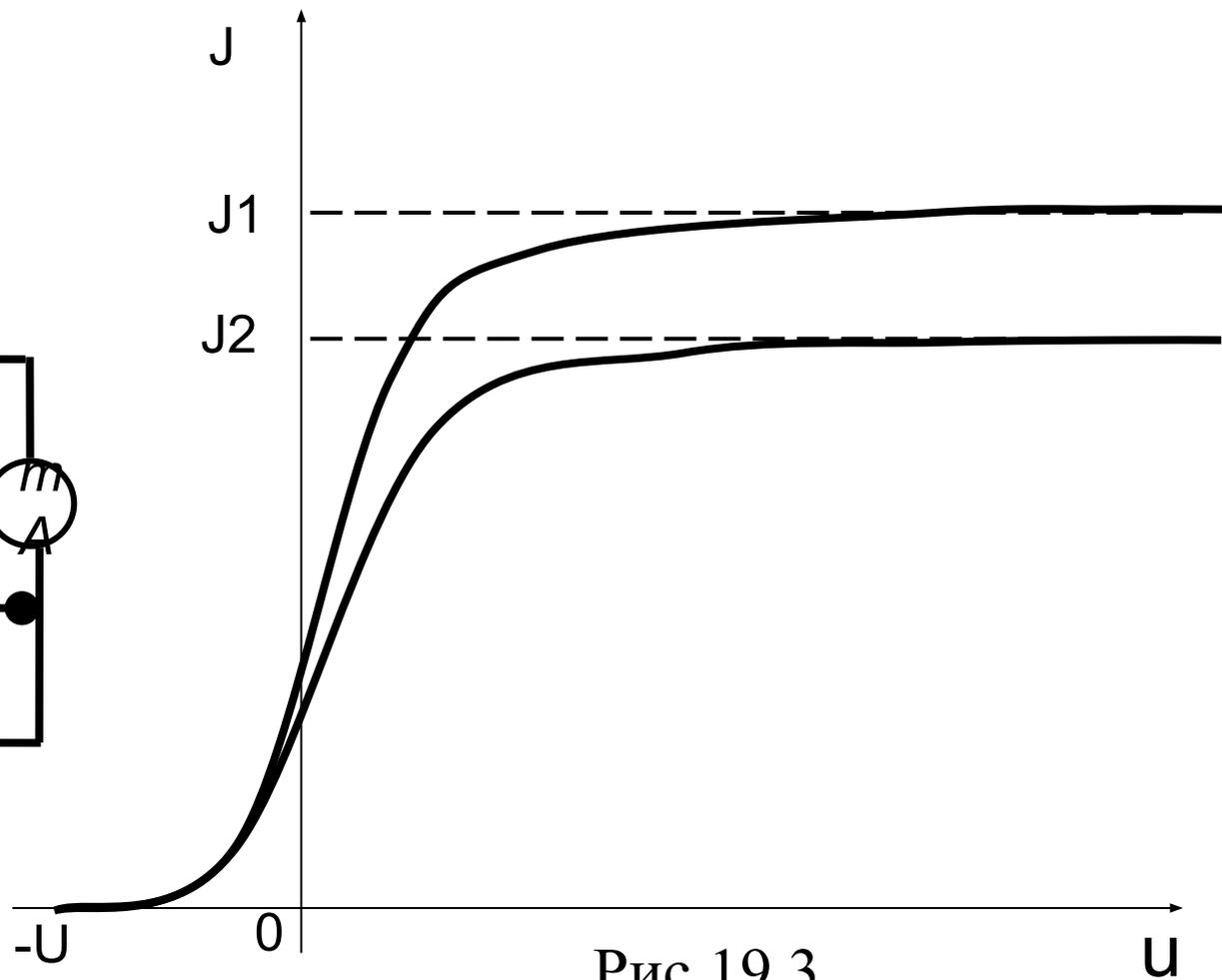


Рис.19.3

Вентильный фотоэффект — возникновение э. д. с. (фото-э. д. с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

Приведенная на рис. 19.2 экспериментальная установка позволяет исследовать вольтамперную характеристику фотоэффекта — зависимость фототока  $J$ , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения  $U$  между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям  $E_0$  катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 19.3. По мере увеличения  $U$  фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями.

Максимальное значение тока  $J_{\text{нас}}$  — *фототок насыщения* — определяется таким значением  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$J_{\text{нас}} = en$$

где  $n$  — число электронов, испускаемых катодом в 1 с. Из вольтамперной характеристики следует, что при ( $U = 0$ ) фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью  $v$ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить *задерживающее напряжение*  $U_0$ . При  $U = U_0$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью  $v_{\text{макс}}$ , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv^2 / 2 = eU_0, \quad (19.1.1)$$

т. е., измерив задерживающее напряжение  $U_0$ , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

Путем изучения вольтамперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие три закона внешнего фотоэффекта (Законы Столетова).

## 19.2. Законы внешнего фотоэффекта

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности  $E_e$  катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ , а именно линейно возрастает с увеличением частоты.

III. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_0$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

Кроме того, установлена *практическая безинерционность* фотоэффекта: ток немедленно возникает при освещении поверхности тела, при условии, что частота света  $\nu \gg \nu_0$ .

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия, с которой электрон вырывается из металла, должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, «красной границы» фотоэффекта не должно быть, что противоречит III

закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить безинерционность фотоэффекта, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

### 19.3. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта*. Согласно Эйнштейну, свет частотой  $\nu$  не только *испускается*, как это предполагал Планк, но и *распространяется* в пространстве, и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых  $\varepsilon_0 = h\nu$ .

В монохроматическом свете с частотой  $\nu$  все фотоны имеют одинаковую энергию, равную  $h\nu$ . Поглощение света состоит в том, что фотоны передают *всю свою энергию!!!* атомам и молекулам вещества. Из этого следует, что поглощение света, как и его

распространение, происходит *прерывно*, отдельными порциями.

Эйнштейн пришел к этим результатам, анализируя свойства электромагнитного поля излучения с частотой  $\nu$ , заключенного в объеме  $V_0$ . стенки которого абсолютно «черные». Он доказал, что возможно такое состояние электромагнитного поля, когда вся его энергия  $E$  соберется в малом объеме  $V \ll V_0$ . Вероятность такого явления, как показал Эйнштейн, выражается формулой  $w = (V/V_0)^{E/h\nu}$ . Этот результат он сравнил с полученным им же результатом по расчету вероятности флуктуации плотности газа. Пусть в объеме  $V_0$  находится  $N$  молекул идеального газа. Существует определенная, хотя и очень малая, вероятность того, что все молекулы самопроизвольно соберутся в объеме  $V \ll V_0$ . Легко убедиться, что  $w = (V/V_0)^N$ . Сравнивая эти формулы для вероятностей рассматриваемых флуктуации, Эйнштейн пришел к выводу, что в случае электромагнитного поля роль числа частиц играет отношение  $E/h\nu$ . Это означает, что излучение состоит из отдельных частиц — фотонов с энергией  $h\nu$  каждый.

Т.о, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью  $c$  распространения света в вакууме. Эти кванты электромагнитного излучения получили название фотонов. По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально числу поглощенных фотонов, т. е. пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безинерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии  $m v_{\text{макс}}^2 / 2$ .

По закону сохранения энергии,

$$h\nu = A + m v_{\text{макс}}^2 / 2. \quad (19.3.1)$$

Уравнение (19.3.1) называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Из (19.3.1) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни  $A$ , ни  $\nu$  от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла  $A = \text{const}$ ), то при некоторой достаточно малой частоте  $\nu = \nu_0$  кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта). Согласно изложенному, из (19.3.1) получим,

что

$$\nu_0 = A/h \quad (19.3.2)$$

и есть «красная граница» фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Выражение (19.3.1), используя (19.1.1) и (19.3.2), можно записать в виде

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0). \quad (19.3.3)$$

Подтверждением правильности формулы (19.3.3) является определение из нее постоянной Планка:

Из опыта необходимо определить величину напряжения ( $-U_0$ ), при котором исчезает фототок. Далее, необходимо построить графически зависимость  $eU_0$  от  $\nu$ . Эта зависимость выражается прямыми, представленными на рис. 19.4 для трех металлов: алюминия, цинка и никеля. Точками изображены результаты измерений  $eU_0$  при различных частотах. Видно, что все прямые параллельны друг другу, причем наклон прямых не зависит от природы металла. По углу между прямыми и осью абсцисс можно определить постоянную Планка:  $\operatorname{tg} \alpha = hK$ , где  $K$  — соотношение

размерных величин, принятых за единицы масштаба по осям  $eU_0$  и  $\nu$ . В наиболее точных опытах, проведенных в 1928г. П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, вакуумная трубка, изображенная на рис. 19.5, представляла собой сферический конденсатор. Стеклоанный шар, посеребренный изнутри, являлся внешней обкладкой конденсатора и играл роль анода  $A$ . Катод  $K$  имел вид шарика из исследуемого металла. В этой установке на анод попадают все электроны с такой начальной скоростью  $v_0$ , так что  $mv_0^2 \geq e|U_0|$ , где  $U_0$  — задерживающее напряжение. Это повышает точность определения максимальной скорости фотоэлектронов  $v_0$  и позволяет наиболее точно определить постоянную Планка.

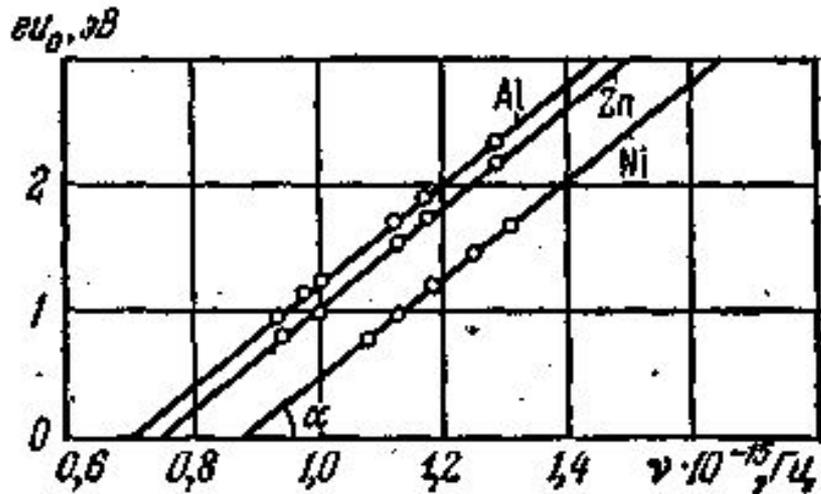


Рис.19.4



Рис.19.5

Среднее значение  $h$ , полученное из наиболее точных опытов по внешнему фотоэффекту, оказалось равным  $6,543 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Это согласуется с результатами других методов определения  $h$ . Тем самым подтверждается правильность уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и идей Эйнштейна о квантовом характере взаимодействия света с электронами при фотоэффекте.

Если интенсивность света очень большая (лазерные пучки), то возможен многофотонный (нелинейный) фотоэффект, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не одного, а  $N$  фотонов ( $N = 2,3,4,5$ ). Многофотонный фотоэффект описывается уравнением

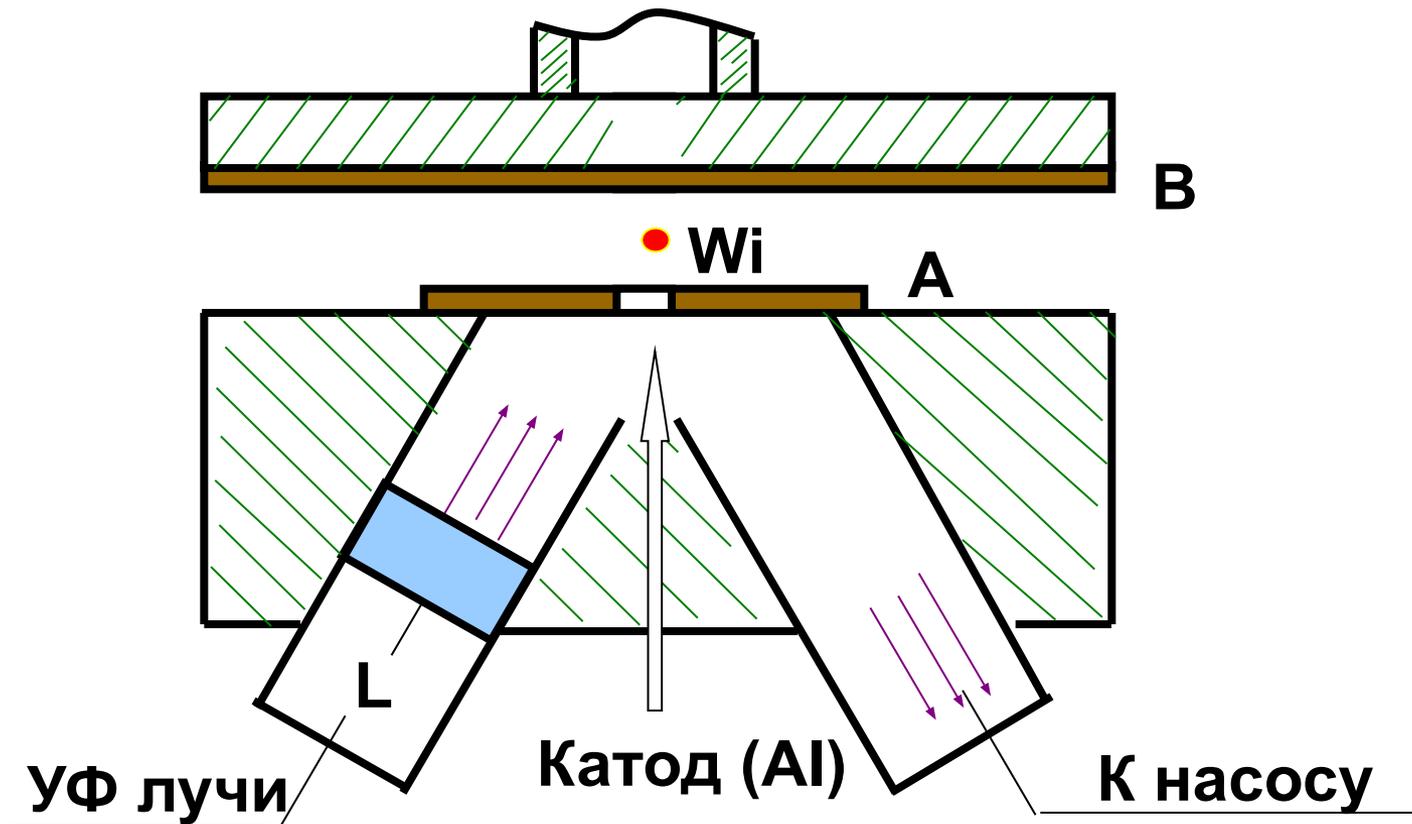
$$N h \nu = A + m v^2 / 2.$$

Соответственно «красная граница» многофотонного фотоэффекта

$$(\nu_0)_N = A / (N h)$$

Блестящим экспериментальным подтверждением идеи Эйнштейна о распространении света в виде потока отдельных фотонов и квантовом характере взаимодействия электромагнитного излучения с веществом явились опыты А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова по изучению фотоэффекта на микроскопических пылинках из висмута. Пылинка уравнивалась в электрическом поле плоского конденсатора. Одна из пластин конденсатора изготовлялась из тончайшей алюминиевой фольги, которая являлась одновременно антикатодом миниатюрной рентгеновской трубки. Антикато́д бомбардировался ускоренными до 12 кВ фотоэлектронами, испускаемыми катодом при освещении ультрафиолетовым светом. Освещенность катода подбиралась такой слабой, чтобы из него в 1 с вырывалось лишь 1000 фотоэлектронов. Это же означает, что рентгеновское излучение антиката́да состояло из отдельных импульсов (1000 импульсов в 1 с). Из опыта следовало, что в среднем через каждые 30 мин уравновешенная пылинка выходила из равновесия, т. е. рентгеновское излучение освобождало из нее фотоэлектрон, приобретающий энергию согласно уравнению Эйнштейна (19.3.1)

### 3. Опыт А.Ф.Иоффе и Н.И.Добронравова



**Wi** – Висмутовая пылинка  $r = 3 \cdot 10^{-5}$  см

**L** – Кварцевое окошко

**A** – Анод из Al, толщиной  $\sim 5 \cdot 10^{-3}$  мм

**B** – Пластика

Если бы рентгеновское излучение распространялось в виде сферических волн, а не отдельных фотонов, то каждый рентгеновский импульс отдавал бы пылинке очень малую часть своей энергии, которая распределялась бы, в свою очередь, между огромным числом электронов, содержащихся в пылинке. Поэтому при таком механизме трудно вообразить, что один из электронов за такое короткое время, как 30 мин, может накопить энергию, достаточную для преодоления работы выхода из пылинки. Напротив, с точки зрения корпускулярной теории это возможно. Так, если рентгеновское излучение распространяется в виде потока дискретных фотонов, то электрон выбивается из пылинки только тогда, когда в нее попадает фотон. Элементарный расчет для выбранных условий дает, что в среднем в пылинку попадает один фотон из 1800000. Так как в 1 с вылетает 1000 фотонов, то в среднем в пылинку будет попадать один фотон в 30 мин, что согласуется с результатами опыта. Если свет представляет собой поток фотонов, то каждый фотон, попадая в регистрирующий прибор (глаз, фотоэлемент), должен вызывать то или иное действие

независимо от других фотонов. Это же означает, что при регистрации слабых световых потоков должны наблюдаться флуктуации их интенсивности. Эти флуктуации слабых потоков видимого света действительно наблюдались С. И. Вавиловым. Наблюдения проводились визуально. Глаз, адаптированный к темноте, обладает довольно резким порогом зрительного ощущения, т. е. воспринимает свет, интенсивность которого не меньше некоторого порога. Для света с  $\lambda = 525$  нм порог зрительного ощущения соответствует у разных людей примерно 100 — 400 фотонам, падающим на сетчатку за 1 с. С. И. Вавилов наблюдал периодически повторяющиеся вспышки света одинаковой длительности. С уменьшением светового потока некоторые вспышки уже не воспринимались глазом, причем чем слабее становился световой поток, тем больше было пропусков вспышек. Это объясняется флуктуациями интенсивности света, т. е. число фотонов оказывалось по случайным причинам меньше порогового значения. Таким образом, опыт Вавилова явился наглядным подтверждением квантовых свойств света.



## **БАВИЛОВ**

### **Сергей Иванович**

Родился 24 марта 1891 г., Москва.  
умер 25 января 1951 г., Москва.  
физик, специалист в области  
оптики.

Член-корреспондент по Отделению  
математических и естественных  
наук с 31 января 1931 г., академик  
по Отделению математических и  
естественных наук (физика, оптика,  
люминесценция) с 29 марта 1932 г.,  
президент с 17 июля 1945 г. по 25  
января 1951 г.

## 19.5. Масса и импульс фотона

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными фотонами. Энергия фотона  $\varepsilon_0 = h\nu$ . Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m_\gamma = h\nu/c^2 \quad (19.5.1)$$

Фотон — элементарная частица, которая всегда (в любой среде!) движется со скоростью света  $c$  и имеет массу покоя, равную нулю. Следовательно, масса фотона отличается от массы таких элементарных частиц, как электрон, протон и нейтрон, которые обладают отличной от нуля массой покоя и могут находиться в состоянии покоя.

Импульс фотона  $p_\gamma$  получим, если в общей формуле теории относительности положим массу покоя фотона  $m_{0\gamma} = 0$ :

$$p_\gamma = \varepsilon_0/c = h\nu/c \quad (19.5.2)$$

Из приведенных рассуждений следует, что **фотон**, как и любая другая частица, **характеризуется энергией, массой и импульсом**. Выражения (19.5.1), (19.5.2) и  $\varepsilon_0 = h\nu$  связывают **корпускулярные характеристики фотона** — **массу, импульс и энергию** — с **волновой характеристикой света** — его **частотой  $\nu$** .

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. С точки зрения квантовой теории, давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Рассчитаем с точки зрения квантовой теории световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения (частота  $\nu$ ), падающего перпендикулярно поверхности. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает  $N$  фотонов, то при коэффициенте отражения  $\rho$  света от поверхности тела  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1 - \rho)N$  — поглотится. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p_\gamma = hv/c$ , а каждый отраженный —  $2p_\gamma = 2hv/c$  (при отражении импульс

фотона изменяется на  $-p_\gamma$ ). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1с  $N$  фотонов:

$$\rho = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N.$$

$Nh\nu = E_e$  - есть энергия  $\zeta$  всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е. облученность поверхности, а  $E_e/c = \omega$  - объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$\rho = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega (1 + \rho) \quad (19.5.3)$$

Формула (19.5.3), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, полученным из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется и волновой, и квантовой теорией.

Экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах П. Н. Лебедева, сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла. Лебедев использовал легкий подвес на тонкой нити, по краям которого прикреплены легкие крылышки, одни из которых зачернены, а поверхности других зеркальные. Для исключения конвекции и радиометрического эффекта использовалась подвижная система зеркал, позволяющая направлять свет на обе поверхности крылышек, подвес помещался в откачанный баллон, крылышки подбирались очень тонкими (чтобы температура обеих поверхностей была одинакова). Значение светового давления на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса и совпадало с теоретически рассчитанными. В частности, оказалось, что давление света на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на зачерненную (см. (19.5.3)).

## 19.6. Эффект Комптона и его элементарная теория

Наиболее полно и ярко корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона. Американский физик А. Комpton (1892 — 1962), исследуя в 1923 г. рассеяние монохроматических рентгеновских лучей веществами с легкими атомами (парафин, бор), обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны наблюдается также излучение более длинных волн. опыты показали, что разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны  $\lambda$  падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только величиной угла рассеяния  $\theta$ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_K \sin^2(\theta / 2), \quad (19.6.1)$$

где  $\lambda'$  — длина волны рассеянного излучения,  $\lambda_K$  — комптоновская длина волны (при рассеянии фотона на электроне  $\lambda_K = 2,426$  пм).

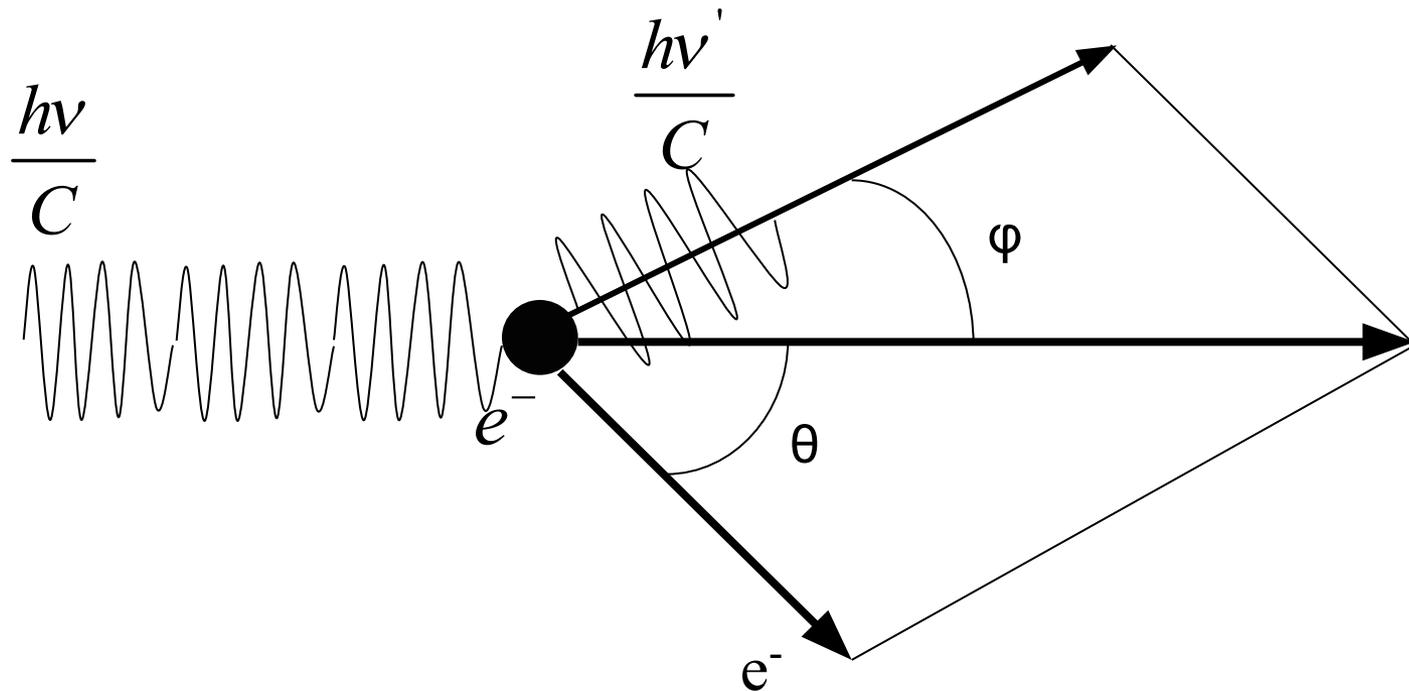


Схема явления Комптона.

Источник  $\gamma$  лучей-молибденовый антикатод, исследуемый образец-графит. Изучался спектр лучей, рассеянных графитом под различными углами  $\theta$ . Для этого был применен рентгеновский спектрометр.

На (рис.19.6) представлены итоги измерений, сделанных Комптоном. Оказалось, что в спектре рассеянных лучей, кроме линии, имеющей длину волны излучения, падающего на графит, появляется еще одна линия с большей длиной волны; сдвиг длины волны этой линии по отношению к длине основной растет с увеличением угла рассеяния  $\theta$ .

Эффектом Комптона называется упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и  $\gamma$ -излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны.

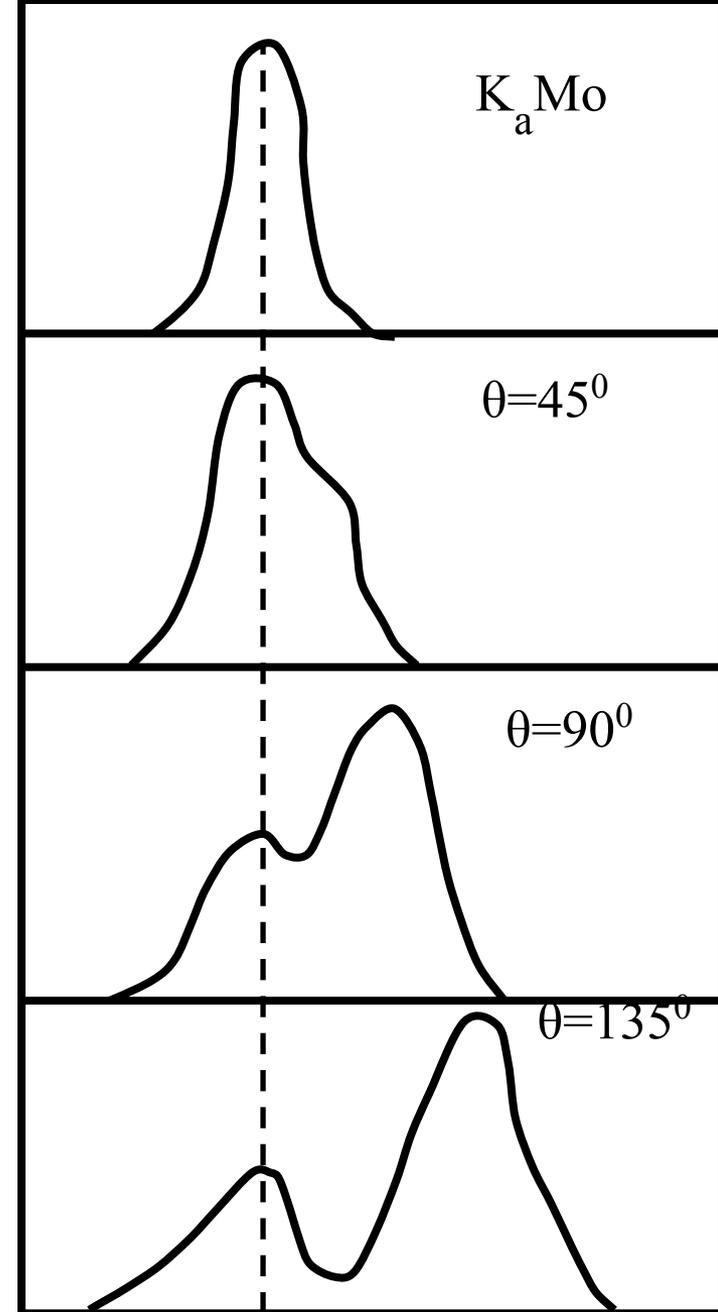


Рис.19.6

Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света. Если считать, как это делает квантовая теория, что излучение имеет корпускулярную природу, т. е. представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона — результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц (рис. 19.7) - налетающего фотона, обладающего импульсом  $p_\gamma = hv/c$  и энергией  $\varepsilon_\gamma = hv$ , с покоящимся свободным электроном (энергия покоя  $W_0 = m_0c^2$ ;  $m_0$  — масса покоя электрона). Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона и означает увеличение длины волны рассеянного излучения. Пусть импульс и энергия рассеянного фотона равны  $p'_\gamma = hv'/c$  и  $\varepsilon'_\gamma = hv'$ . Электрон, ранее покоившийся, приобретает импульс  $p_e = mv$  и энергию  $W = mc^2$  и приходит в движение — испытывает отдачу. При каждом таком столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса. Согласно закону сохранения энергии,

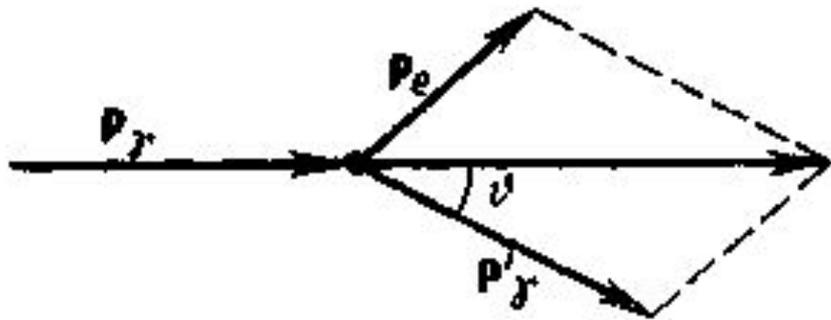


Рис.19.7

$$W_0 + \varepsilon_\gamma = W + \varepsilon'_\gamma, \quad (19.6.2)$$

а согласно закону сохранения импульса,

$$p_\gamma = p_e + p'_\gamma. \quad (19.6.3)$$

Подставив в выражении (19.6.2) значения величин и представив (19.6.3) в соответствии с рис. 19.6, получим

$$m_0 c^2 + h\nu = m c^2 + h\nu', \quad (19.6.4)$$

$$(m\nu)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu' \cos\vartheta. \quad (19.6.5)$$

Масса электрона отдачи связана с его скоростью  $v$  соотношением  $m^* = m_0/\sqrt{1 - (v/c)^2}$ . Возведя уравнение (19.6.4) в квадрат, а затем вычитая из него (19.6.5) и учитывая  $m^*$  получим

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = 2h\nu\nu'(1 - \cos\vartheta).$$

Поскольку  $\nu = c/\lambda$ ,  $\nu' = c/\lambda'$  и  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , получим

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\vartheta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}. \quad (19.6.6)$$

Выражение (19.6.6) есть не что иное, как полученная экспериментально Комптоном формула (19.6.1). Подстановка в нее значений  $h$ ,  $m_0$  и  $c$  дает комptonовскую длину волны электрона  $\lambda_K = h/(m_0 c) = 2,426$  пм.

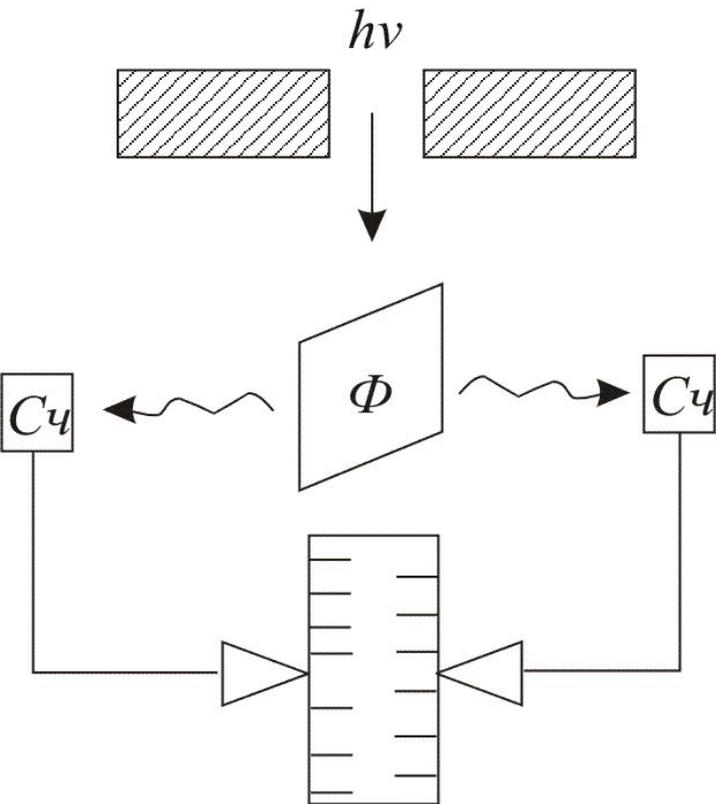
Наличие в составе рассеянного излучения «несмещенной» линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить следующим образом. При рассмотрении механизма рассеяния предполагалось, что фотон соударяется лишь со свободным электроном. Однако если электрон сильно связан с атомом, как это

имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном случае длина волны  $\lambda'$  рассеянного излучения практически не будет отличаться от длины волны  $\lambda$  падающего излучения.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако ввиду большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

## Опыт Боте

Боте разработал метод совпадения. Тонкая металлическая фольга  $\Phi$  помещается между двумя газоразрядными счетчиками  $Cч$ .



Так было экспериментально доказано существование особых световых частиц — фотонов.

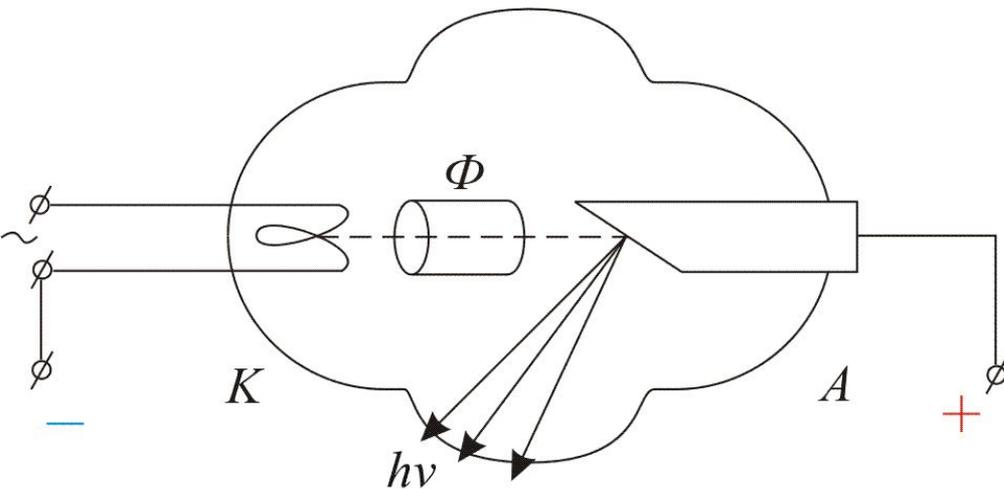
# Тормозное рентгеновское излучение

Квантовая природа излучения подтверждается также существованием *коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра*.

$P \propto e^2 a^2$  - мощность излучения электрона

За время торможения  
электрон излучает  
энергию

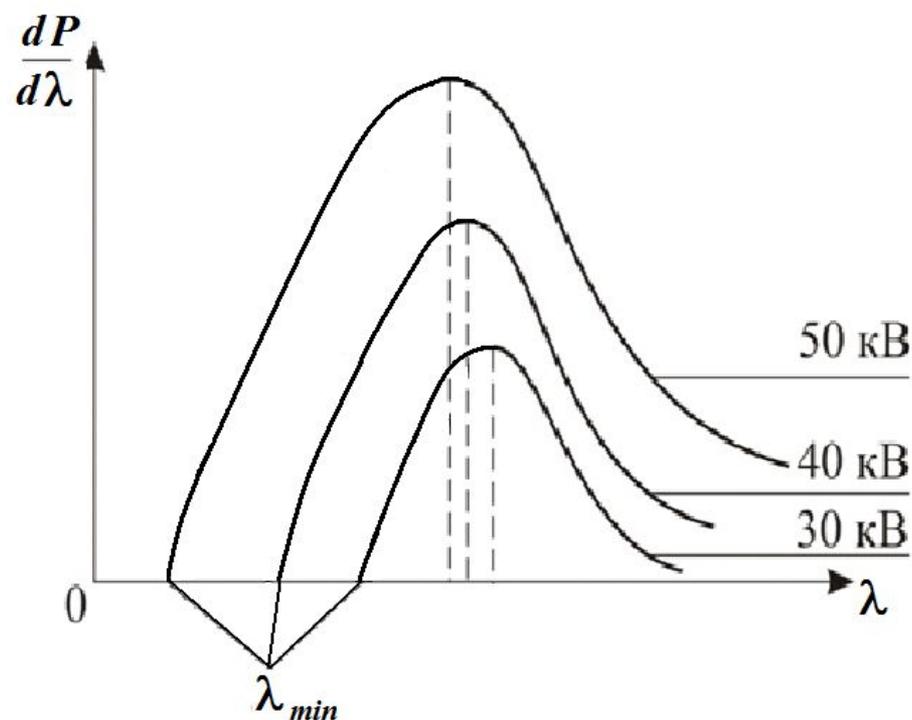
$$W = P\tau \propto e^2 a^2 \tau = \frac{e^2 v_0^2}{\tau}$$



где  $v_0$  – начальная скорость электрона.

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

**Согласно классической электродинамике при торможении электрона, должны возникать излучения всех длин волн от нуля до бесконечности. Длина волны, на которую приходится максимум мощности излучения, должна уменьшаться по мере увеличения скорости электронов, что подтверждается на опыте**



Экспериментально установлено, что

$$\lambda_{\text{мин.}} = (\text{Å}) = \frac{12390}{U(\text{В})} = \frac{\text{const}}{U}$$

Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно если излучение возникает за счёт энергии, теряемой электроном при торможении, то энергия кванта  $\hbar\omega$  не может превысить энергию электрона  $eU$  т.е.  $\hbar\omega \leq eU$  или  $h\nu \leq eU$ , отсюда

$$\nu = \frac{eU}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_{\text{мин.}} = \frac{c}{\nu_{\text{макс.}}} = \frac{ch}{eU}.$$

Фотон обладает энергией  $W = h\nu = h(c/\lambda)$ . Для видимого света длина волны  $\lambda = 0,5$  мкм и энергией  $W = 2,2$  эВ, для рентгеновских лучей  $\lambda = 10 — 0,005$  нм и  $W = 100$  эВ до 250 кэВ. Фотон обладает инертной массой:

$$W = mc^2 \Rightarrow m_{\phi} = W/c^2 = hc/\lambda c^2 = h/c\lambda;$$

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}$$

Фотон движется со скоростью света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Подставим это значение скорости в выражение

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 1}} = \frac{m_0}{0} \rightarrow \infty.$$

Фотон – частица, не обладающая массой покоя потому, что она может существовать только двигаясь со скоростью света  $c$ .

Найдем выражение для энергии и импульса фотона. Мы знаем релятивистское выражение для импульса

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

И для энергии

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В последнем выражении размерности всех членов соответствуют размерности  $p^2$  т. е.  $p^2 = E^2/c^2$  откуда

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c},$$

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

$$k = \frac{\omega}{c},$$

где  $k$  – волновое число

$$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$$

# ФОТОНЫ

## Свойства фотонов:

1. Масса покоя = 0

2. Скорость =  $c$

3. Фотон обладает

энергией  $E = h\nu = \hbar\omega$

импульсом  $p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{\hbar 2\pi}{\lambda} = \hbar k$

*Свет обнаруживает корпускулярно-волновой дуализм*

## 19.7. Корпускулярно-волновая природа света

Опыты Ботэ, эффект Комптона, тепловое излучение, опыты Лебедева, опыты Добронравова казалось бы убедительно доказывают справедливость квантовых (корпускулярных) представлений о природе света.

Однако, с другой стороны, большая группа оптических явлений: интерференция, дифракция, поляризация света, дифракция электронов, дифракция рентгеновских лучей неопровержимо свидетельствуют о волновой природе света.

По современным представлениям свет *одновременно* обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и свойствами дискретных фотонов.

**Корпускулярные свойства обусловлены тем, что энергия, импульс и масса излучения локализованы в дискретных «частицах»-фотонах, волновые - статистическими закономерностями распределения фотонов в пространстве,**

## определяющими вероятности нахождения фотонов в различных точках пространства.

Опыты по дифракции с малыми и большими интенсивностями света дают одинаковую дифракционную картину, это позволяет считать, что волновые свойства присущи не только совокупности большого числа одновременно движущихся фотонов, но также каждому отдельному фотону.

*Волновые свойства* фотона проявляются в том, что для него нельзя указать точно, в какую именно точку экрана он попадет после прохождения через рассматриваемую оптическую систему. Можно говорить лишь о вероятности попадания фотона в различные точки экрана.

Т.е. фотоны качественно отличаются от световых корпускул Ньютона, движение которых как считал Ньютон, подобно движению макроскопических тел.

## 19.8. Волны де Бройля. Опыт Дэвиссона

По гипотезе де Бройля не только фотоны, но и все "обыкновенные частицы" (электроны, протоны, нейтроны и др.) обладают волновыми свойствами, которые, в частности, должны проявляться в явлениях интерференции, дифракции.

$$\lambda = h/mv \quad \text{Формула де Бройля} \quad (19.8.1)$$

Гипотеза де Бройля вскоре была подтверждена экспериментально. Дэвиссон и Джермер в 1927 г. наблюдали дифракцию электронов на монокристалле никеля.

Узкий пучок электронов направлялся на поверхность монокристалла никеля. Отраженные электроны улавливались цилиндрическим электродом (см. рис.), присоединенным к гальванометру. Интенсивность отраженного пучка оценивалась по силе тока, текущего через гальванометр.

# Луи де Бройль

*Louis Victor Pierre Raymond  
duc de Broglie*

*15.08.1892 – 19.08.1987*

*7-й герцог Бройльи*



*французский физик*

*Родился в Дьеппе, Франция (Dierpe,  
France)*

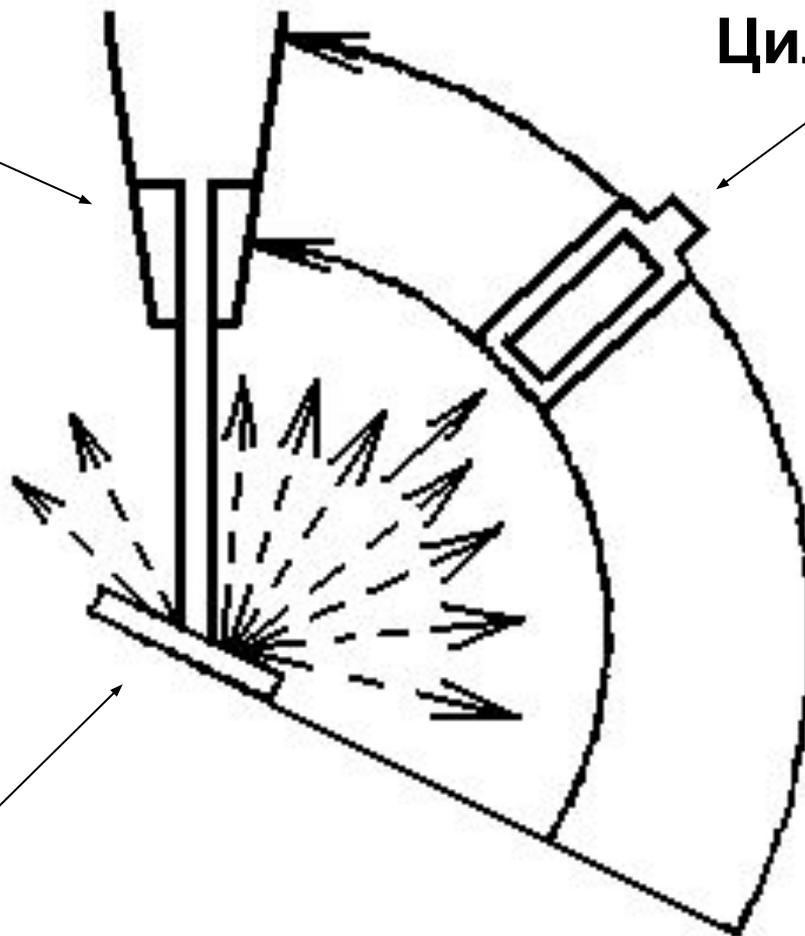
*Умер в Париже, Франция (Paris,  
France)*



**Электронная  
пушка**

**Цилиндр Фарадея**

**Кристалл  
никеля**



**Схема опытов Девиссона.**

# КЛИНТОН ДЭВИССОН

*Clinton Joseph Davisson*

*22.10.1881 – 01.02.1958*

*американский физик*

*Родился в Блумингтоне, США  
(Bloomington, Illinois)*

*Умер в Шарлотсвилле, США  
(Virginia, Charlottesville)*

**The Nobel Prize in Physics 1937**



# Лестер Джермер

*Lester Halbert Germer*

*10.10.1896 – 3.10.1971*

*американский физик*

*Родился в Кембридже, США (Chicago)*

*Умер в Нью-Йорке, США (Gardiner,  
New York)*



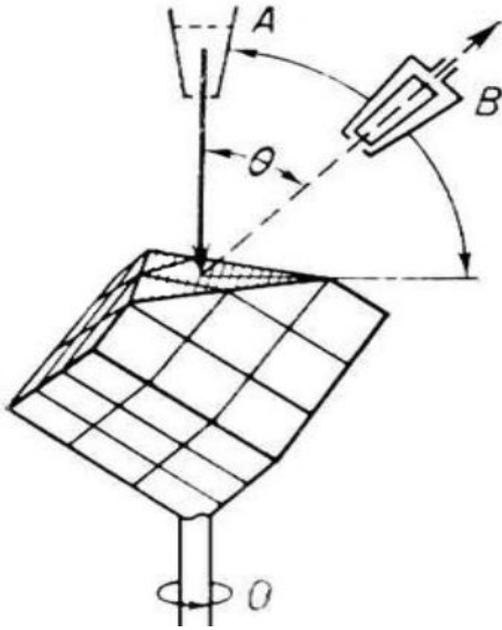
При прохождении электроном ускоряющей разности потенциалов:

$$eU = \frac{p^2}{2m}; \quad p = \sqrt{2meU}.$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} \approx \frac{12,25 \text{ \AA}}{\sqrt{U}} \quad 15.3$$

Если энергия электрона несколько эВ, то длина волны порядка 1 нм, то есть порядка межплоскостных расстояний в кристалле (длины волны рентгеновского излучения). Поэтому для наблюдения дифракции микрочастиц следует использовать кристаллы.

## Опыты Дэвиссона и Джермера



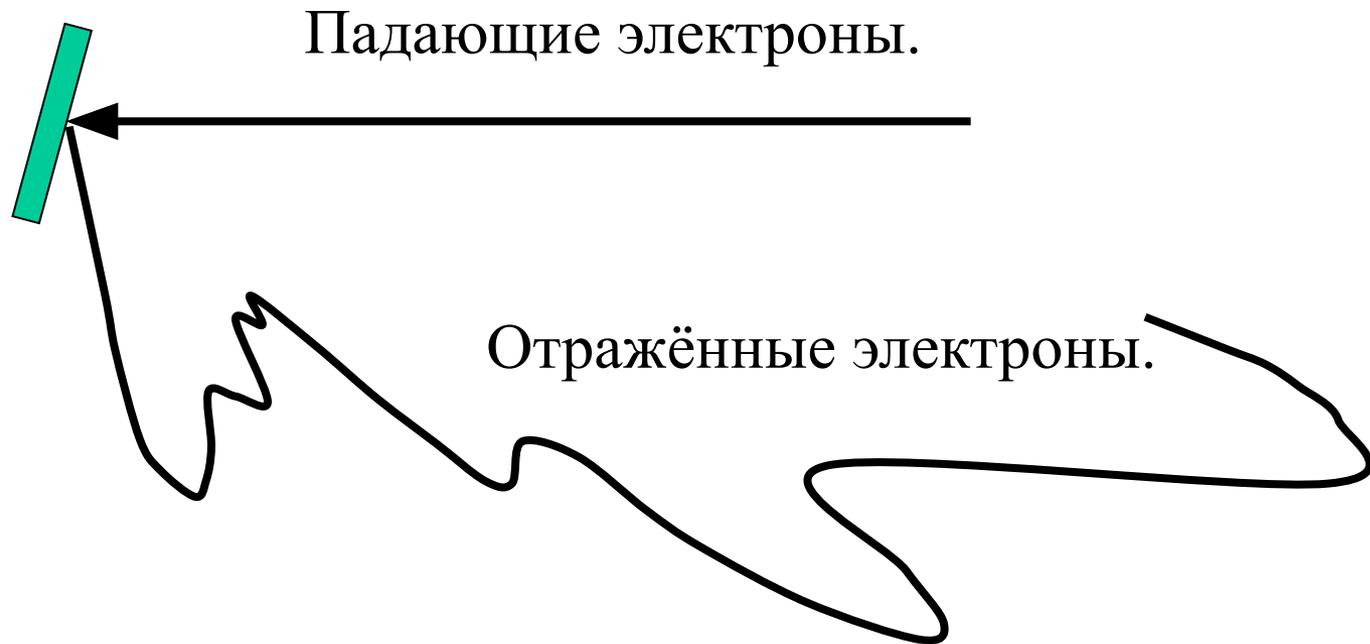
Первым опытом по дифракции частиц, подтвердившим исходную идею квантовой механики – корпускулярно-волновой дуализм, явился опыт американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера, проведенный в 1927 по дифракции электронов на монокристаллах никеля.

Условием наблюдения дифракционного максимума при отражении от кристалла является условие **Брэггов-Вульфа** :

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

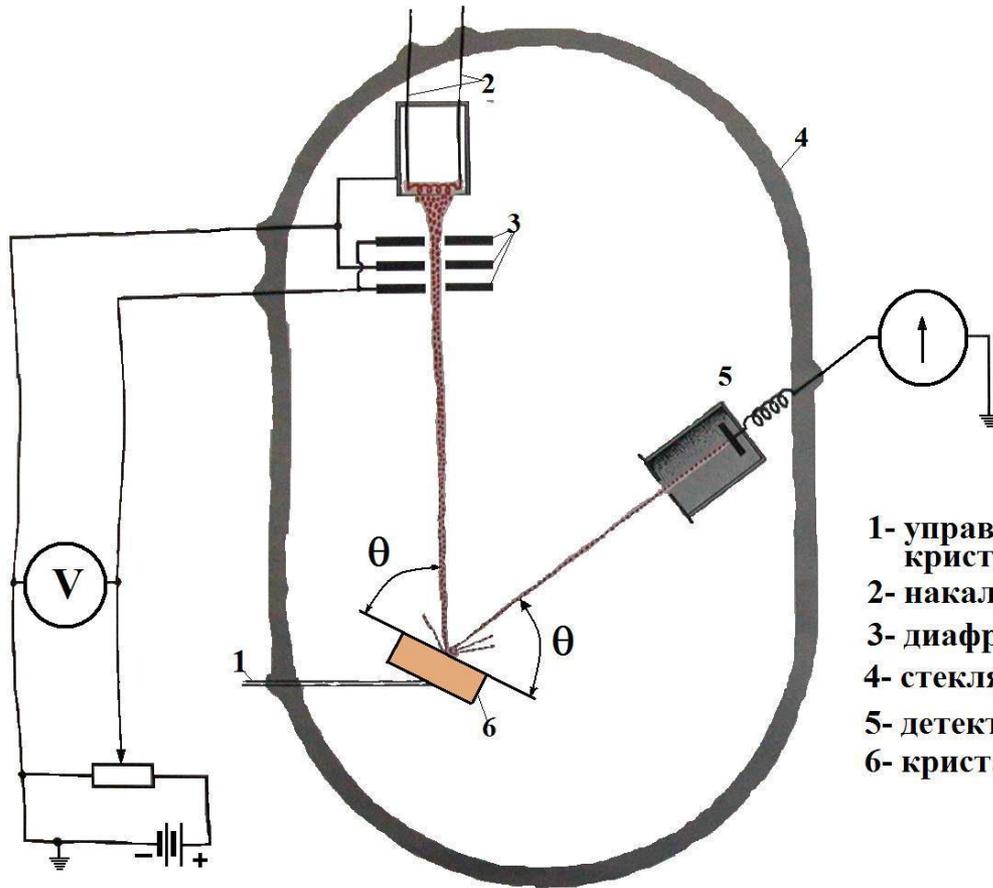
В опыте Дэвиссона и Джермера при «отражении» электронов от поверхности кристалла никеля при определённых углах отражения возникали максимумы.

*Ожидали* получить дифракционную картину, аналогичную картине возникающей при дифракции рентгеновских лучей на том же кристалле, поскольку длина волны де Бройля для электронов изменялась в диапазоне длин волн рентгеновских лучей. Ожидание подтвердилось.



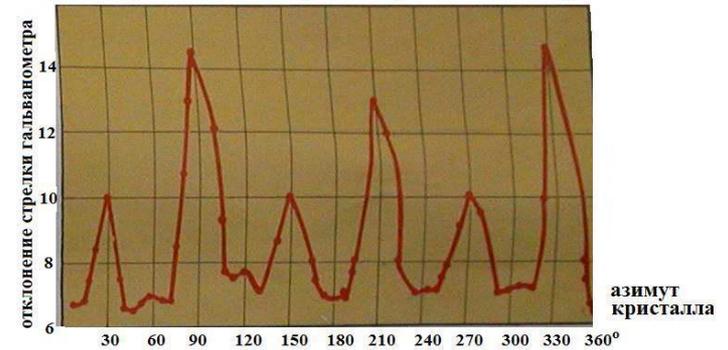
**Угловое распределение отражённых электронов в опытах Девиссона и Джермера.**

# дифракция электронов



- 1- управление ориентацией кристалла
- 2- накал
- 3- диафрагмы
- 4- стеклянный баллон
- 5- детектор электронов
- 6- кристалл

показания гальванометра в зависимости от положения азимута кристалла при энергии электрона 54 эВ



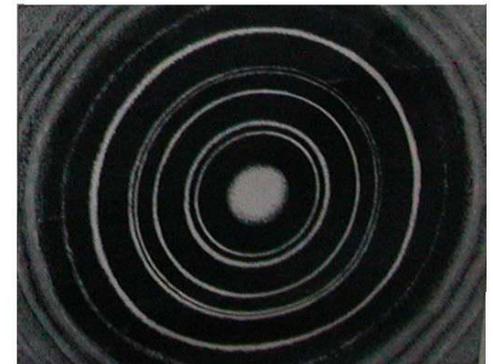
$$2d \sin \theta = n\lambda$$

$d$  - постоянная решетки кристалла  
 $\theta$  - угол скольжения  
 $\lambda$  - длина волны Де Бройля  
 $n$  - порядок дифракционного спектра

$$\lambda = \frac{2 \sin \theta}{n} = \frac{h}{\sqrt{2mT}}$$

$h$  - постоянная Планка  
 $m$  - масса электрона  
 $T$  - кинетическая энергия электрона

Электроннограмма порошка сернистого свинца



Максимумы на кривой соответствуют отдельным дифракционным максимумам. Их положение, найденное экспериментально, в точности совпало с вычисленным из условия Вульфа-Брегга, в которое подставлялась формула де Бройля для  $\lambda$ .

У кристалла никеля  $d = 0,91 \text{ \AA}$  и при  $U = 54 \text{ В}$  дебройлевская длина волны равна  $0,167 \text{ нм}$ . Соответствующая длина волны, найденная по формуле Вульфа-Брэггов, равна  $0,165 \text{ нм}$ . Совпадение очень хорошее, так что гипотеза де Бройля подтверждается экспериментально.

Описанные опыты были аналогичны опытам Лауэ с рентгеновскими лучами. Опыты, аналогичные методу Дебая-Шерера, впервые были проведены П.О.Тартаковским, Томсоном и Рейдом на быстрых электронах.

Применимость формулы де Бройля не ограничивается только электронами; любой частице соответствует волна, определяемая этой формулой.

Для теннисного мяча ( $v = 25\text{ м/с.}$ )  $\lambda = 6 \cdot 10^{-22}\text{ см}$ , для атомов водорода –  $\lambda = 1,2 \cdot 10^{-8}\text{ см}$ , т.е около  $1 \text{ \AA}$ .

**Экспериментально доказано, что волновые свойства присущи всем без исключения микрочастицам.**

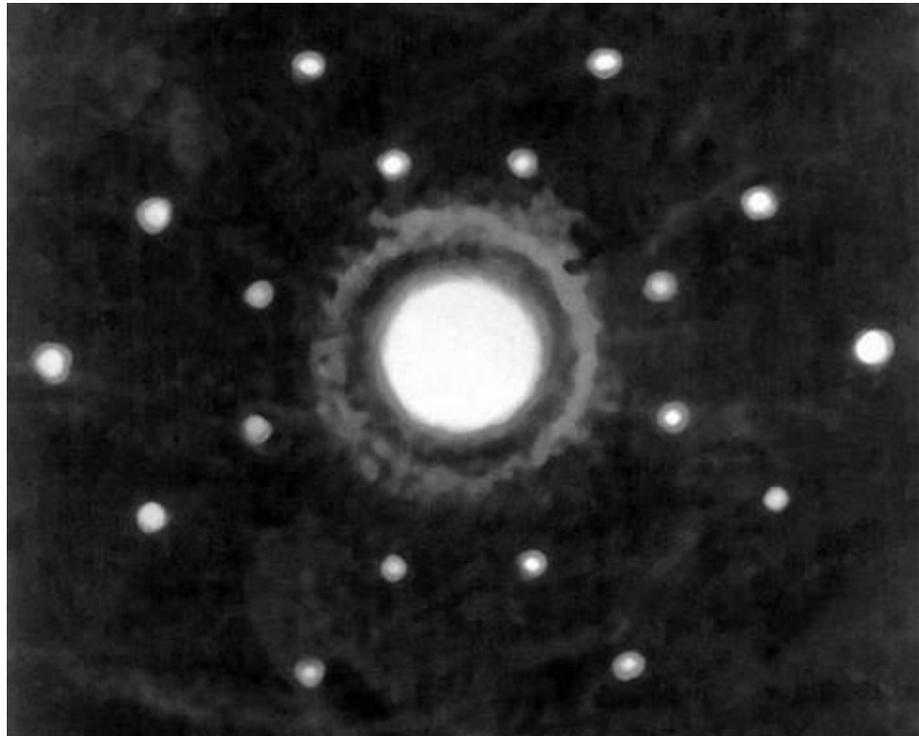
Дифракция позднее наблюдалась и для более тяжелых заряженных частиц – протонов, ионов гелия и др.

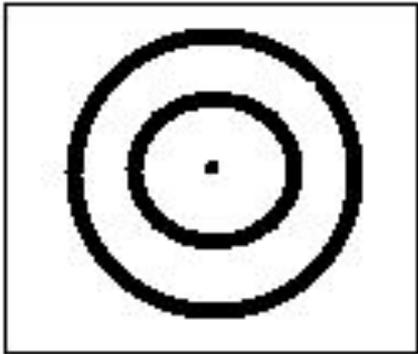
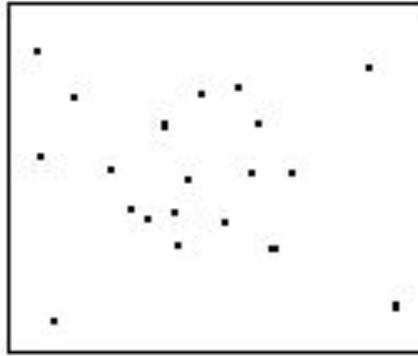
Дифракция электронов при прохождении плёнок алюминия и золота впервые исследовали

**Дж. Дж. Томсон и П. С. Тартаковский. (1927 г.)**

Вскоре после этого удалось наблюдать и явления дифракции атомов и молекул.

дифракция нейтронов

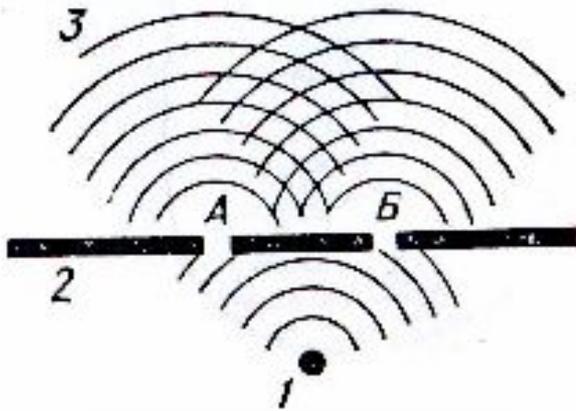
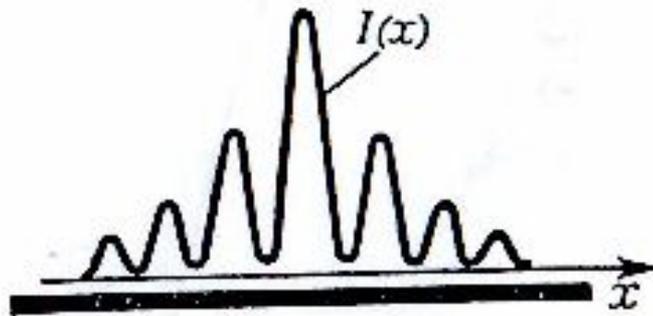




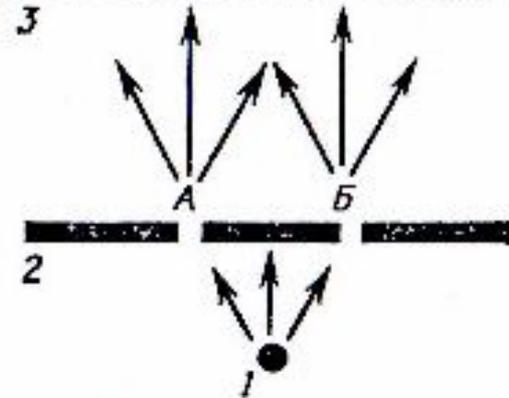
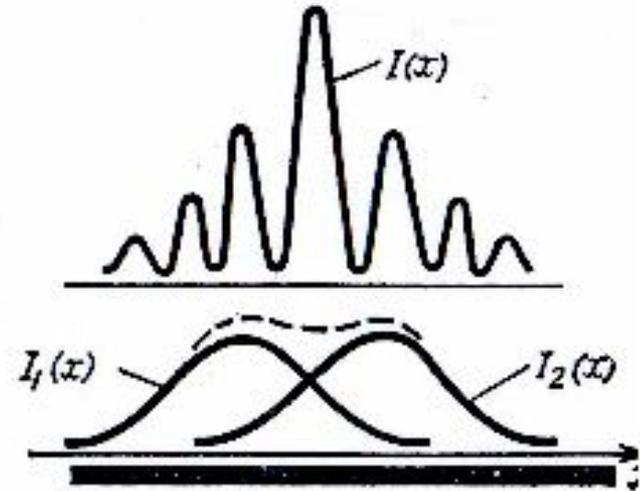
В 1949 г. Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин, В.А. Фабрикант использовали пучок малой интенсивности - такой, что каждый рассеянный электрон проходил через кристалл поодиночке и регистрировался фотопластинкой. Т.е. было доказано, что волновыми свойствами обладает *каждый отдельный электрон*.

Таким образом, было доказано, что волновые свойства являются универсальным свойством всех микрочастиц.

# Прохождение микрочастицы через две щели



Опыт Юнга



Электроны

картина для электронов идентична картине для фотонов.

**В случае фотонов понятно, так как волна делится на две части, которые интерферируют.**

**Но электрон неделим и локализован в одной точке при попадании на фотопластинку. Значит, движение частицы подчиняется вероятностным законам.**

**Интерференционная картина лишь характеризует вероятность попадания электрона в определенную точку экрана.**

**Единственный способ «объяснения» этого явления - создание математического формализма, который естественно должен быть непротиворечив и как бы объяснять прохождение электрона через две щели.**

**В его основе - каждой частице поставлена в соответствие некоторая комплексная функция .**

$$\psi(\underline{r}, t) = \psi(x, y, z, t).$$

**Поскольку формально она обладает свойствами классической волны ее назвали волновой функцией -  $\Psi$  (пси - функция)**

**в связи с тем, что нельзя указать через какую щель проходит электрон, понятие траектории теряет смысл.**

## *Соотношение неопределенностей*

В.Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц, показал, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперед заданной точностью характеризовать классически, то есть координатой и проекцией импульса на соответствующую ось.

Соотношения неопределенностей имеют вид:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2$$

$\Delta x$  - неопределенность значений координаты;

$\Delta p_x$  - неопределенность значений импульса.







## Уравнения де Бройля

Поскольку корпускулярно-волновой дуализм имеет место для света (электромагнитного излучения), то он имеет место и для микрочастиц, поэтому микрочастицы обладают корпускулярно-волновым дуализмом.

Каждой микрочастице соответствует волна, характеризующаяся частотой колебания  $\nu$  и длиной волны  $\lambda$  - вследствие этого движение микрочастиц является волновым движением.

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}. \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k.$$

Эти соотношения, выражающие связь между корпускулярными и волновыми свойствами микрочастиц, называются уравнениями де Бройля

# Луи де Бройль

*Louis Victor Pierre Raymond  
duc de Broglie*

*15.08.1892 – 19.08.1987*

*7-й герцог Брольи*



*французский физик*

*Родился в Дьеппе, Франция (Dierpe,  
France)*

*Умер в Париже, Франция (Paris,  
France)*



$x$  and  $p_x$

$y$  and  $p_y$

$z$  and  $p_z$

Канонически сопряженные  
величины

Энергия и время являются канонически сопряженными  
величинами

$\Delta E$  - неопределенность значений  
энергии;

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

$\Delta t$  - неопределенность определения  
времени.

Определение энергии с точностью  $\Delta E$  должно занять  
интервал времени, равный по меньшей мере:

$$\Delta t \sim \hbar / \Delta E$$

# Вернер Гейзенберг

*Werner Karl Heisenberg*

*05.12.1901 – 01.02.1976*

*немецкий физик*

*Родился в Вюрцбурге, Германия*

*(Würzburg, Deutschland)*

*Умер в Мюнхене, Германия*

*(München, Deutschland)*

*The Nobel Prize in Physics 1932*



# Волновые свойства частиц

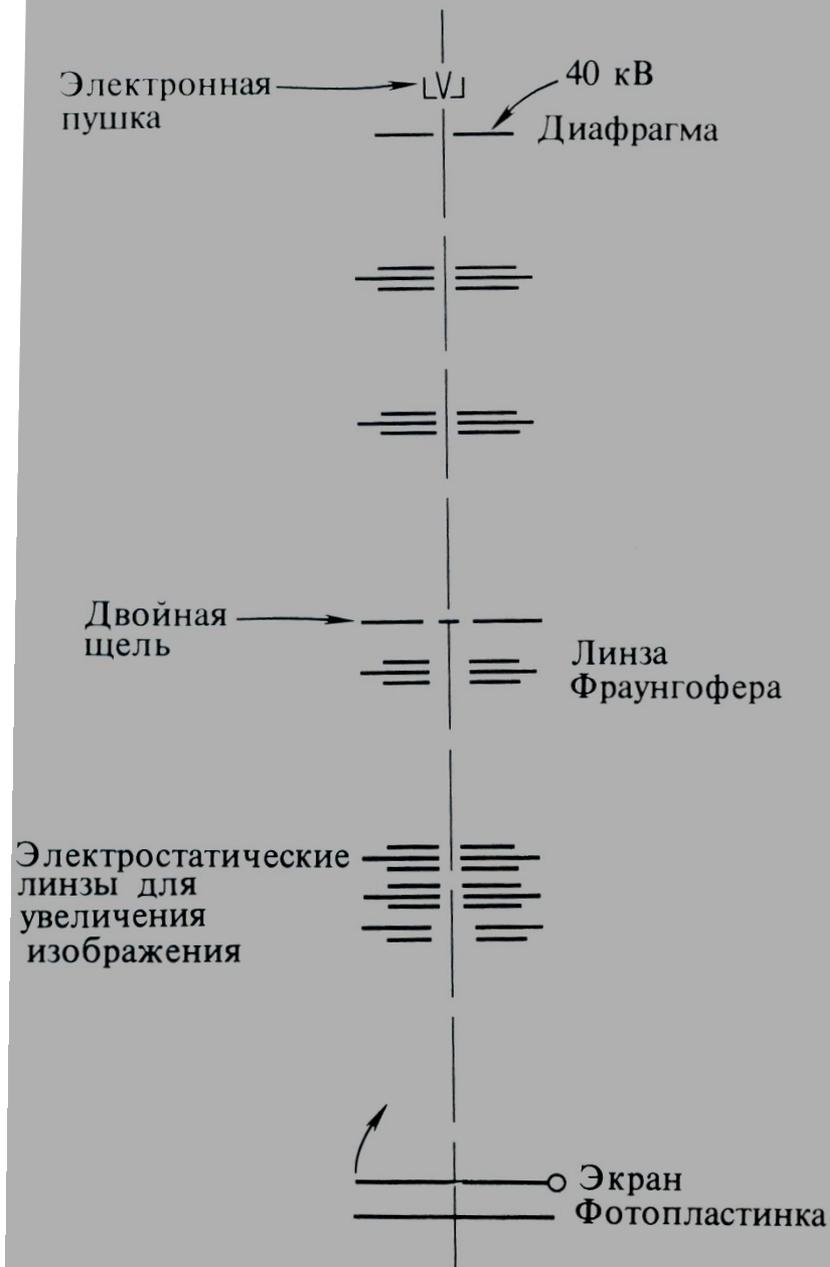
Для фотона

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

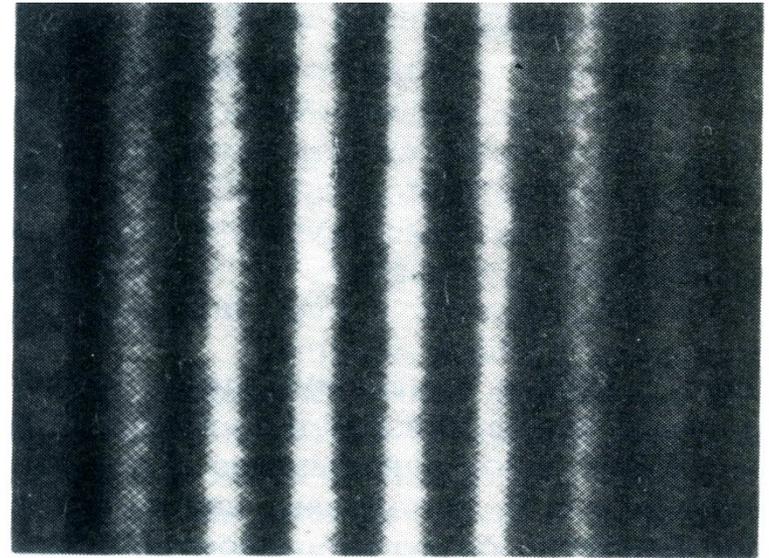
Гипотеза Де Бройля для частиц

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

**интерференцию  
электронов на двух  
щелях удалось  
зафиксировать на  
фотопластинке  
в эксперименте,  
выполненном  
К. Йенссоном  
в 1961 г.**

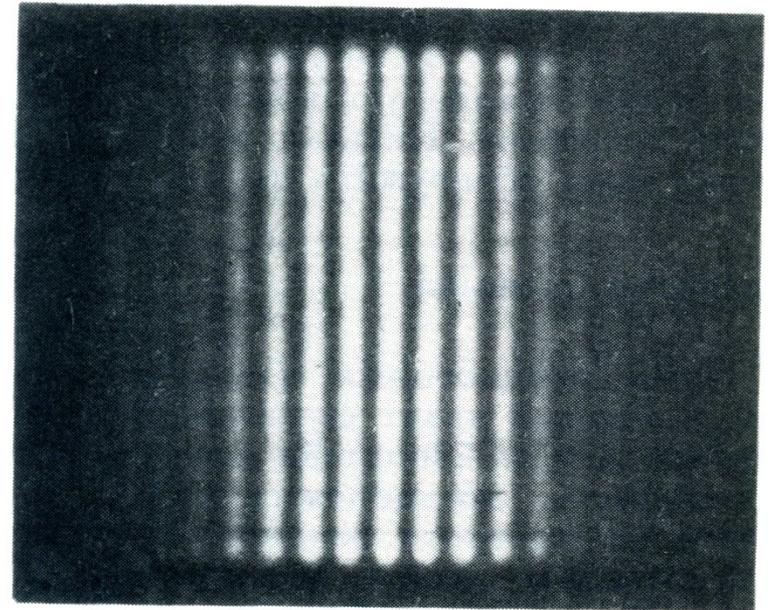


интерференционная  
картина от двух  
щелей в случае  
электронов;



в

интерференционная  
картина от двух  
щелей в случае  
света.



б

# Принцип неопределенности

1927, Вернер Гейзенберг

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

