

Формула Ньютона - Лейбніца

$$\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Формула Ньютона - Лейбніца дає правило обчислення визначеного інтеграла: значення визначеного інтеграла на відрізку $[a; b]$ від неперервної функції $f(x)$ дорівнює різниці значень будь-якої її первісної, обчисленої при $x = b$ і $x = a$.

Різницю в правій частині рівності зазвичай записують так:

$$F(x)\Big|_a^b$$

Тоді формула Ньютона - Лейбніца приймає наступний вигляд:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Ця формула дозволяє обчислювати визначений інтеграл не по визначенню (тобто обчислюючи межу інтегральних сум), а зводиться до задачі знаходження невизначеного інтеграла.

Приклади обчислення

$$1) \int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = -\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0 = 1;$$

$$2) \int_0^1 (6x^2 + 3) dx = (2x^3 + 3x) \Big|_0^1 = (2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1) - (2 \cdot 0 + 3 \cdot 0) = 5;$$

$$3) \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2;$$

$$4) \int_1^6 \frac{dx}{\sqrt{3+x}} = \int_1^6 (3+x)^{-1/2} dx = 2\sqrt{3+x} \Big|_1^6 = 2(\sqrt{9} - \sqrt{2}) = 2;$$

$$5) \int_{-1}^0 e^{-2x} dx = -\frac{1}{2} e^{-2x} \Big|_{-1}^0 = \frac{e^2 - 1}{2}.$$