

Лекция 3

Модуль I. Электрические цепи

Электрические цепи синусоидального тока.

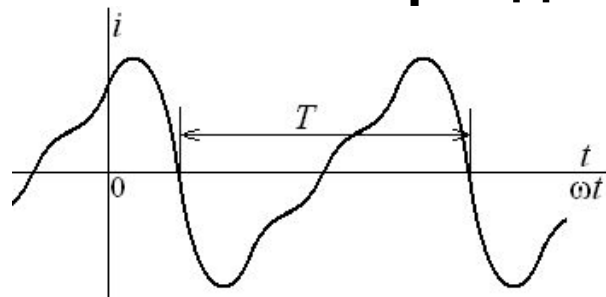
Содержание



1. Основные понятия
2. Принцип создания синусоидальной ЭДС
3. Параметры, характеризующие синусоидальную величину.
4. Способы изображения синусоидальных величин.

1. Основные понятия

- Переменным называется ток (напряжение) изменяющий во времени свое направление и величину.
- Переменные токи могут быть периодическими и непериодическими.
- Наибольшее применение находят периодические токи, то есть токи, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени, называемые **периодом T** .



- Число повторений изменяющейся величины или число периодов в секунду называется **частотой** $f = 1/T$ и измеряется в Герцах [Гц].



Преимущества переменного тока:

- источники электроэнергии переменного тока – синхронные генераторы – дешевле, надежней и могут быть выполнены большей мощности и напряжения чем генераторы постоянного тока;
- энергия переменного тока одного напряжения легко преобразуется в энергию другого (высшего или низшего) напряжения с помощью трансформаторов – простых и надежных устройств с высоким КПД, что очень важно при передаче электрической энергии на большие расстояния и распределении ее между потребителями;
- приемники электрической энергии – двигатели переменного тока дешевле и надежней двигателей постоянного тока.



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС

- Синусоидальная ЭДС создается в генераторах переменного тока. Их работа основана на применении закона электромагнитной индукции.
- **Статор** (1) - неподвижная часть генератора. Его магнитопровод выполнен из электротехнической стали.

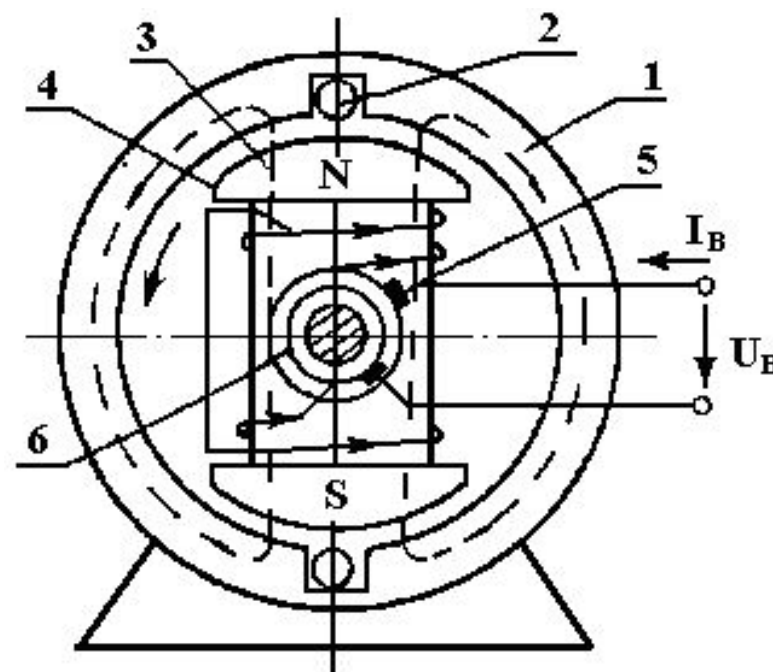


Схема устройства генератора синусоидального напряжения



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

- В пазах статора уложена **электрическая обмотка (2)**. Обмотка статора условно изображена одним витком, состоящим из двух проводников, находящихся в диаметрально противоположных пазах.
- Вращающаяся часть генератора - **ротор (3)**, который представляет собой электромагнит.

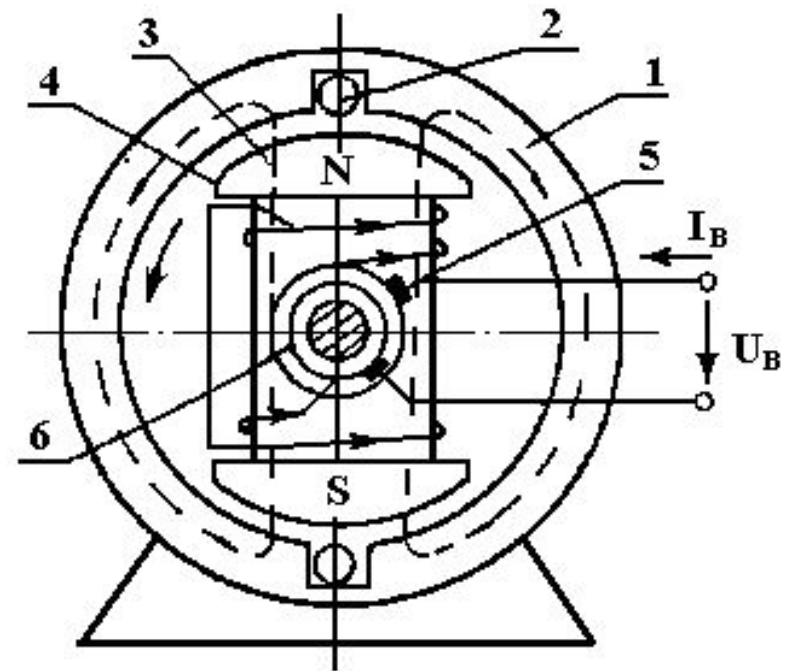


Схема устройства генератора синусоидального напряжения



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

- В обмотку возбуждения ротора (4) через щетки (5) и контактные кольца (6) подается постоянный ток от источника постоянного тока.
- Обмотка возбуждения с током создает магнитное поле. Магнитный поток замыкается по магнитопроводу генератора (пунктир)

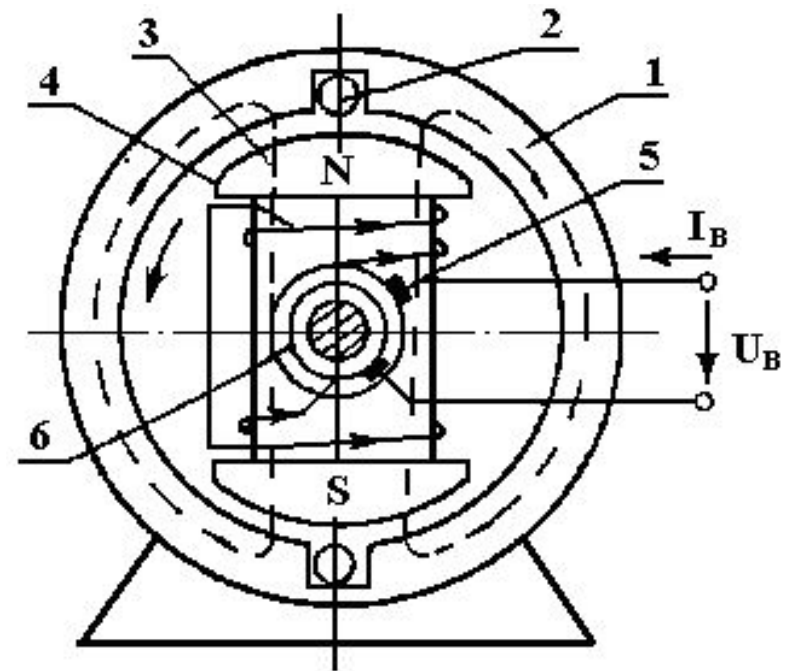


Схема устройства генератора синусоидального напряжения



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

- При вращении ротора его постоянное магнитное поле пересекает витки обмотки статора.
- При этом возникает явление электромагнитной индукции, согласно которому в каждом проводнике обмотки статора индуцируется ЭДС.

$$e = 2e' = 2Blv \quad (\text{ЭДС,}$$

индуцируемая в одном витке, состоящем из двух проводников,)

где e' – ЭДС одного проводника;

l – длина активной части проводника, определяемая конструкцией устройства;

v – линейная скорость перемещения магнитного поля относительно проводника, определяемая частотой вращения ротора;

B – индукция магнитного поля в месте расположения проводника.



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

- При равномерном вращении ротора ЭДС e пропорциональна индукции магнитного поля B .



характер изменения ЭДС определяется законом распределения индукции магнитного поля в воздушном зазоре.

- В генераторах магнитная индукция в воздушном зазоре между ротором и статором распределена по синусоидальному закону $B = B_m \sin \alpha$.
- Это достигается, путем придания полюсным наконечникам соответствующей формы, при которой воздушный зазор к краю полюса увеличивается.



2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

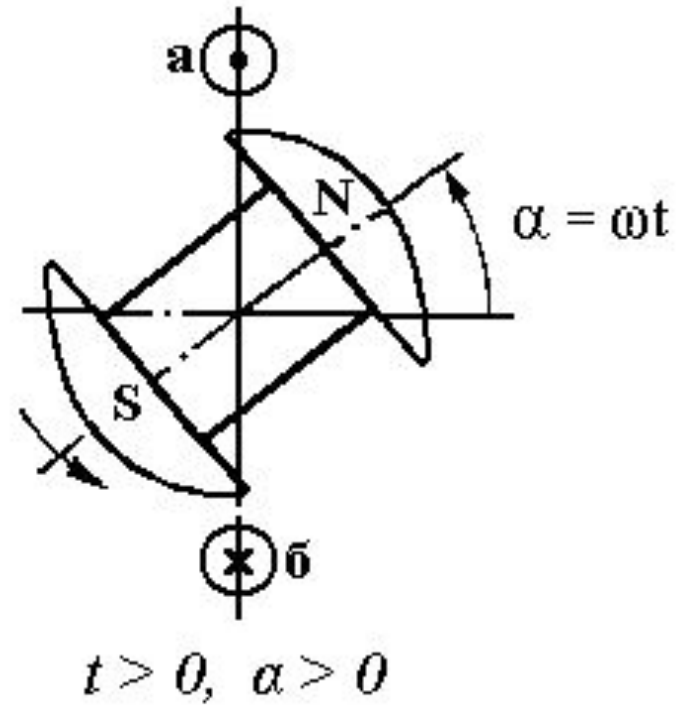
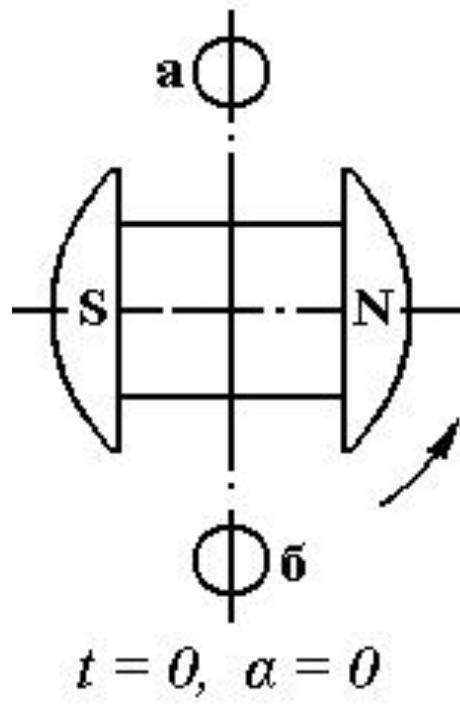
- Начало отсчета ($t = 0$) момент, когда магнитная ось ротора занимает горизонтальное положение [рис. а](#).
- В месте расположения проводников а и б индукция магнитного поля в воздушном зазоре $B = 0$, поэтому $e = 0$.
- В произвольный момент времени t , когда ротор повернется на угол α [рис. б](#), индукция $B = B_m \sin \alpha \neq 0$ ЭДС

$$e = 2B_m l v \sin \alpha$$

- При равномерном вращении ротора с угловой частотой ω его положение изменяется со временем: $\alpha = \omega t$

Следовательно **ЭДС изменяется по синусоидальному закону:**
 $e = E_m \sin(\omega t)$, где $E_m = 2B_m l v$ — максимальное значение ЭДС при вертикальном положении ротора.





2. Принцип создания синусоидальной ЭДС (продолжение)

- В общем случае в начальный момент времени отсчета ротор может быть повернут относительно горизонтального положения на произвольный угол ψ . Тогда его положение изменяется со временем по закону:

$$\alpha = \omega t + \psi$$

- При этом ЭДС генератора изменяется во времени по синусоидальному закону:

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi) .$$

- При подключении к генератору приемника электрической энергии образуется электрическая цепь, в которой возникает синусоидальный электрический ток.



3. Параметры, характеризующие синусоидальную величину.

- Любая синусоидальная величина характеризуется амплитудой, частотой и начальной фазой.
- Значение синусоидальной величины в любой момент времени называют мгновенным. Обозначаются мгновенные значения строчными буквами:

напряжение - u , ЭДС - e , ток - i .

- Зависимости мгновенных значений синусоидальных напряжения, ЭДС и тока от времени определяются выражениями

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad ; \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$



3. Параметры, характеризующие синусоидальную величину. (продолжение)

- **Амплитуда** – наибольшее значение синусоидальной величины

$$E_m, I_m, U_m.$$

- **Фаза** – аргумент синусоидальной величины.

Например, $(\omega t + \psi_e)$ – фаза ЭДС.

- **Начальная фаза** (ψ_e) – значение фазы в начальный момент

$$t = 0$$

- Параметр **разность фаз** (φ) $\varphi = \psi_u - \psi_i$ характеризует угол, на который синусоидальное напряжение опережает по фазе синусоидальный ток.

При $\varphi > 0$ напряжение опережает ток по фазе; если $\varphi < 0$, то напряжение по фазе отстает от тока; при $\varphi = 0$ напряжение и ток совпадают по фазе.



4. Способы изображения синусоидальных величин.

- аналитически с помощью функции $\sin$;
- графически в форме временной диаграммы;
- графически в форме векторной диаграммы;
- аналитически с помощью комплексных чисел.



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью функции $\sin$

Способ заключается в изображении синусоидальных величин при помощи уравнений с тригонометрическими функциями:

$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

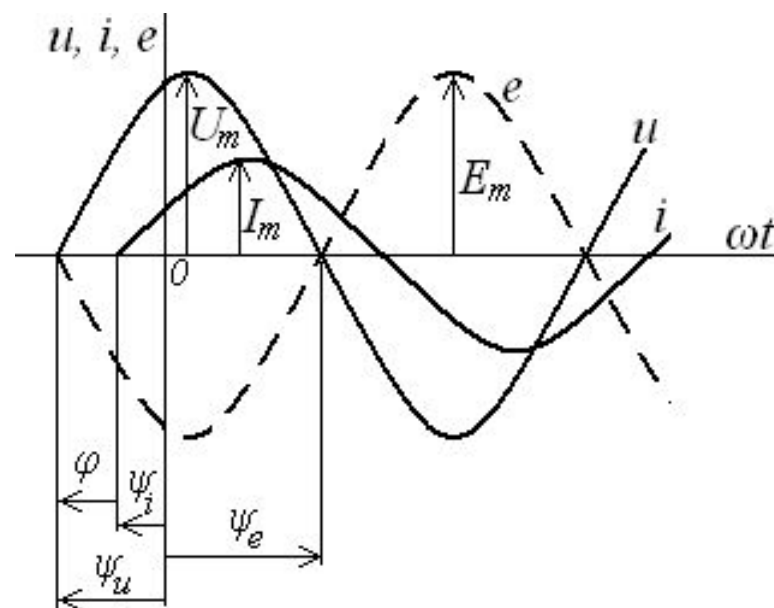
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Графический способ в форме временной диаграммы

- При этом способе мгновенные значения синусоидальных токов, напряжений, ЭДС изображаются в виде графических зависимостей от времени $i(t)$, $u(t)$, $e(t)$ или аргумента тригонометрической функции $i(\omega t)$, $u(\omega t)$, $e(\omega t)$.



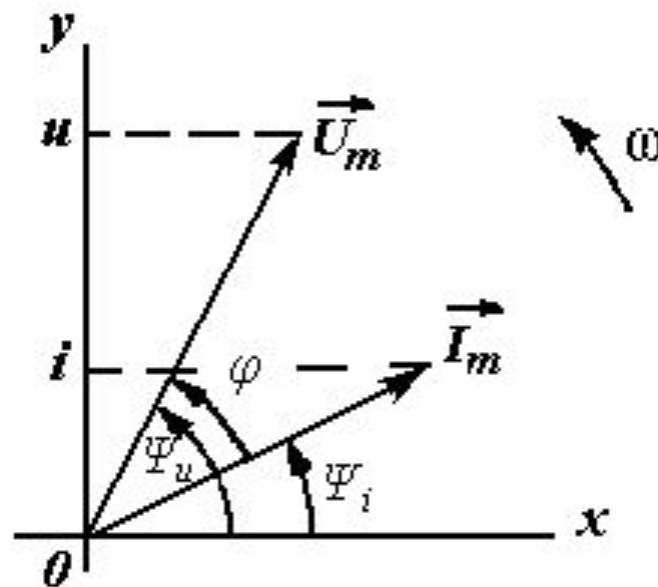
На рисунке $\psi_i > 0$, $\psi_u > 0$, $\psi_e < 0$, причем $\psi_u > \psi_i$.



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Графический способ в форме векторной диаграммы

- Для изображения синусоидального тока или напряжения на декартовой плоскости строят вектор, направленный под углом к оси абсцисс, равным начальной фазе (ψ_i или ψ_u).
- Длина вектора должна соответствовать в масштабе величине (амплитуде) тока или напряжения (I_m или U_m).



Эти векторы вращаются против часовой стрелки с угловой скоростью ω .



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Графический способ в форме векторной диаграммы (продолжение)

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины одной частоты, называют **векторными диаграммами.**

- При изображении синусоидальных тока и напряжения на векторной диаграмме величина (амплитудное значение) определяется длиной вектора в масштабе,
- Начальная фаза тока и напряжения направлением вектора относительно оси абсцисс.
- Разность фаз определяется углом между векторами напряжения и тока.

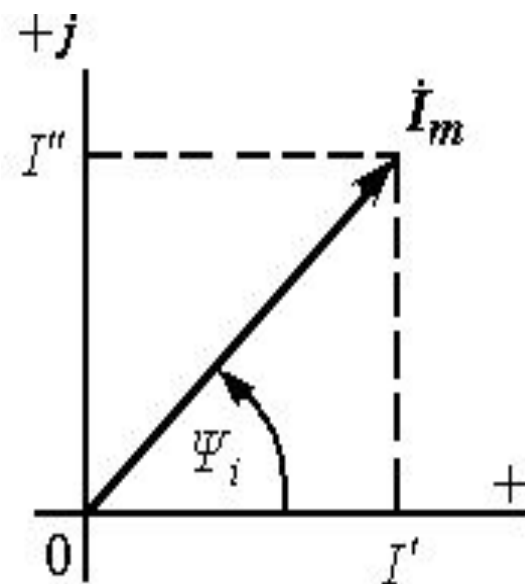


4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью комплексных чисел.

Горизонтальную ось декартовых координат совместим с осью вещественных значений которую обозначают символом "+", а вертикальную - с осью мнимых значений, которую обозначают "+j".

Обозначим проекции вектора на вещественную и мнимую оси I' и I'' соответственно. Мгновенное значение тока теперь получают на оси мнимых величин $i = I''$



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью комплексных чисел. (продолжение)

Каждому вектору на комплексной плоскости соответствует вполне определенное комплексное число, которое может быть записано в различных формах записи: алгебраической, показательной

$$\underline{I}_m = I' + jI'' = I_m \cos \psi_i + jI_m \sin \psi_i = I_m e^{j\psi_i}$$

$\underline{I}_m$ - комплексная амплитуда тока, I_m – модуль комплексного тока, определяемый его амплитудой, ψ_i - аргумент комплексного тока, определяемый его начальной фазой, I' - вещественная часть комплексного тока, I'' - мнимая часть комплексного тока.



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью комплексных чисел. (продолжение)

Аргумент отсчитывают от положительного направления оси вещественных величин до вектора. При отсчете по направлению вращения вектора (против часовой стрелки), аргумент положительный, против вращения (по часовой стрелке) - отрицательный.

Для преобразования из алгебраической формы записи в показательную модуль и аргумент комплексного числа определяются его вещественной и мнимой частью в виде

$$I_m = \sqrt{(I')^2 + (I'')^2}; \quad \psi_i = \operatorname{arctg} \frac{I''}{I'}$$



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью комплексных чисел. (продолжение)

Для преобразования из показательной формы записи в алгебраическую вещественная и мнимая части комплексного числа определяются его модулем и аргументом в виде:

$$I' = I_m \cos \psi_i$$

$$I'' = I_m \sin \psi_i$$

Метод расчета электрических цепей с применением комплексных чисел называется **символическим**.



4. Способы изображения синусоидальных величин (продолжение).

Аналитический способ с помощью комплексных чисел. (продолжение)

Для преобразования из показательной формы записи в алгебраическую вещественная и мнимая части комплексного числа определяются его модулем и аргументом в виде:

$$I' = I_m \cos \psi_i$$

$$I'' = I_m \sin \psi_i$$

Метод расчета электрических цепей с применением комплексных чисел называется **символическим**.



Заключение

1. Синусоидальным током (напряжением) называется ток (напряжение), изменяющийся во времени по синусоидальному закону. При этом изменяется его величина и направление.
2. Синусоидальные ток, напряжение, ЭДС характеризуются *тремя* параметрами: величиной (амплитудным значением), частотой, начальной фазой.

В силовых электрических цепях синусоидального тока частота синусоидальных токов и напряжений во всех участках цепи одна и та же и определяется частотой источника.

При расчете и анализе таких цепей необходимо характеризовать синусоидальные ток и напряжение *двумя* обязательными параметрами: *величиной (амплитудным значением) и начальной фазой.*

Заключение

3. Для изображения синусоидальных токов и напряжений с учетом величины и начальной фазы используют способы изображения:

- *аналитический способ с помощью функции $\sin$;*
- *графический способ в форме временной диаграммы;*
- *графический способ в форме векторной диаграммы;*
- *аналитический способ с помощью комплексных чисел.*

Использование разных способов изображения позволяет выполнять расчет и анализ электрических цепей синусоидального тока с учетом их особенностей.

Контрольные вопросы

Параметры, характеризующие синусоидальный ток:

- ☐ действующее значение тока, длительность, постоянная времени;
- ☐ амплитуда тока, постоянная времени, начальная фаза;
- ☐ амплитуда тока, частота, начальная фаза;
- ☐ амплитуда тока, постоянная времени, продолжительность включения.

Угловую частоту синусоидального тока определяют по формуле

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = \frac{2}{\pi T}$$

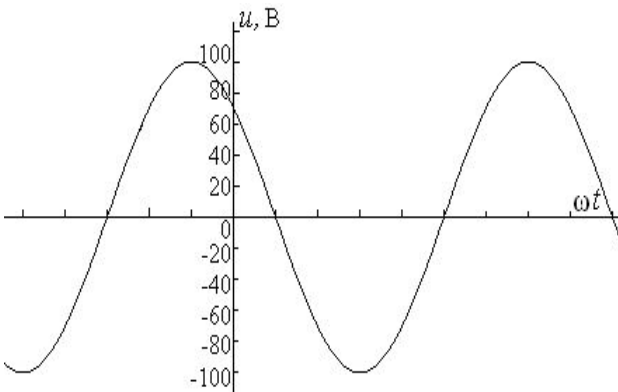
$$\omega = 2\pi T$$

$$\omega = \frac{1}{2\pi f}$$

Контрольные вопросы

На рисунке графически изображена временная диаграмма синусоидального напряжения. Указать правильное изображение этого напряжения:

- аналитическим способом с помощью функции $\sin$;
- графическим способом в форме вектора на комплексной плоскости;
- аналитическим способом с помощью комплексного числа



$$u = 100 \sin(\omega t + 135^\circ)$$

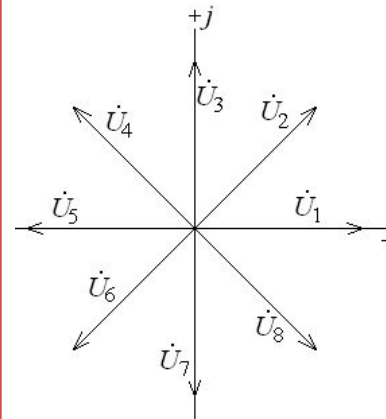
$$u = 70 \sin(\omega t + 135^\circ)$$

$$u = 100 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

$$u = 70 \sin(\omega t + 45^\circ)$$

$$u = 100 \sin(\omega t - 135^\circ)$$

$$u = 100 \sin(\omega t - 225^\circ)$$



$$\dot{U} = 100e^{j135}$$

$$\dot{U} = 100e^{-j135}$$

$$\dot{U} = 70e^{j135}$$

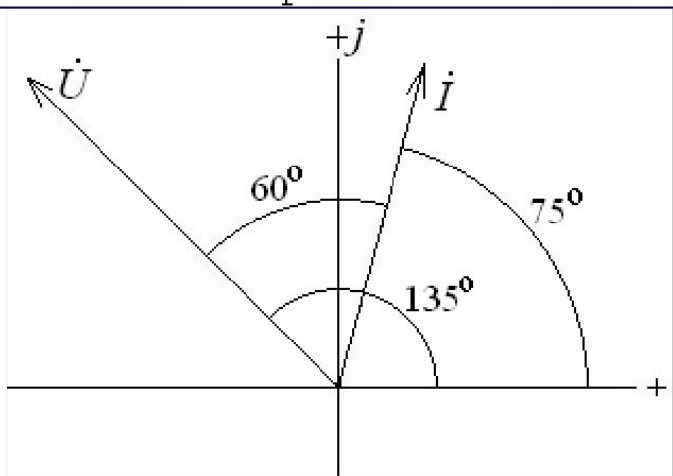
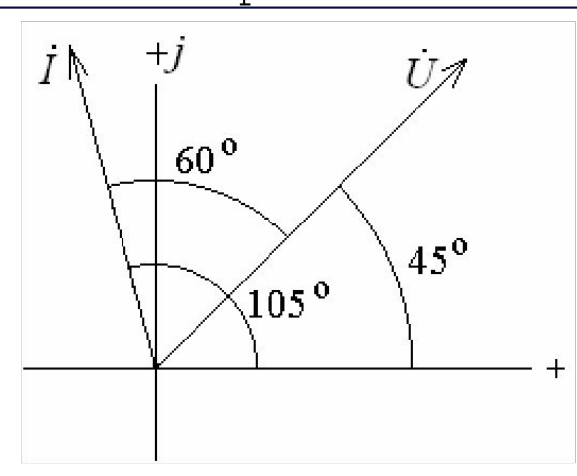
$$\dot{U} = 100e^{j45}$$

$$\dot{U} = 70,7 + j70,7$$

$$\dot{U} = -70,7 + j70,7$$

Контрольные вопросы

Указать начальные фазы тока, напряжения и разность фаз, исходя из векторной диаграммы:

Вариант 1	Вариант 2
	
$\psi_i = 75^\circ, \quad \psi_u = 135^\circ, \quad \varphi = 60^\circ;$ $\psi_i = -60^\circ, \quad \psi_u = 135^\circ, \quad \varphi = 75^\circ;$ $\psi_i = 75^\circ, \quad \psi_u = 60^\circ, \quad \varphi = 270^\circ;$ $\psi_i = 75^\circ, \quad \psi_u = 135^\circ, \quad \varphi = -60^\circ.$	$\psi_i = 105^\circ, \quad \psi_u = 45^\circ, \quad \varphi = -60^\circ;$ $\psi_i = 60^\circ, \quad \psi_u = 45^\circ, \quad \varphi = 105^\circ;$ $\psi_i = 105^\circ, \quad \psi_u = -60^\circ, \quad \varphi = 210^\circ;$ $\psi_i = 105^\circ, \quad \psi_u = 45^\circ, \quad \varphi = 60^\circ.$