

Решение задач на тему «Движение под углом к горизонту»

Авторы работы:
Ершова А.
Талдыкина А.



Условия задачи

Тело брошено со скоростью V под углом α к горизонту. Определить:

- 1) Траекторию движения тела
- 2) Время полёта
- 3) Дальность полёта
- 4) Максимальную высоту подъёма H
- 5) Скорость тела на высоте $h < H$
- 6) Нормальное и тангенсальное ускорения в начальной точке траектории и в наивысшей точке подъёма
- 7) Радиусы кривизны в этих точках

Дано:

$V, @$

Найти:

1) Уравнения
движения

2) t

3) l

4) H_{max}

5) V

6) a, a_t

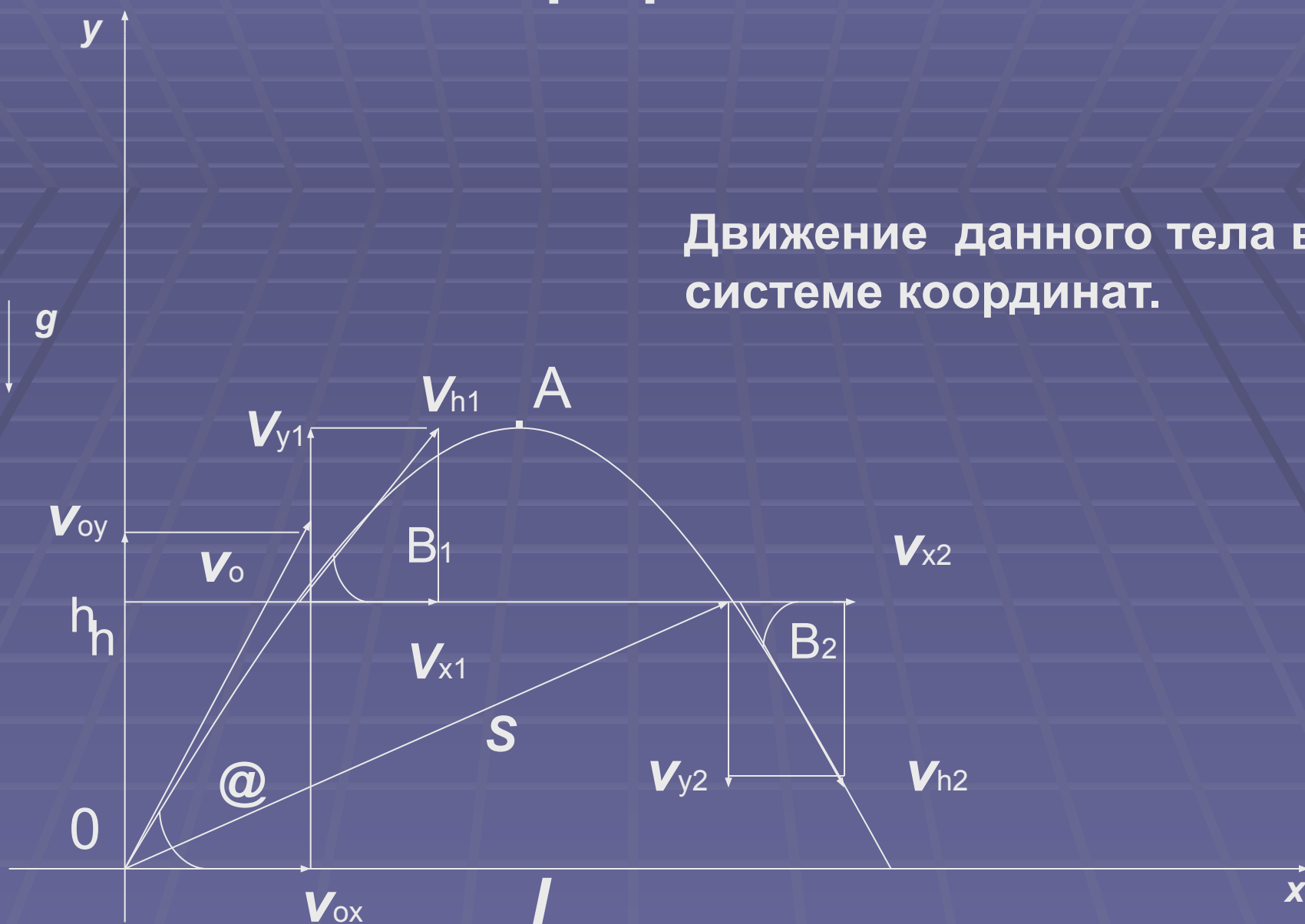
7) R

Решение:

1. Рассмотрим движение в плоскости xy . В начальный момент движения тело находится в начале координат, т.е. в точке O .

График

Движение данного тела в системе координат.



Решение

Движение тела вдоль оси x равномерное ($a_x=0$); $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$, причем $V_x = V_{0x} = \text{const}$.
Уравнение движения вдоль оси x имеет вид:

$$x = x_{0x}t = v_{0x}t \cos \alpha$$

Движение по оси y равнопеременное с ускорением $a_y = -g = \text{const}$ и начальной скоростью $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$; $V_y = V_{0y} - gt$.

Уравнение движения вдоль оси y имеет вид:

$$y = V_{0y}t - gt^2/2 = V_0 t \sin \alpha - gt^2/2$$

Найти траекторию движения – это значит найти аналитическое уравнение кривой, по которой движется тело в пространстве. Т. к.

$$x = V_0 \cos \alpha \cdot t, \text{ то}$$

$$y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

2. Найдём t , приравняв $y = V_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$ к 0:

$$t(V_0 \sin \alpha - \frac{gt}{2}) = 0$$


$$t_1 = 0$$


$$t_2 = \frac{2V_0}{g} \sin \alpha$$

Действительно, тело на земле оказывается дважды - в начале и в конце полёта.

3) Т. к. вдоль оси x движение равномерное и известно время движения, то

$$x_{\max} = l = V_{0x}t = (V_0 \cos \alpha) t = (V_0 \sin \alpha) t^2 / 2g = V_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$$

4) $H_{\max}$ можно найти через время подъёма $t_{\text{под}}$. Т. к. в точке $H_{\max}$ $V_y = 0$, то

$$0 = V_{0y} - gt_{\text{под}}$$

$$t_{\text{под}} = (V_0 / g) \sin \alpha$$

Таким образом,

$$Y_{\max} = H_{\max} = V_{0y}t_{\text{под}} - \frac{V_{0y}^2}{2g} = \frac{V_{0y}^2}{2g}$$

$$H_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

5) Для определения скорости на высоте h необходимо знать время, когда тело находится на этой высоте, t_h

$$V_x = V_{0x}, V_y = V_{0y} - gt_h$$

$$y = h = V_{0y}t_h - gt_h^2/2$$

$$(t_h)_{1,2} = \frac{V_{0y} \pm \sqrt{V_{0y}^2 - 2gh}}{g}$$

Скорость в первой точке при t_{h1}

$$V_{x1} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{y1} = \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}$$

Модуль скорости равен $|V_{h1}| = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$,
тангенс угла наклона скорости к оси x:

$$\operatorname{tg} B_1 = V_{y1}/V_{x1} = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{V_0 \cos \alpha}$$

Скорость во второй точке при t_{h2}

$$V_{x2} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{y2} = -\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}$$

Модуль скорости равен $|V_{h2}| = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$,
тангенс угла наклона скорости к оси x:

$$\operatorname{tg} B_1 = V_{y1}/V_{x1} = \frac{-\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha - 2gh}}{V_0 \cos \alpha}$$

6) В точке O

$$a_0 = -g \cos \alpha$$

$$a_{0t} = -g \sin \alpha$$

В точке A

$$a_A = -g$$

$$a_{tA} = 0$$

7) Нормальное ускорение определяется по формуле

$$a = V^2/R$$

$$R = V^2/a,$$

где R – радиус кривизны в данной точке, т. е. радиус окружности, часть дуги которой совпадает с траекторией в данной точке.

В точке O

$$V = V_0, |a| = g \cos \alpha$$

$$R_0 = V_0^2 / g \cos \alpha$$

В точке A

$$V_y = 0, a = g, V_A = V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$R_A = (V_0^2 \cos \alpha) / g$$

Приложение

Ознакомившись с основными действиями при решении задач по теме «Движение под углом к горизонту», Вы можете проверить приобретенные знания. С этой целью Вам предлагается следующая задача:

Условия задачи

Тело брошено горизонтально со скоростью 20 м/с . Определить смещение тела от точки бросания, S , при котором скорость будет направлена под углом 45° к горизонту.

Если у Вас возникли трудности при решении задачи, Вы можете воспользоваться следующими подсказками:

- 1) Кратко изложенные этапы решения;
- 2) Необходимые формулы;
- 3) Ответ.

Этапы решения

1. Выбрать оси координат.
2. Записать уравнения движения тела.
3. Определить момент времени t , когда скорость будет направлена под углом 45° к горизонту.
4. Подставить t в уравнение движения и найти координаты тела.
5. Найти искомое перемещение.

Формулы

$$1. x = V_0 t$$

$$2. y = gt^2/2$$

$$3. V_y/V_x = \operatorname{tg} \alpha$$

$$4. gt = V_0$$

$$5. S = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Ответ

$$\underline{S} = 45 \text{ м.}$$

2007

*Спасибо за
внимание!!!*

