

Тема 1.4. Плоская система произвольно расположенных сил.

Иметь представление:

О главном векторе, главном моменте, равнодействующей плоской системы произвольно расположенных сил.

Знать:

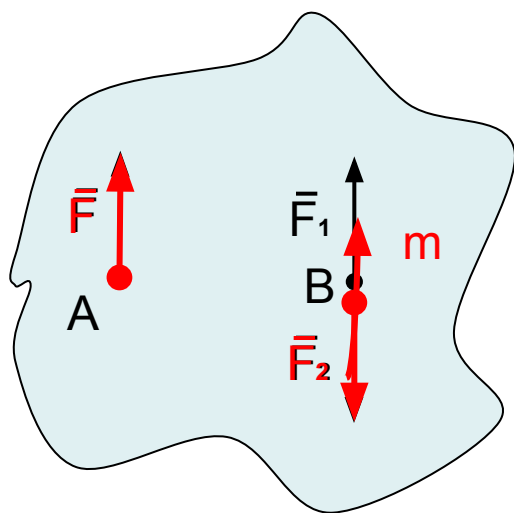
Теорему Пуансо о приведении силы к точке, приведение плоской системы сил к точке, три формы уравнений равновесия.

Уметь:

Заменять произвольную плоскую систему сил одной силой и одной парой.

Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.

Силу можно перенести параллельно линии её действия, при этом нужно добавить пару сил с моментом, равным произведению модуля силы на расстояние, на которое перенесена сила.

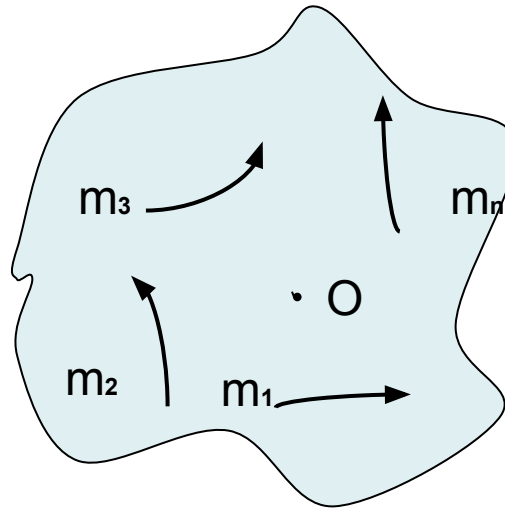
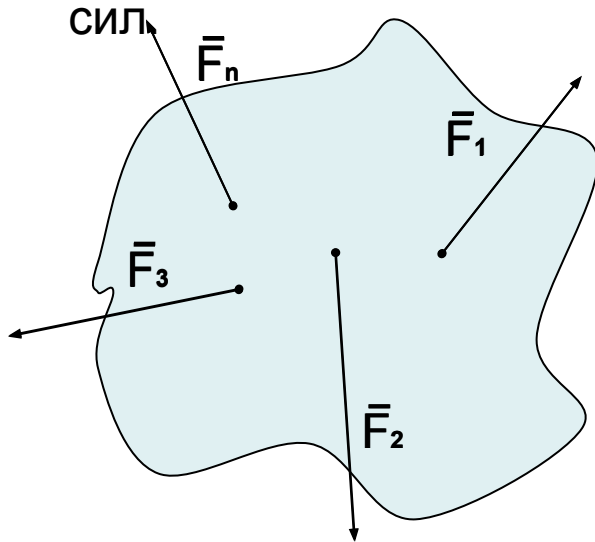


Пусть в т. А приложена сила $\vec{F}$.
 Приложим в т. В $(\vec{F}_1; \vec{F}_2) \equiv 0$ – уравновешенную систему сил. Причем, $F = F_1 = F_2$.
 Полученную систему $(\vec{F}; \vec{F}_1; \vec{F}_2)$ рассмотрим как пару сил $(\vec{F}; \vec{F}_2)$ и силу $\vec{F}_1$.
 Данную пару сил заменяем моментом пары m .
 Этот момент m равен моменту переносимой силы $\vec{F}$ относительно точки В, т.е.

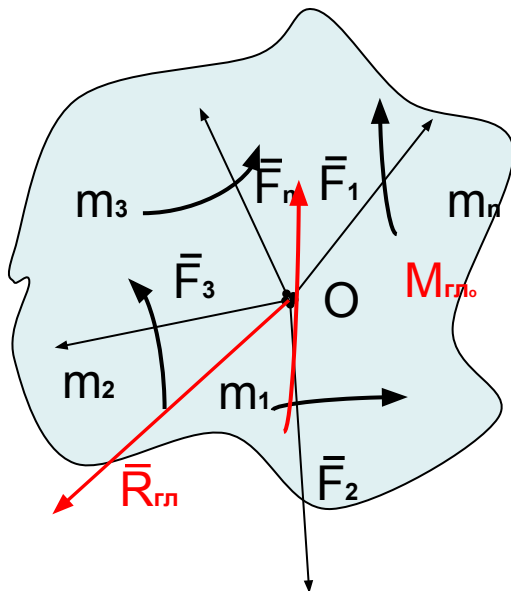
$$m = m(\vec{F}, \vec{F}_2) = m_B(\vec{F}) = -F \cdot AB$$

Приведение плоской системы сил к одному центру.

Плоской называется система, силы которой как угодно расположены в одной плоскости. Для оценки состояния тела такую систему следует упростить. Для этого все силы системы переносят в одну произвольно выбранную точку – точку приведения на основании теоремы Пуансо. Переноса силу параллельно в любую точку плоскости, добавляют пару сил. Появившиеся при переносе пары называют **присоединенными парами**. Пусть к телу приложена $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n)$ -плоская система произвольно расположенных сил.



Перенесём все силы в т. O, добавляя к каждой паре сил с моментами $m_1, \dots, m_n$.



В результате полученный пучок сил в т. О ($\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n$)

можно заменить одной силой $\vec{R}_{gl}$ – *главным вектором системы*

Образующую систему пар сил с моментами ($m_1, \dots, m_n$)

Можно заменить одной эквивалентной парой с моментом M_{gl} – *главным моментом системы*.

Главный вектор равен геометрической сумме векторов произвольной плоской системы сил:

$$\vec{R}_{gl} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$

Главный момент системы сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения: $M_o = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$

$$M_{\text{гло}} = \sum m_o(\bar{F}_k)$$

Таким образом, *произвольная плоская система сил приводится к одной силе* (главному вектору системы сил) и *одному моменту* (главному моменту системы сил).

Примечание:

Величина главного вектора не зависит от выбора точки приведения. Величина главного момента зависит от выбора точки приведения, т. к. она меняется в зависимости от положения выбранной точки – меняются расстояния от векторов сил и направление моментов присоединенных пар.

С помощью теоремы Вариньона о моменте равнодействующей можно определить точку на плоскости, относительно которой момент равен нулю. *Тогда произвольная плоская система сил может быть заменена одной силой.*

Эту силу называют *равнодействующей* системы сил - $R^{\rightarrow}$

Численно равнодействующая равна главному вектору, но приложена в другой точке, относительно которой главный вектор равен нулю

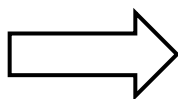
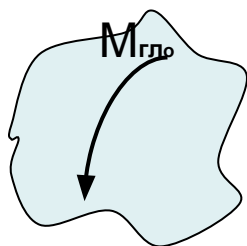
Точку приложения равнодействующей можно определить по формуле:

$$a = \frac{M_{\text{гло}}}{R_{\text{гл}}},$$

где **a** – расстояние от выбранной точки приведения до точки приложения равнодействующей.

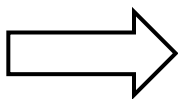
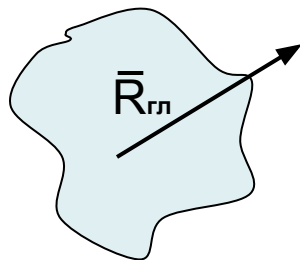
Частные случаи приведения системы сил к точке.

1. $\bar{R}_{\text{гл}} = 0$
 $M_{\text{гло}} \neq 0$



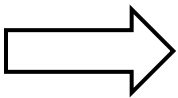
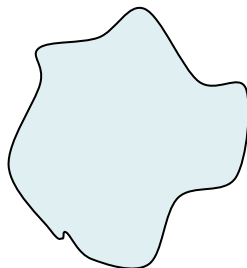
Тело вращается вокруг неподвижной точки.

2. $\bar{R}_{\text{гл}} \neq 0$
 $M_{\text{гло}} = 0$



Тело движется прямолинейно и ускоренно.

3. $\bar{R}_{\text{гл}} = 0$
 $M_{\text{гло}} = 0$



Тело находится в равновесии.

Условие равновесия произвольной плоской системы сил.

Для равновесия произвольной плоской системы сил, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент системы равнялись нулю:

$$\begin{aligned}\bar{R}_{гл} &= 0 \\ M_{гло} &= 0\end{aligned}$$

Аналитически главный вектор определяется: $R_{гл} = \sqrt{R_{глх}^2 + R_{глы}^2} = \sqrt{\sum (F_{кх})^2 + \sum (F_{кy})^2} = 0$

Главный момент определяется по формуле: $M_{гло} = \sum m_o(\vec{F}_k) = 0$

Эти равенства выполняются, если:

$$\begin{cases} \sum F_{кх} = 0 \\ \sum F_{кy} = 0 \\ \sum m_o(F_k) = 0 \end{cases}$$

- Основная форма условия равновесия

Для того, чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, *необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сила проекций всех сил системы на любую ось равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки в плоскости действия сил равнялась нулю.*

Существуют еще 2 формы условия равновесия:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{kx}=0 \\ \sum m_A(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k)=0 \end{array} \right. \quad - \text{Форма А}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A(F_k) = 0 \\ \sum m_B(\bar{F}_k)=0 \\ \sum m_C(\bar{F}_k)=0 \end{array} \right. \quad - \text{Форма В}$$

Итак, для того, чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы:

- *Алгебраическая сумма проекций всех сил на ось X равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно 2х разных точек тоже равнялась нулю.* (Форма А)
- *Алгебраическая сумма моментов всех сил относительно 3х разных точек равнялась нулю.* (Форма В)

Примечание:

В форме А силы проецируем на ось X , не перпендикулярную прямой AB .

В форме В точки A, B, C не лежат на одной прямой.

Для произвольной плоской системы сил характерны **3 уравнения равновесия**.