Кафедра ИСКТ

Преподаватель Кривошеев В.П.

Переходные процессы в цифровых системах. Анализ устойчивости цифровых систем

Переходные процессы в цифровых системах

Методы определения переходных процессов в цифровых САУ основываются на Z-преобразовании переходного процесса, которые при единичном входном сигнале имеют вид $H(z) = W(z) \cdot \frac{z}{z-1}$ (1) .

Для расчета дискретного переходного процесса нужно найти обратное Z^{-1}-преобразование уравнения (1) . При этом следует применять формулу обращения , которая устанавливает, что дискретные значения переходного процесса:

$$h(nT) = \sum_{i=1}^{e} \operatorname{Res} H(z) \cdot z^{n-1} \Big|_{z=z_i}, \quad (2)$$

где – полюсы уравнения (1); i=1,2,...,e

Вычет в простом полюсе вычисляется по формуле

$$\operatorname{Res} H(z)\cdot z^{n-1} = \lim_{z\to z_i}(z - z_i)\cdot H(z)\cdot z^{n-1}. \qquad (3)$$

Вычет в полюсе кратности K

$$\operatorname{Res} H(z)\cdot z^{n-1} = \frac{1}{(K-1)!}\lim \frac{d^{K-1}}{dz^{K-1}}\left[(z - z_i)^K \cdot H(z)\cdot z^{n-1}\right]. \qquad (4)$$

Дискретные значения переходного процесса могут быть найдены также путем разложения H(z) в ряд Лорана. Для этого нужно числитель H(z) разделить на его знаменатель. В результате получим:

$$H(z) = h_0 z^0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \ldots + h_k z^{-k} + \ldots + \ . \qquad (5)$$

Переходные процессы в цифровых системах

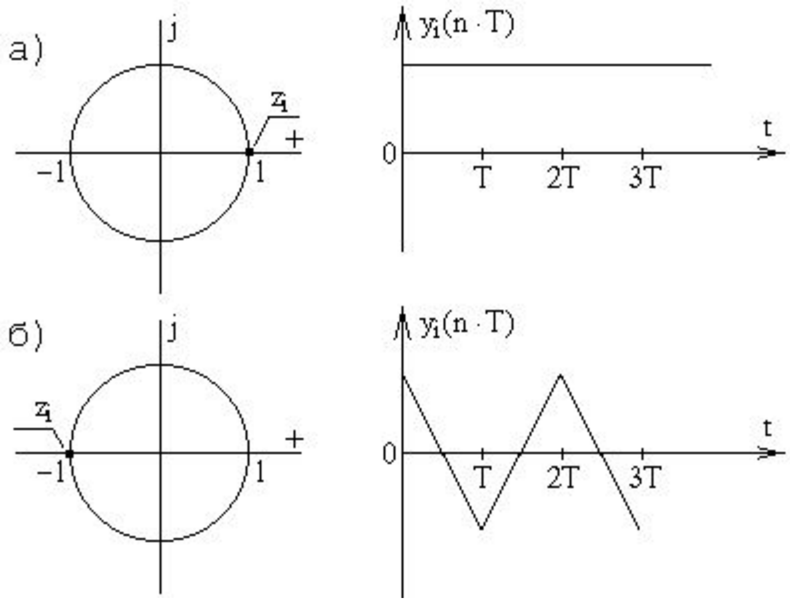

Рис. 1. Дискретный переходный процесс:

а – расположение полюсов; б – составляющие переходного процесса

Переходные процессы в цифровых системах

Коэффициенты при z определяют значения переходного процесса. Для наглядности графика переходного процесса рекомендуется его дискретные значения соединять прямолинейными отрезками.

Анализ устойчивости цифровых систем

Переходный процесс будет затухающим, если все полюсы цифровой САУ на плоскости комплексного переменного расположены внутри круга единичного радиуса. Это условие является необходимым и достаточным для устойчивости системы. Полюсы системы – корни характеристического уравнения, получаемого из передаточной функции замкнутой системы путем приравнивания ее знаменателя нулю:

$$1 + W_p(z) = 0 \qquad (6)$$

6

Анализ устойчивости цифровых систем

Пример

Определить условие устойчивости дальномера с одним интегратором, передаточная функция которого в разомкнутом состоянии

$$W_p(z) = \frac{K \cdot T}{z-1}.$$

Решение. Характеристическое уравнение дальномера:

$$z - 1 + K \cdot T = 0.$$

Условие устойчивости $\left|z_1\right| = \left|1 - K \cdot T\right| \langle 1$ или $K \langle \frac{2}{T}$

Анализ устойчивости цифровых систем

Пример

Расположение корней характеристического уравнения (6) внутри круга единичного радиуса соответствует расположению корней на плоскости комплексного переменного S слева от мнимой оси в полюсе , которое не может быть проверено ни одним из критериев, используемых для оценки устойчивости непрерывных САУ.

Пример

Однако если с помощью подстановки $z = \frac{1+w}{1-w}$ в уравнение (6) перейти к комплексной плоскости , то областью устойчивости оказывается вся левая полуплоскость и для оценки расположения корней на плоскости могут быть применены критерии устойчивости, разработанные для непрерывных САУ. Так, для проверки устойчивости цифровой САУ по критерию Гурвица необходимо от характеристического уравнения (6) перейти к уравнению:

$$1 + W_p(s) = \left[1 + W_p(s)\right]_{z=(1+s)/(1-s)} = b_e \cdot s^e + b_{e-1} \cdot s^{e-1} + \ldots + b_0 = 0.$$

(7)

$$= b_e \cdot w^e + b_{e-1} \cdot w^{e-1} + \ldots + b_0 = 0$$

9

Пример

Так же как и в непрерывных системах, нужно составить матрицу Гурвица:

$$\begin{bmatrix} b_{e-1} & b_{e-3} & b_{e-5} & \cdots & 0 \\ b_e & b_{e-2} & b_{e-4} & \cdots & 0 \\ 0 & b_{e-1} & b_{e-3} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & & b_0 \end{bmatrix}$$

Условия устойчивости при : $b_e > 0$

$$\Delta_1 = b_{e-1} > 0, \Delta_2 = \begin{bmatrix} b_{e-1} & b_{e-3} \\ b_e & b_{e-2} \end{bmatrix} > 0, \ldots, \Delta_{e-1} > 0. \quad (8)$$

Если хотя бы один из определителей меньше или равен нулю, то цифровая система неустойчива.

Анализ устойчивости цифровых систем

Устойчивость цифровых САУ может быть оценена и по частотным критериям устойчивости. Так, для оценки устойчивости по критерию Найквиста нужно построить годограф частотной характеристики разомкнутой системы для круговой частоты или псевдочастоты. В первом и во втором случаях цифровая система, устойчивая в разомкнутом состоянии, устойчива и в замкнутом, если годограф частотной характеристики разомкнутой системы не охватывает точку с координатами $(-1, j \cdot 0)$.

Контрольные вопросы

1. Какие методы построения переходных процессов используют для цифровых систем?
2. Как вычисляются коэффициенты ошибок?
3. Чему равна статическая ошибка астатической цифровой системы?
4. Какое необходимое и достаточное условие устойчивости цифровой системы управления?
5. Какие критерии устойчивости используют для анализа устойчивости цифровых систем?

Рекомендуемая литература

1. Кривошеев В.П. Основы теории управления: Конспект лекций. Часть 2. − Владивосток: Изд-во ВГУЭиС, 1999. – 83 с.
2. Лукас В.А. Теория автоматического управления. – М.: Недра, 1990. – 416 с.

Использование материалов презентации