

# ЛЕКЦИЯ № 6

**МЕРЫ**

**ВАРИАЦИИ**

# **Что такое вариация ?**

**Различие в значениях одного  
и того же признака у разных  
единиц совокупности в один и  
тот же момент времени,  
возникающее в результате  
разнообразных условий  
(факторов)**

# § 1. ОСНОВНЫЕ МЕРЫ ВАРИАЦИИ

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

**КОЛЕБЛЕМОСТЬ ПРИЗНАКА**

Данные о производительности труда  
по двум магазинам коммерческого  
предприятия (тыс.руб./чел.)

|                    | <b>1 отдел</b> | <b>2 отдел</b> | <b>3 отдел</b> |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>магазин № 1</b> | <b>9,5</b>     | <b>10</b>      | <b>10,5</b>    |
| <b>магазин № 2</b> | <b>7,5</b>     | <b>10</b>      | <b>12,5</b>    |

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = 10 \text{ тыс.руб. / чел.}$$

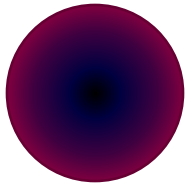
**КОЛЕБЛЕМОСТЬ  $R$**

**для первого магазина - 1 т.р.;**

**для второго магазина -5 т.р.**

# ОБОБЩЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРИЗНАКА

- Среднее линейное отклонение
- Среднее квадратическое отклонение



$$\bar{d} = \begin{cases} \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} & \text{несгруппированные} \\ & \text{данные} \\ \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} & \text{сгруппированные} \\ & \text{данные} \end{cases}$$

# ДИСПЕРСИЯ

$$\sigma^2 = \begin{cases} \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} & \text{несгруппированные} \\ & \text{данные} \\ \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} & \text{сгруппированные} \\ & \text{данные} \end{cases}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

**Среднее  
квадратическое  
отклонение**

# СВОЙСТВА ДИСПЕРСИИ

1. Если к каждому значению признака прибавить одно и тоже число, то дисперсия не изменится:

$$\frac{\sum [(x_i + A) - (\bar{x} + A)]^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \sigma^2$$

2. Если каждое значение признака изменить в  $k$  раз, то дисперсия изменится в  $k^2$  раз:

$$\frac{\sum [(x_i \cdot k) - (\bar{x} \cdot k)]^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = k^2 \cdot \sigma^2$$

*Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)*

$$\bar{x} = \frac{\sum x'_i \cdot f_i}{\sum f_i} \cdot h + A$$

***Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)***

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x'_i)^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i} \cdot h^2 - (\bar{x} - A)^2$$

*Расчёт показателей по способу  
моментов (для интервальных  
рядов с равными интервалами)*

$$x'_i = \frac{x_i - A}{h}$$

# ОДНОРОДНОСТЬ СОВОКУПНОСТИ

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% \leq 33\%$$

**Коэффициент вариации**

# ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА

*1 - значение признака для единиц совокупности, обладающих изучаемым свойством*

*0 - значение признака для единиц совокупности, необладающих изучаемым свойством*

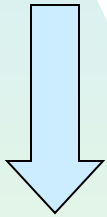
# ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА

*$p$  - доля единиц, обладающих  
изучаемым свойством*

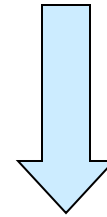
*$q$  - доля единиц, необладающих  
изучаемым свойством*

# ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА

единицы, обладающие изучаемым свойством      единицы, необладающие изучаемым свойством



$$x_1 = 1$$
$$f_1 = p$$



$$x_2 = 0$$
$$f_2 = q$$



# ВАРИАЦИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ПРИЗНАКА

$$p + q = 1 \Rightarrow q = 1.$$

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{\Sigma f_i} = \\
 &= \frac{1 \cdot p + 0 \cdot q}{p + q} = p
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \\
 &= \frac{(1-p)^2 \cdot p + (0-p)^2 \cdot q}{p+q} = \\
 &= p \cdot q
 \end{aligned}$$

# ПРИМЕР:

| Группы по<br>выручке, тыс.у.е.,<br>$x_i$ |     | Число<br>предприятий,<br>ед., $f_i$ |
|------------------------------------------|-----|-------------------------------------|
| 118                                      | 257 | 3                                   |
| 257                                      | 396 | 5                                   |
| 396                                      | 535 | 9                                   |
| 535                                      | 674 | 6                                   |
| 674                                      | 813 | 4                                   |
| 813                                      | 952 | 3                                   |

*Найти среднюю стоимость выручки на предприятиях отрасли  
и оценить вариацию средней по способу моментов*

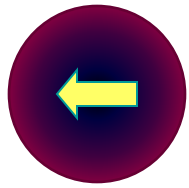
# ПРИМЕР:

| Группы по<br>выручке, тыс.у.е.,<br>$x_i$ |     | Число<br>предприятий,<br>ед., $f_i$ | $x_i'$ | $x_i' * f_i$ | $x_i'^2 * f_i$ |
|------------------------------------------|-----|-------------------------------------|--------|--------------|----------------|
| 118                                      | 257 | 3                                   | -2     | -6           | 12             |
| 257                                      | 396 | 5                                   | -1     | -5           | 5              |
| 396                                      | 535 | 9                                   | 0      | 0            | 0              |
| 535                                      | 674 | 6                                   | 1      | 6            | 6              |
| 674                                      | 813 | 4                                   | 2      | 8            | 16             |
| 813                                      | 952 | 3                                   | 3      | 9            | 27             |
| Итого:                                   |     | 30                                  | 3      | 12           | 66             |

$$A = \frac{535 + 396}{2} = 465,5 \quad h = 535 - 396 = 139$$

$$\bar{x} = \frac{12}{30} \cdot 139 + 465,5 = 521,1 \quad \sigma^2 = \frac{12}{30} \cdot 139^2 - (521,1 - 465,5)^2$$

# § 2. ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ ДИСПЕРСИИ



# ВАРИАЦИЯ

**Влияние факторов можно выделить, произведя группировку и оценив влияние вариации фактора группировки на изучаемый признак, рассчитав три вида дисперсий:**

# ОБЩАЯ

# ДИСПЕРСИЯ

**Измеряет вариацию результата по  
всей совокупности под влиянием  
всех факторов**

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

# МЕЖГРУППОВАЯ

## ДИСПЕРСИЯ

**Характеризует систематическую вариацию результативного признака под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки**

$$\delta^2 = \frac{\Sigma(\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\Sigma f_i}$$

# Средняя из внутригрупповых дисперсий

Отражает случайную вариацию результата под влиянием неучтённых факторов

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2 \cdot f_i}{\sum f_i} \quad \text{дисперсия в } i\text{-ой группе}$$

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} \quad \text{средняя из внутригрупповых дисперсий}$$

# ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ ДИСПЕРСИЙ

$$\sigma^2 = \delta^2 + \overline{\sigma_i}^2$$

Эмпирический  
коэффициент  
детерминации

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$$

ЭМПИРИЧЕСКИЙ  
КОЭФФИЦИЕНТ  
ДЕТЕРМИНАЦИИ

*Выражает в процентах  
часть изменений  
результата под влиянием  
вариации фактора*

Эмпирическое  
корреляционное  
отношение

$$\sqrt{\eta^2} = \eta$$

# Эмпирическое корреляционное отношение

*Показывает силу  
влияния фактора на  
результат по  
специальной шкале*

# *Шкала Чеддока*

| $ \eta $      | 0,1-0,3 | 0,3-0,5   | 0,5-0,7  | 0,7-0,9 | 0,9-0,99         |
|---------------|---------|-----------|----------|---------|------------------|
| сила<br>связи | слабая  | умеренная | заметная | сильная | очень<br>сильная |

- Силу связи между признаками показывает эмпирическое корреляционное отношение по шкале Чеддока;
- Эмпирический коэффициент детерминации, выраженный в процентах, показывает часть вариации результативного признака, зависящей от вариации фактора

# ПРИМЕР:

| Группы работников         | Производительность труда на 1 раб., тыс.руб. | Число работников | $x_i f_i$   | $(x_i - \bar{x})^2 f_i$ |
|---------------------------|----------------------------------------------|------------------|-------------|-------------------------|
| неповышавшие квалификацию | 80                                           | 8                | 640         | 24200                   |
|                           | 100                                          | 11               | 1100        | 13475                   |
|                           | 110                                          | 6                | 660         | 3750                    |
|                           | 120                                          | 15               | 1800        | 3375                    |
| <b>По 1 группе</b>        | <b>105</b>                                   | <b>40</b>        | <b>4200</b> | <b>44800</b>            |
| повышавшие квалификацию   | 140                                          | 17               | 2380        | 425                     |
|                           | 150                                          | 18               | 2700        | 4050                    |
|                           | 160                                          | 14               | 2240        | 8750                    |
|                           | 180                                          | 11               | 1980        | 22275                   |
| <b>По 2 группе</b>        | <b>155</b>                                   | <b>60</b>        | <b>9300</b> | <b>35500</b>            |

$$\bar{x} = \frac{13500}{100} = 135$$

$$\sigma^2 = \frac{80300}{100} = 803$$

$$\sigma_i^2 = 803 - 600 = 203$$

$$\delta^2 = \frac{(105-135)^2 \cdot 40 + (155-135)^2 \cdot 60}{100} = 600$$

**Для нашей задачи**

- эмпирический коэффициент  
детерминации равен  
 $600/803=0,854 \Rightarrow 85,4\%$ ,**
- эмпирическое  
корреляционное  
отношение-0,747**

# ПРАВИЛО

## 3 S

$[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma]$  • в интервале находится 68,3% единиц совокупности

$$\bar{x} \pm \sigma$$

$[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$  • в интервале находится 95,4% единиц совокупности

$$\bar{x} \pm 2\sigma$$

$[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$  • в интервале находится 99,7% единиц совокупности

$$\bar{x} \pm 3\sigma$$

ВОПРОСЫ  
ПО  
ИЗУЧЕННОЙ  
ТЕМЕ



# КАКУЮ ЕДИНИЦУ ИЗМЕРЕНИЯ ИМЕЕТ СРЕДНЕЕ ЛИНЕЙНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ?

- а) не имеет единицы измерения;
- б) проценты;
- в) такую же как и основной показатель



# КАКАЯ ВЕЛИЧИНА ОПИСЫВАЕТ ОДНОРОДНОСТЬ СОВОКУПНОСТИ?

- а) ДИСПЕРСИЯ ;
- б) СРЕДНЕЕ КВАДРАТИЧЕСКОЕ  
ОТКЛОНЕНИЕ ;
- в) КОЭФФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ



# **ЧТО ПОКАЗЫВАЕТ МЕЖГРУППОВАЯ ДИСПЕРСИЯ?**

- а) Влияние фактора, положенного в основание группировки, на результат;**
- б) Влияние результата на группировочный признак;**
- в) функциональную зависимость.**



**Какой показатель описывает тесноту связи фактора и результата?**

- а) коэффициент детерминации ;**
- б) коэффициент вариации ;**
- в) эмпирическое корреляционное отношение ;**
- г) средний квадрат отклонений .**



# **Какой показатель описывает силу связи фактора и результата?**

- а) коэффициент детерминации ;**
- б) коэффициент вариации ;**
- в) эмпирическое корреляционное отношение ;**
- г) средний квадрат отклонений .**



**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ!**