

ЭКОНОМЕТРИКА

Семинар 5

Тема. Параметризация регрессионных уравнений

Параметризация регрессионных уравнений

- Задача 4.1. По данным 26 муниципальных районов региона о стоимости продукции сельского хозяйства (Y) и стоимости основных фондов (X) оценить параметры парных уравнений регрессии следующего вида:
 - а) линейной ;
 - б) степенной ;
 - в) показательной ;
 - г) логарифмической

Решение:

а) *линейная регрессия* $y_x = a_0 + a_1x$.

Для определения параметров уравнения линейной парной регрессии необходимо решить следующую систему нормальных уравнений, полученную МНК:

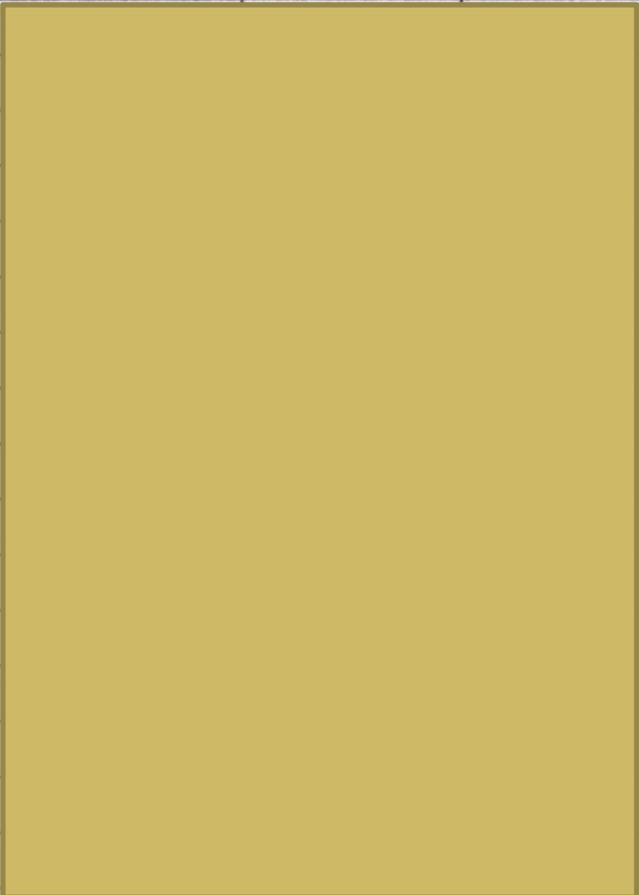
$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_i = \sum y_i, \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i. \end{cases}$$

Таблично определим значения сумм:

$$\sum x_i, \sum y_i, \sum x_i y_i \text{ и } \sum x_i^2.$$

Таблица 4.2

**Расчетная таблица
для модели линейной парной регрессии**

№ рай-она	x	y	$\sum xy$	x^2	y_x
1	2	3	4	5	6
1	201,6	1011,3			
2	242,6	1490,4			
3	255,4	1024,5			
4	323,7	559,9			
5	331,9	1195,1			
6	384,6	1050,1			
7	397,7	1482,8			
8	450,7	1151,7			
9	457,6	1020,6			
10	515,3	1648			
11	533,8	2441,9			
12	587,8	1424,6			
13	614,9	1095,4			
14	655,1	1278,5			
15	720,1	2091,4			
16	741,5	2403,5			

Окончание табл. 4.2

1	2	3	4	5	6
17	760,9	2010			
18	814,1	2042,3			
19	859,2	1607,9			
20	931	1683,2			
21	953,8	1529			
22	1092,6	3063,9			
23	1148,9	2048,4			
24	1247,5	2034,4			
25	1253,1	2435,9			
26	1873,5	3082,1			
Итого	18348,9	43906,8			

В результате получим следующую систему нормальных уравнений для оценки параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} 26a_0 + 18348,9a_1 = 43906,8, \\ 18348,9a_0 + 16776598a_1 = 35838726, \end{cases}$$

решив которую методом сложения (вычитания), получим следующие значения параметров:

$$a_0 = 793,95,$$

$$a_1 = 1,2679.$$

Таким образом, уравнение линейной парной регрессии имеет вид

$$y_x = 793,95 + 1,2679x.$$

В заключение рассчитаем теоретические значения результативной переменной (y_x), подставляя исходные значения факторной переменной в полученное уравнение регрессии. При этом сумма исходных данных по результативной переменной должна равняться сумме выровненных, как это показано в таблице 4.2: $\sum y_i = \sum y_{xi}$;

б) *степенная парная регрессия* $y_x = a_0 \cdot x^{a_1}$.

Таблица 4.3

**Расчетная таблица для модели степенной
парной регрессии**

№ рай-она	x	y	X	Y	XY	X^2	y_x
1	201,6	1011,3					
2	242,6	1490,4					
3	255,4	1024,5					
4	323,7	559,9					
5	331,9	1195,1					
6	384,6	1050,1					
7	397,7	1482,8					
8	450,7	1151,7					
9	457,6	1020,6					
10	515,3	1648					
11	533,8	2441,9					
12	587,8	1424,6					
13	614,9	1095,4					
14	655,1	1278,5					
15	720,1	2091,4					
16	741,5	2403,5					
17	760,9	2010					
18	814,1	2042,3					
19	859,2	1607,9					
20	931	1683,2					
21	953,8	1529					
22	1092,6	3063,9					
23	1148,9	2048,4					
24	1247,5	2034,4					
25	1253,1	2435,9					
26	1873,5	3082,1					
Ито-го	18348,9	43906,8					

Путём логарифмирования обеих частей исходного вида уравнения приведём его к линейному виду:

$$\lg(y) = \lg(a_0 \cdot x^{a_1}),$$

отсюда

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x.$$

Введем новые условные переменные, заменяя в уравнении переменные $\lg y = Y$, $\lg a_0 = A_0$, $\lg x = X$, получим однофакторное уравнение линейной регрессии

$$Y = A_0 + a_1 X,$$

параметры которого получим из следующей системы:

$$\begin{cases} nA_0 + a_1 \sum X = \sum Y, \\ A_0 \sum X + a_1 \sum X^2 = \sum YX. \end{cases}$$