

ЭКОНОМЕТРИКА

Семинар 4

Тема 3 [Бывшев В.А. Эконометрика].

Отражение в спецификации
эконометрической модели влияния на
эндогенные переменные неучтённых
факторов.

Задача 3.

1. Экономический объект – закрытая экономика.

2. Состояние объекта характеризуется
следующими переменными:

Y_t – валовый внутренний продукт (ВВП);

C_t – уровень потребления;

I_t – величина инвестиций;

G_t – государственные расходы.

3. Требуется составить спецификацию
макромодели, позволяющей объяснить
текущие эндогенные переменные:

Y_t, C_t, I_t, G_t

их лаговыми значениями.

Экономические утверждения:

а) текущее потребление объясняется уровнем ВВП в предыдущем периоде, возрастая вместе с ним, но с меньшей скоростью: $\Delta C_t = C_t - C_{t-1} = \alpha Y_t + \epsilon_t$, $0 < \alpha < 1$

б) величина инвестиций прямо пропорциональна приросту ВВП за предшествующий период (прирост ВВП за предшествующий период: $Y_t - Y_{t-1}$): $\Delta I_t = I_t - I_{t-1} = \beta (Y_t - Y_{t-1}) + \epsilon_t$, $0 < \beta < 1$

с) государственные расходы возрастают с постоянным темпом роста: $\Delta G_t = G_t - G_{t-1} = \gamma + \delta Y_t + \epsilon_t$, $\delta > 0$

d) текущее значение ВВП есть сумма текущих уровней потребления, инвестиций и государственных расходов (тождество системы национальных счетов):

$$Y_t = C_t + I_t + G_t.$$

Т.о. спецификация модели делового цикла экономики в структурной форме (предложена лауреатами Нобелевской премии *Самуэльсоном и Хиксом*):

$$\begin{aligned} Y_t &= C_t + I_t + G_t \\ C_t &= C_{t-1} + \alpha_1(Y_{t-1} - C_{t-1}) - \alpha_2(C_{t-1} - C_{t-2}) \\ I_t &= I_{t-1} + \alpha_3(Y_{t-1} - C_{t-1}) - \alpha_4(I_{t-1} - I_{t-2}) \\ G_t &= G_{t-1} + \alpha_5(Y_{t-1} - C_{t-1}) - \alpha_6(G_{t-1} - G_{t-2}), \\ C_t < C_{t-1} < 1, \quad I_t > 0, \quad G_t > 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Модель (3.4) состоит из трёх *поведенческих уравнений* (1-е, 2-е и 3-е уравнения) и одного *тождества*. Она очень близка к приведённой форме:

- текущие переменные C_t, I_t, G_t – явные функции предопределённых переменных $Y_{t-1}, Y_{t-2}, G_{t-1}$.

Если подставить правые части первых 3-х уравнений модели (3.4) в правую часть 4-го уравнения, то получим приведённую форму модели Самуэльсона – Хикса:

$$\left. \begin{aligned}
 C_t &= \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} - \beta_1 C_{t-1} \\
 I_t &= \gamma_1 Y_{t-1} \\
 Y_t &= \delta_1 C_t + \delta_2 I_t + \delta_3 G_t - \gamma_2 Y_{t-1} \\
 &\quad + \gamma_3 Y_{t-2}, \\
 G_t &< C_t < 1, \quad I_t > 0, \quad Y_t > C_t
 \end{aligned} \right\} (3.5)$$

Спецификации (3.4 и 3.5) содержат четыре неизвестных параметра a_0, a_1, b, g .

Требуется:

- a) при помощи реальных данных (табл.3.1) показать, что на текущие эндогенные переменные Y_t, C_t, I_t, G_t моделей (3.4 и 3.5) оказывают влияние не только предопределённые переменные $Y_{t-1}, Y_{t-2}, G_{t-1}$ этих моделей, но также и другие факторы, которые не определены;
- b) уточнить спецификацию модели (3.4) путём включения в неё случайных возмущений.

Из спецификации (3.4) модели Самуэльсона – Хикса (3-е уравнение) следует, что

$$\frac{\text{III}}{\text{III} - \text{II}} = \text{II} = \text{III} - \text{I}. \quad (3.6)$$

Если (3.6) несправедливо, то это будет доказательством воздействия на текущие эндогенные переменные факторов, неучтённых в рамках модели (3.4).

Таблица 3.1

Статистические данные

| <i>t</i> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|
| <i>Год</i> | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
| <i>Y</i> , млрд. \$ | 5330 | 5591 | 5742 | 6054 | 6424 | 7028 |
| <i>C</i> , млрд. \$ | 3523 | 3748 | 3906 | 4137 | 4378 | 4699 |
| <i>I</i> , млрд. \$ | 955 | 936 | 876 | 942 | 1052 | 1186 |
| <i>G</i> , млрд. \$ | 852 | 907 | 960 | 975 | 993 | 1143 |
| <i>T</i> , млрд. \$ | 963 | 1000 | 1027 | 1060 | 1130 | 1231 |
| (<i>Y-T</i>), млрд. \$ | 4367 | 4591 | 4715 | 4994 | 5294 | 5797 |
| <i>i</i> , % | 8,6 | 8,3 | 6,8 | 5,3 | 4,4 | 6,3 |
| <i>π</i> , % | 5,0 | 3,5 | 0,2 | 0,6 | 1,5 | 1,3 |
| <i>R</i> , % | 3,6 | 4,8 | 6,6 | 4,7 | 2,9 | 5,0 |

Выберем из табл.3.1 значения G_t и вычислим отношения $\frac{G_t}{G_{t-1}}$ — темпы роста государственных расходов в период $t = 1, 2, 3, 4, 5$.

В результате убеждаемся – выражение (3.6) не выполняется. Это доказывает то, что на переменную G_t влияют какие-то факторы, не отражённые в модели (3.4). Более того, отношение от периода к периоду хаотично колеблется. Это даёт основание интерпретировать влияние неидентифицированных (неустановленных) факторов как *случайное*.

Можно ли это учесть?

Да, можно! Причём по-разному.

Например, заменить 3-е уравнение модели (3.4) тремя следующими уравнениями:

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{\text{III}}_{t-1} = \boxed{\text{I}}_{t-1} \boxed{\text{II}}_t + \boxed{\text{IV}}_t, \\ \boxed{\text{V}}_t \boxed{\text{VI}}_t \boxed{\text{VII}}_t = \boxed{\text{III}}_t, \\ \boxed{\text{VIII}}_t \boxed{\text{IX}}_t \boxed{\text{X}}_t = \boxed{\text{IV}}_t. \end{array} \right\} (3.7)$$

В первом уравнении системы (3.7) случайная величина w_t отражает влияние на текущую эндогенную переменную G_t не определённых в модели факторов.

Во втором уравнении спецификации (3.7) постулируется, что при каждом фиксированном значении G_{t-1} случайное возмущение w_t имеет нулевое ожидаемое значение.

Третье уравнение спецификации (3.7) отражает жёсткое предположение – средний квадрат разброса значений w_t вокруг нуля сохраняется неизменным (хотя и неизвестным) при любом фиксированном значении предопределённой переменной G_{t-1} .

В эконометрике случайные возмущения с таким свойством именуются

гомоскедастичными.

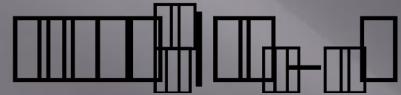
Гипотеза о гомоскедастичности возмущения заложенная в 3-м уравнении системы (3.7), может и не соответствовать реальности. Тогда её можно отбросить и заменить, например, такой предпосылкой:

$$E(w_t^2 | G_{t-1}) = \sigma_0^2 G_{t-1}^\lambda, \quad (3.8)$$

где λ – некоторое действительное число, σ_0 – некоторое положительное число.

Модель (3.8) означает, что средний квадрат разброса значений w_t вокруг нуля является степенной функцией уровня государственных расходов G_{t-1} в предыдущем периоде.

Случайное возмущение w_t является
гетероскедастичным,
если величина



зависит от уровня объясняющей переменной
 G_{t-1} .

Выражение (3.8) – это простейшая модель
гетероскедастичности случайного остатка.

Таким образом, второй возможный вариант отражения в спецификации модели Самуэльсона – Хикса влияния на переменную G_t неопределённых факторов имеет вид:

$$\begin{aligned} \text{[Diagram 1]} &= \text{[Diagram 2]} + \text{[Diagram 3]}, \\ \text{[Diagram 4]} &= \text{[Diagram 5]}, \\ \text{[Diagram 6]} &= \text{[Diagram 7]}. \end{aligned} \quad \left. \right\} (3.9)$$

Для определённости остановимся пока на спецификации (3.7), которую будем называть эконометрической моделью Самуэльсона – Хикса государственных расходов.

Слагаемое в правой части 1-го уравнения системы (3.7) именуется
функцией регрессии.

Функция регрессии отражает влияние на текущую эндогенную переменную предопределённых переменных модели.

Аналогичные рассуждения приводят к следующей спецификации *эконометрической модели Самуэльсона – Хикса делового цикла экономики:*

$$\begin{aligned}
& \text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} - \text{Diagram 4} + \text{Diagram 5} \\
& \text{Diagram 2} = \text{Diagram 6} - \text{Diagram 7} + \text{Diagram 8} \\
& \text{Diagram 3} = \text{Diagram 9} + \text{Diagram 10} \\
& \text{Diagram 4} = \text{Diagram 11} + \text{Diagram 12}, \\
& \text{Diagram 5} < \text{Diagram 6} < 1, \quad \text{Diagram 7} > 0, \quad \text{Diagram 8} > 1. \\
& \text{Diagram 9} - \text{Diagram 10} = \text{Diagram 13} \quad \text{Diagram 14} - \text{Diagram 15} = \text{Diagram 16}, \\
& \text{Diagram 16} - \text{Diagram 17} = \text{Diagram 18}, \\
& \text{Diagram 18} - \text{Diagram 19} = \text{Diagram 20}, \\
& \text{Diagram 20} - \text{Diagram 21} = \text{Diagram 22} \quad \text{Diagram 23} - \text{Diagram 24} = \text{Diagram 25}.
\end{aligned}
\tag{3.10}$$

Здесь u_t , v_t , w_t – случайные возмущения.
Спецификация (3.10) эконометрической модели Самуэльсона – Хикса содержит 7 неизвестных параметров a_0 , a_1 , b , g , σ_u , σ_v , σ_w , в то время как

в спецификации (3.4) их всего 4.

В структурной форме эконометрической модели случайные возмущения могут включаться только в поведенческие уравнения.

Тождества случайных возмущений не содержат!