Арифметическая прогрессия

Авторы: Романов Артём,
Белова Маша
Ученики 9 «б» класса
МОУ СОШ «Гимназия №6»

История арифметических прогрессий

- В Вавилонском царстве всеми расчетами занимались писцы, которые принадлежали к высшему сословию. Школа, где обучались писцы, называлась «дом табличек». Для таких школ предназначались специальные математические таблички. Тексты на них можно было разделить на два класса: Таблицы и задачники.

  Среди задач на табличках встречаются задачи на арифметические и геометрические прогрессии.

  Вавилонские писцы знали правила суммирования *n* членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

История арифметических прогрессий

- Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям были известны китайским и индийским ученым.
- Слово «прогрессия» (лат. Progressio) означает «движение вперед» (как слово «прогресс»), встречается впервые у римского автора Гроэция. Первоначально под прогрессией понимали всякую числовую последовательность, например, последовательность натуральных чисел, их квадратов, кубов. В конце средних веков и в начале нового времени этот термин перестал быть общеупотребительным.
- В XVII веке, например, Джон Грегорн употребил вместо прогрессии термин «ряд», другой английский математик Джон Валлис применил для бесконечных рядов термин «бесконечные прогрессии».
- В настоящее время мы рассматриваем прогрессии как частные случаи числовых последовательностей.

ДРЕВНЕЙШАЯ ПРОГРЕССИЯ

Древнейшая задача на прогрессии – не вопрос о вознаграждении изобретателя шахмат, насчитывающий за собой двухтысячелетнюю давность, а гораздо более старая задача о делении хлеба, которая записана в египетском папирусе Ринда, который назван в честь человека, нашедшего его в конце 19 века. Этот папирус составлен около двух тысяч лет до нашей эры. На нем записано очень много различных задач. Одна из них такая:

« *100* мер хлеба разделить между пятью людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвертый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых должны получить в *7* раз меньше трех остальных. Сколько мер нужно дать каждому?»

Решение.

Количества хлеба, полученные людьми, составляют возрастающую арифметическую прогрессию. Пусть первый ее член равен **Х**, а разность **d** равна **У.** тогда

- x
- x+y
- x+2y
- x+3y
- x+4y.

Получаем уравнение x+(x+y) +(x+2y) + (x+3y) + (x+4y) = 100.

Так как двое первых получили в 7 раз меньше, чем остальные трое, то получим уравнение

7(x+ x+y) = (x+2y) + (x+3y) + (x+4y).

Запишем систему и решим ее.

X+2y=20,

11x=2y.

значит, хлеб разделен следующим образом

$x = 1\frac{2}{3}, \quad y = 9\frac{1}{6},$

$1\frac{2}{3}, 10\frac{5}{6}, 20, 29\frac{1}{6}, 38\frac{1}{3}.$

Числа Фибоначчи

- Древняя история богата выдающимися математиками. А вот из математиков средневековья в школьном курсе названо только одно имя – Виета. Тем больший интерес представляют для нас итальянский математик Леонардо из Пизы по прозвищу Фибоначчи. Известен он решением нескольких задач. Вот одна из них:
- Сколько пар кроликов в год от одной пары рождается? Кролики рождаются начиная со второго месяца, каждый месяц по паре. 1 пара 1 пара 2 пары 3 пары 5 пар 8 пар … 1 месяц 2 месяц 3 месяц …
- Эта последовательность называется «числа Фибоначчи». Числа Фибоначчи встречаются в математике и в природе довольно часто: треугольник Паскаля, семена в подсолнечнике, рост деревьев.

Гаусс Карл Фридрих (30.04.1777 - 23.02.1855)

- Дед Гаусса был бедным крестьянином, отец — садовником, каменщиком, смотрителем каналов в герцогстве Брауншвейг. Уже в двухлетнем возрасте мальчик показал себя вундеркиндом. В три года он умел читать и писать, даже исправлял счётные ошибки отца. Согласно легенде, школьный учитель математики, чтобы занять детей на долгое время, предложил им сосчитать сумму чисел от 1 до 100. Юный Гаусс заметил, что попарные суммы с противоположных концов одинаковы: 1+100=101, 2+99=101 и т. д., и мгновенно получил результат 50×101=5050.

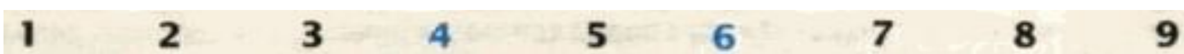
- До самой старости он привык большую часть вычислений производить в уме. Свободно владея множеством языков, Гаусс некоторое время колебался в выборе между филологией и математикой, но предпочёл последнюю. Ему принадлежат формулировка и доказательства множества свойств и теорем математики. Он очень любил латинский язык и значительную часть своих трудов написал на латыни; любил английскую, французскую и русскую литературу. В возрасте 62 года Гаусс начал изучать русский язык, чтобы ознакомиться с трудами Лобачевского, и вполне преуспел в этом деле. Современники вспоминают Гаусса как жизнерадостного, дружелюбного человека, с отличным чувством юмора…

Теория Рамсея и арифметические прогрессии

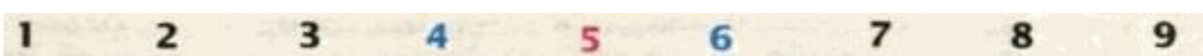
Арифметическая прогрессия — это последовательность чисел, в которой разность между соседними членами остается постоянной. Например, 7, 10, 13, 16 — это арифметическая прогрессия, в которой разность между соседними членами равна трем.

Из теории Рамсея следует такое утверждение об арифметических прогрессиях: если каждое число от 1 до 9 покрасить в красный или синий цвет, то либо три синих числа, либо три красных образуют арифметическую прогрессию.

Чтобы доказать это утверждение, мы могли бы проверить все 512 способов раскраски девяти чисел. Но мы можем доказать *его,* рассмотрев только два случая. Начнем со случая, в котором 4 и 6 имеют одинаковый цвет, скажем синий.



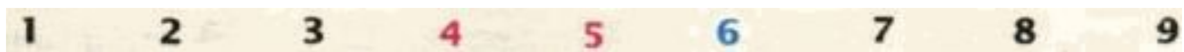
Чтобы избежать синей арифметической прогрессии 4, 5, 6. мы покрасим 5 в красный цвет.



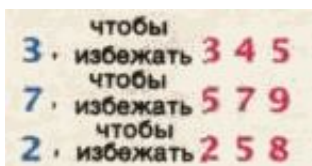
Чтобы избежать синих арифметических прогрессий *2,*4,6 и 4,6,8, мы покрасим 2 и 8 в красный цвет.

Теория Рамсея и арифметические прогрессии

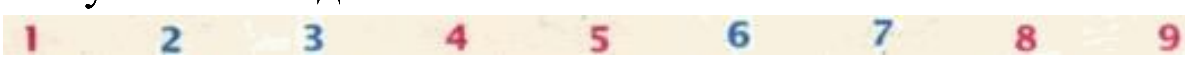
Но тогда у нас получится красная арифметическая прогрессия 2,5, 8. Итак, если 4 и 6 имеют одинаковый цвет, то всегда получится либо красная, либо синяя арифметическая прогрессия. Теперь рассмотрим случай, когда 4 и 6 имеют различный цвет. Число 5 можно покрасить как угодно, не создав при этом арифметической прогрессии, так что мы произвольно покрасим 5 в красный цвет.



Продолжим раскрашивание следующим образом:



Тогда получим последовательность:



Но в ней все равно осталась красная арифметическая прогрессия 1,5,9. Таким образом, независимо от того, в одинаковый или в разные цвета окрашены 4 и 6, всегда имеется либо синяя, либо красная арифметическая прогрессия.

Применение арифметических прогрессий

- Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др. Некоторые формулы, относящиеся к прогрессиям, были известны китайским и индийским ученым.
- Ариабхатта (V в.) применял формулы общего числа, суммы арифметической прогрессии. Но правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202 г. (Леонардо Пизанский)

Финансовая математика

В финансовой математике для решения различных задач главным математическим аппаратом является понятие «процентов» и арифметической и геометрической прогрессии.

Метрология, стандартизация, сертификация

Изучение метрологии, стандартизации, квалиметрии, являющихся завершением цикла общетехнических курсов теорий машин и механизмов, технологии материалов, сопротивление материалов, деталей машин и основан на обеспечении точности геометрических параметров.

Ряды предпочтительных чисел должны отвечать следующим требованиям: быть бесконечными как в сторону малых, так и в сторону больших размеров, включать единицу и все десятикратные значения любого члена, быть простыми и легко запоминаемыми.

В начальный период стандартизации получили распространения ряды, выраженные арифметическими прогрессиями, но существенным недостатком арифметической прогрессии является ее относительная неравномерность. При постоянной абсолютной разности относительная разность между членами арифметического ряда 1, 2, 3,…10 для чисел 1 и 2 составляет 200%, а для чисел 9 и 10 всего 11%.

В связи с этим позднее стали применять ступенчато - арифметические ряды, например, ряды стандартных резьб:

1 - 1,1 - 1,2 - 1,4 - 1,6 - 1,8 - 2,0 - 2,2 - 2,5 - 3,0 - 3,5 - 4,0 - 4,5 - … - 145 - 150 - 155 - 160 - 165 - .

у которых разности возрастают с увеличением абсолютного размера и соответственно равны 0,1; 0,2; 0,5; 5.

Тем не менее применение арифметической прогрессии в большинстве случаев не целесообразно и поэтому находят ограниченное распространение.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!