

«Арифметическая прогрессия»

Изучена данная тема,
Пройдена теории схема,
Вы много новых формул узнали,
Задачи с прогрессией решали.
И вот в последний урок
Нас поведет
Красивый лозунг
“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД”

Цели урока:

- *Обобщить теоретические знания по теме; совершенствовать навыки нахождения n -го члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии с помощью формул; расширить знания о свойствах арифметической прогрессии и применять их при решении задач;*
- *Видеть связь между математикой и окружающей жизнью; развивать грамотную математическую речь;*
- *Воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.*

Хочу

Могу

Умею

Делаю

- Умение применять формулы ...
- Умение грамотно говорить ...
- Умение обобщать,
систематизировать ...
- Умение логически мыслить ...
- Умение пересказывать ...
- Умение молчать ...

Определение
арифметической
прогрессии

Формула n -го члена
арифметической
прогрессии

Свойство каждого
члена арифметической
прогрессии

Сумма первых n членов
арифметической
прогрессии

Формула разности
арифметической
прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \square n$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \square n$$

Устная работа:

Является ли заданная последовательность арифметической прогрессией, почему?

1. $3; 6; 9; 12; \dots$

2. $-1; -1; -1; \dots$

3. $0; 13; 1; 14; \dots$

4. $x_n = 3n - 2;$

5. $a_n = 25 + n^2;$

6. $-3; -1; 1; 3; \dots$

- Выразите через a_1 и d a_8 , a_{33} , a_{100} .
- Найдите a_5 , если $a_1 = 4$, $d = 7$.
- Найдите a_{12} , если $a_{11} = 20$, $a_{13} = 30$.

Задача.

Родители ко Дню рождения своего сына Андрея решили купить и обновить ему мобильный телефон. Для этого они в первый месяц отложили 650 рублей, а в каждый последующий месяц они откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей Андрея через 10 месяцев?

...

Дано:

$$a_1 = 650$$

$$d = 50$$

Найти:

$$n = 10$$

Решение: S_{10}

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 650 + 9 \cdot 50}{2} \cdot 10$$

Ответ:

$$S_{10} = (1300 + 450) \cdot 5$$

$$S_{10} = 8750$$

8750 рублей.

"4"

Дано:

$5; 7; 9 \dots$ – арифметическая
прогрессия

Найти: a_n

"5"

Дано:

$$S_n = 60$$

$$a_n = 2n + 3$$

Найти: n

"3"

Дано:

$$a_1 = 5$$

$$d = 2$$

Найти: a_6

"4"

$$a_1 = 5;$$

$$d = 7 - 5 = 2;$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d;$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \cdot 2;$$

$$a_n = 3 + 2n.$$

Решение:

"3"

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d;$$

$$a_6 = a_1 + 5d;$$

$$a_6 = 5 + 5 \cdot 2;$$

$$a_6 = 15.$$

"5"

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$S_n = 60;$$

$$a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5;$$

$$a_n = 2n + 3;$$

$$S_n = \frac{5 + 2n + 3}{2} \cdot n;$$

$$60 = \frac{8 + 2n}{2} \cdot n;$$

$$60 = (4 + n) \cdot n;$$

$$n^2 + 4n - 60 = 0;$$

$$n_1 = 6; n_2 = -10$$

Проверка:

Задача.

Для участия в международной
математической игре

«Кенгуру – математика для всех»
в региональный оргкомитет

необходимо подать заявку от школы. В
первый день после указанного срока
заявки на участие подали 5 школ, во
второй - 7, в третий - 9 ... Через
сколько дней в оргкомитет будет
подано 60 заявок (считая, что
полученная закономерность не будет
нарушена)? Сколько заявок поступит
в последний день?

Пятый член арифметической прогрессии на 15 меньше второго. Сумма третьего и седьмого её членов равна -6. Найдите третий и четвёртый члены этой прогрессии.

Составьте систему уравнений и воспользуйтесь формулой n-го члена арифметической прогрессии:

$$\begin{cases} a_2 - a_5 = 15, \\ a_3 + a_7 = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + d - (a_1 + 4d) = 15, \\ (a_1 + 2d) + (a_1 + 6d) = -6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -5, \\ a_1 = 17; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= a_1 + 2d, & a_3 &= 7, \\ a_4 &= a_3 + d, & a_4 &= 2. \end{aligned}$$

Ответ: $a_3 = 7$, $a_4 = 2$.

Вычислите сумму:

$$50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + 46^2 - 45^2 + \dots \\ \dots + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2;$$

1) Воспользуйтесь формулой разности квадратов:

$$(50-49)(50+49) + (48-47)(48+47) + (46-45)(46+45) + \dots \\ \dots + (4-3)(4+3) + (2-1)(2+1);$$

2) Выполните действия в скобках:

$99 + 95 + 91 + 87 + \dots + 7 + 3$; эти числа образуют убывающую арифметическую прогрессию $a_1=99$, $a_n=3$, $n=25$.

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25})}{2} \cdot 25$$

$$S_{25} = \frac{(99 + 3)}{2} \cdot 25 = 51 \cdot 25 = 1275$$

Ответ: сумма равна 1275.

Свойства арифметической прогрессии

Дано: (a_n) арифметическая прогрессия

$$a_4 = 12,5; a_6 = 17,5$$

Найти: a_5

Решение: используя свойство

арифметической прогрессии имеем:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = \frac{12,5 + 17,5}{2} = 15$$

Ответ: 15

Занимательное свойство арифметической прогрессии.

А теперь, рассмотрим еще одно свойство членов арифметической прогрессии. Оно, скорее всего, занимательное. Нам дана “стайка девяти чисел”

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Она представляет собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33

Знаете ли вы, что такое магический квадрат?

Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом — *constant*.

9	19	5
7	11	15
17	3	13

Замечание об арифметической прогрессии само по себе очень интересно. Дело в том, что из каждой девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.

- Пусть дана арифметическая прогрессия: $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+8d$, где a и d натуральные числа. Расположим её члены в таблицу.

Нетрудно видеть, что получился магический квадрат, константа C которого равна $3a+12d$.

Действительно, сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и по каждой диагонали квадрата равна $3a+12d$.

$a+3d$	$a+8d$	$a+d$
$a+2d$	$a+4d$	$a+6d$
$a+7d$	a	$a+5d$

Задания из сборника предназначенного для подготовки к итоговой аттестации в новой форме по алгебре в 9 классе, предлагаются задания которые оцениваются в 2 балла:

- 6.1. 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4, а ее десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 6.2. 1) Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является ее двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $-30,8$?
- 6.5. 1) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.

Ответы:

6.1 (20,4)

6.2. (является),

6.5. (6;8,2;10'4;12'6;14'8;17.),

Урок сегодня завершён,
Дружней вас не сыскать.
Но каждый должен знать:
Познание, упорство, труд
К прогрессу в жизни приведут.

Рефлексия.

Тест.

1. **Результатом своей личной работы считаю, что я ..**
 - А.** Разобрался в теории.
 - В.** Научился решать задачи.
 - С.** Повторил весь ранее изученный материал.

2. **Что вам не хватало на уроке при решении задач?**
 - А.** Знаний. **Б.** Времени. **С.** Желания.
 - Д.** Решал нормально.

3. **Кто оказывал вам помощь в преодолении трудностей на уроке?**
 - А.** Одноклассники. **Б.** Учитель.
 - С.** Учебник. **Д.** Никто.

Спасибо!

Моим ученикам,
за работу на уроке.

Всем присутствующим,
за внимание.

Желаю всем здоровья и
успехов!
И не забудьте выполнить домашнее
задание!