

Тема урока:

**«Статистическое
определение
вероятности
событий»**

Цель урока:

- ввести статистическое определение вероятности события, понятие относительной частоты;
- систематизировать знания учащихся по статистическому и классическому определению вероятности события.

Элементы комбинаторики.

- I.
- $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-2) \times (n-1) \times n$
произведение подряд идущих первых n натуральных чисел
- $0! = 1$; $1! = 1$; $2! = 1 \times 2 = 2$; $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$;
 $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
- $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$
- $6! = 720$

II. Перестановки – комбинации из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком элементов.

- $P_n = n!$

- n – число элементов, входящих в каждую перестановку,
- (n - натуральное число)

(!!! Берутся все элементы, и изменяется только их местоположение)

- **Пример 1.** Даны три лекарства A, B, C . Сколькими способами можно выписать назначение?

1 способ решения; $ABC, ACB, BCA, BAC, CAB, CBA$ (6 способов назначения)

2 способ решения: $P_n = n! \quad P_3 = 3! = 6$

- **Пример 2.** Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр $5, 6, 7, 8, 9$ при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется? Решение. $P_5 = 5! = 120$

Размещения - комбинации из m элементов по n элементам, которые отличаются друг от друга только или самими элементами или порядком элементов.
(m, n - натуральные, n меньше m)

$$A_m^n$$

(!!! Берется только часть элементов, и важно расположение элементов друг относительно друга)

Пример 1. Даны четыре буквы А, В, С, Д. Сколько комбинаций по две буквы можно из них составить?

Решение. АВ, АС, АД, ВА, ВС, ВД, СА, СВ, СД, ДА, ДВ, ДС
(отличаются или буквами или их порядком)

Пример 2. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в предметной олимпиаде участвует семь человек?

n – число элементов, входящих в каждую комбинацию;
 m – число всех имеющихся элементов

3. Сочетания – все комбинации из m элементов по n элементам, которые отличаются друг от друга по крайней мере хотя бы одним элементом. (m, n – натуральные, n меньше m)

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$$

(!!! Берется только часть элементов, и не имеет значения расположение элементов друг относительно друга)

n – число элементов, входящих в каждую комбинацию;
 m – число всех имеющихся элементов

Основное свойство сочетаний:

$$C_m^n = C_m^{m-n}$$

Пример 1. Даны четыре буквы А, В, С, Д. Сколько комбинаций по две буквы можно из них составить?

Решение. АВ, АС, АД, ВС, ВД, СД, (отличаются хотя бы одним элементом)

Пример 2. Сколькими способами можно выбрать трех дежурных, если в классе 30 человек?

Решение.

$$C_{30}^3 = \frac{30!}{27! \cdot 3!} = 4060$$

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n}$$

Перестановки	Размещения	Сочетания
<i>Даны три лекарства А, В, С.</i>	<i>Даны четыре буквы А, В, С, Д.</i>	<i>Даны четыре буквы А, В, С, Д.</i>
<i>назначения: АВС, АСВ, ВСА, ВАС, САВ, СВА</i>	<i>комбинации по две буквы АВ, АС, АД, ВА, ВС, ВД, СА, СВ, СД, ДА, ДВ, ДС</i>	<i>комбинаций по две буквы АВ, АС, АД, ВС, ВД, СД,</i>
<i>Берутся все элементы, и изменяется только их местоположение</i>	<i>комбинации отличаются или буквами или их порядком</i>	<i>комбинации отличаются хотя бы одним элементом</i>

Элементы теории вероятности

- **II. Классическое определение вероятности события.**
- *(имеет место для испытаний с конечным числом равновозможных исходов испытания)*

Вероятность события А равна отношению числа m исходов испытания, благоприятствующих наступлению события A , к общему числу n всех равновозможных несовместных исходов, то есть \implies

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример. Пусть имеется 100 деталей, из которых 97 стандартных и 3 бракованных.
Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?

$$P = \frac{3}{100}$$

Свойства вероятности события.

1. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее единицу
2. Вероятность **достоверного** события равна единице, так как $n/n = 1$
3. Вероятность **невозможного** события равна нулю, так как $0/n = 0$

Зная вероятность события A , можем найти и вероятность **противоположного** события

$$\overline{A} \quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

Задачи:

При ответе нужно дать определение искомой величины, сказать формулу, по которой она находится.

1

В пенале из 5-ти ручек одна не пишет. Определите вероятность того, что взятая наудачу ручка пишет.

2

В нашем классе 16 девочек и 8 мальчиков.
Определить вероятность того, что вызванный к доске ученик окажется мальчиком.

3

Ира забыла третью цифру номера телефона своей подруги и набрала ее наугад. Какова вероятность, что Ира позвонит именно подруге?

Письменный опрос

1 вариант

- 1. Перестановки –
- формула
- Пример.

• 3 вариант Сочетания

- формула
- Пример

2 вариант

Размещения -

- Формула
- Пример

• 4 вариант

• Вероятность события A

- формула
- Пример
-

Элементы теории вероятности

1. ***Эксперимент*** называют статическим, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

Событие – это факт, результат, который в ходе эксперимента может произойти или не произойти

Виды случайных событий

Случайное – событие, которое может произойти или не произойти

Искомое событие- которое нас интересует из всех возможных

Равновозможные события - имеющие равные возможности произойти

Несовместные – если никакие два события не могут произойти вместе в одном опыте. В противном случае события **совместные**. Два не совместных события называются **противоположными** A и \bar{A}

Невозможное – если оно в данном опыте не может произойти

Равновозможные - те, которые имеют равные возможности произойти.

Достоверные – если оно происходит в данном испытании обязательно.

II. Классическое определение вероятности события.

*имеет место для испытаний
с конечным числом
равновозможных исходов
испытания*

Вероятность события А равна отношению числа m исходов испытания, благоприятствующих наступлению события A , к общему числу n всех равновозможных несовместных исходов, то есть

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример. Пусть имеется 100 деталей, из которых 97 стандартных и 3 бракованных.
Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?

$$P = \frac{3}{100}$$

Свойства вероятности события.

1. Вероятность любого события есть неотрицательное число, не превосходящее единицу
2. Вероятность **достоверного** события равна единице, так как $n/n = 1$
3. Вероятность **невозможного** события равна нулю, так как $0/n = 0$

Зная вероятность события A , можем найти и вероятность **противоположного** события

$$\overline{A} \quad P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

III. Статистическое определение вероятности события

*Имеет место для
испытаний*

с конечным числом

неравновозможных

исходов

*Например,
вероятность появления шести очков на
верхней грани кубика, у которого центр
тяжести не совпадает с
геометрическим, не будет равным $1/6$.*

*Но это событие обладает вероятностью
наступления, которую можно оценить
при изучении **изменения относительной
частоты** появления соответствующего
события*

Относительной частотой появления события A называется отношение числа испытаний m , в которых событие A появилось, к общему числу n проведенных испытаний, то есть

$$W(A) = \frac{m}{n}$$

$$0 \leq W(F) \leq 1$$

Статистическое определение вероятности события обеспечивает нам

принципиальную возможность оценки вероятности любого события во всех случаях, когда возможно проведение реальных экспериментов и изучение изменения относительной частоты по их результатам.

Случайные события со статистически устойчивой частотой широко распространены в физике, биологии, экономике и других областях знаний.

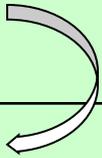
Относительная частота появления события A при проведении k серий по n испытаний в каждой, если n достаточно велико, для большинства таких серий сохраняет почти постоянную величину.



В общем случае считают, что существует некоторая постоянная, около которой колеблется **относительная частота появления события A .**



За численное значение этой постоянной при большом числе испытаний может быть приближенно принята относительная частота появления события A , или же число, близкое к относительной частоте. **Эту постоянную называют статистической вероятностью случайного события A .**

<p>2. <u>Задача № 4.</u></p>	<p>При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 штук.</p>	
<p>Решение.</p>		
<p>Дано</p>	<p>Используемые формулы</p>	<p>Решение</p>
<p>$W(A) = 0,9$ $n = 200$</p>	<p>$W(A) = \frac{m}{n}$</p> 	<p>$m = 0,9 \times 200 = 180$</p>
<p>$m - ?$</p>	<p>$m = W(A) \cdot n$</p>	<p>Ответ: 180 годных приборов</p>

3. Задача № 5.

В пакете 25 конфет в разных обертках. Какова вероятность того, что выбранные на удачу три конфеты будут именно те, которые Вы хотели?

Решение.

Используемые формулы

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m - число исходов испытания ,
благоприятствующих наступлению события
A,
n - общее число всех равновозможных
несовместных исходов

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

n – число элементов, входящих в каждую
комбинацию;
m – число всех имеющихся
элементов

$$P_n = n!$$

n – число элементов, входящих в каждую
перестановку, (n- натуральное число)

1. Найдем n - общее число всех равновозможных несовместных исходов при вытягивании трех конфет. Их будет столько, сколько можно составить различных размещений из 25 элементов по три:

$$A_{25}^3 = 25 \times 24 \times 23$$

- **2. Найдем m .** Число случаев, благоприятствующих тому, что будут выбраны нужные три конфеты, столько, сколько можно составить перестановок из трех элементов

$$P_3 = 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6.$$

- **3. Искомая вероятность** равна $P(A) = \frac{m}{n}$
 $6 / 25 \times 24 \times 23 = 1 / 2300$

Ответ: вероятность $1 / 2300$

IV. Итог урока

- **V. Домашнее задание.**
Тематический конспект «Элементы теории вероятности». Провести несколько серий испытаний для нахождения статистической вероятности события.