

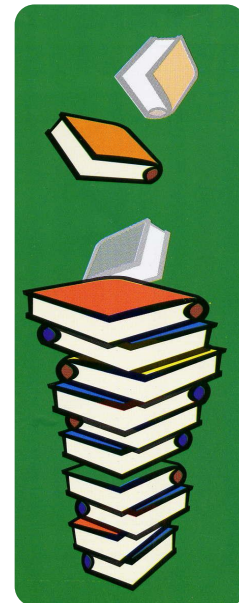
$$1) (x^2 - 2xy)dx - xydy \neq 0;$$

$$2) x(y^2 - 4)dx - ydy \neq 0;$$

$$3) ye^x dx - (y - e^x)dy \neq 0.$$



Маша + Петя = Л



Уравнения вокруг нас



Проект учащихся 10-а класса

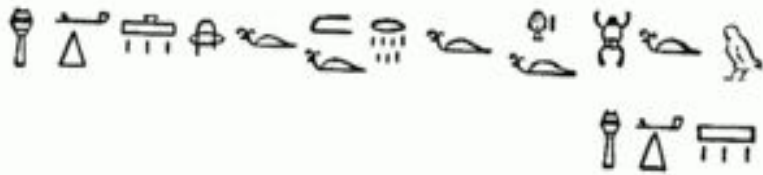
Уравнение — это равенство?
Что такое уравнение?
двух функций, содержащих
один и
аргуме



Немного истории...



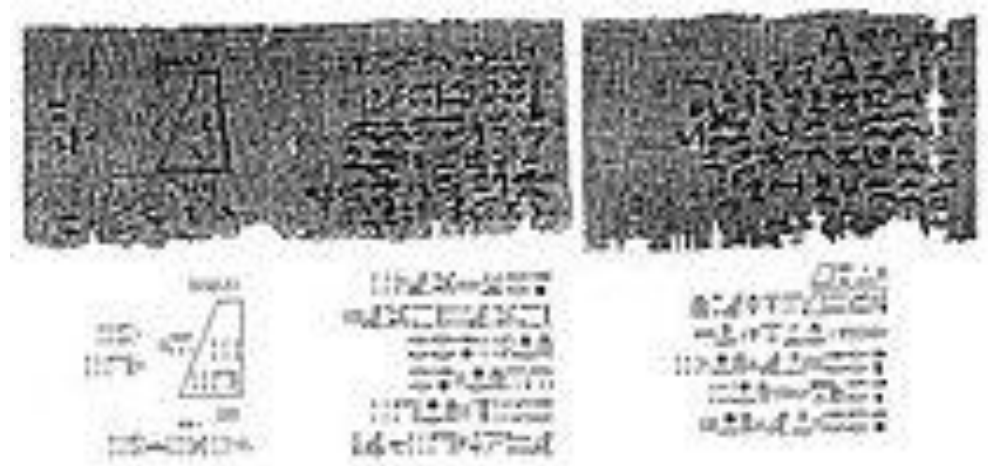
Математика в Древнем Египте



Иероглифическая запись
уравнения

$$x \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1 \right) = 37$$

Московский папирус
(около 1850 г. до н. э.)



Одна из задач
Московского папируса:

*«Число и его половина
составляют 9. Найти число.»*

Современная запись решения: $x + \frac{1}{2}x = 9$

Математика в Древнем Египте

Неизвестное число - „*хау*“, „*куча*“ или „*неизвестное количество*“ единиц



Часть папируса Ахмеса. 1650г. до н.э.

Задача из сборника Ахмеса:

«Куча и ее четвертая часть дают вместе 15. Найти кучу».

Запись задачи нашими
знаками:

$$x + \frac{1}{4}x = 15$$



Решение:

« МЕТОД ЛОЖНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ».

В папирусе Ахмеса решение начинается так:

«Считай с 4; от них ты должен взять четверть. А именно 1 и 4 вместе 5». Затем 15 делится на 5, частное умножается на 4 и получается неизвестное 12.

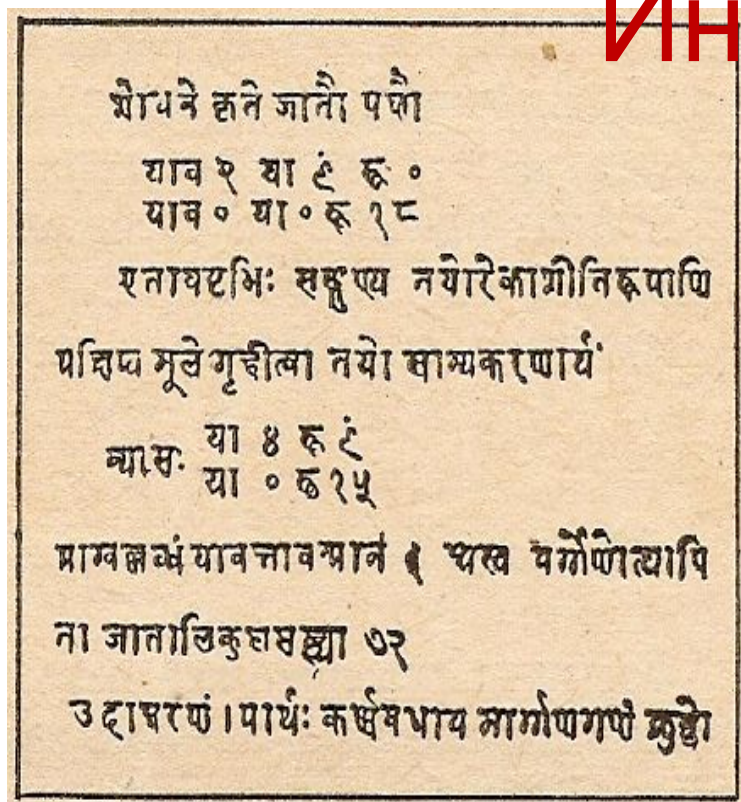
$$x + \frac{1}{4}x = 15$$

$$\frac{5}{4}x = 15$$

$$x = 15 : \frac{5}{4}$$

$$x = 12$$

Математика в Древней Индии



$$\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x = -768$$

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 32^2$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

$$x - 32 = \pm 16,$$

$$x_1 = 16, x_2 = 48.$$

Часть страницы из алгебры Бхаскары «Видиса
 Ганита» VII век
 (вычисление корней)

Математика исламского средневековья

«ал-мукабала» и «ал-джабр»

$$6x - 13 = 5x - 8$$

$$6x + 8 = 5x + 13$$

$$6x - 5x = 13 - 8$$

$$x = 5$$



"ал-джабр"



"ал-мукабала"

Арифметика

нта

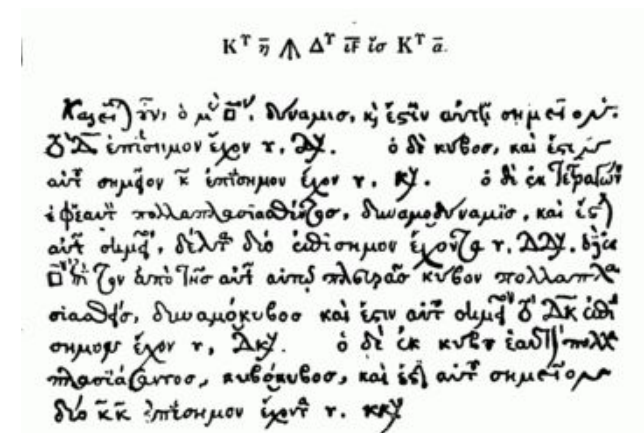
Основное произведение

Диофанта — *Арифметика* в 13 книгах.



Например, уравнение
 $202x^2 + 13 - 10x = 13$
 он записывает так:

$\Delta^{\tilde{u}}$ σ μ $\iota\gamma$ $\wedge$ ς ι $\iota\sigma$ μ $\iota\gamma$
 β



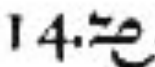
Лист
 из *Арифметики* (рукопись XIV
 века). В верхней строке
 записано уравнение:

$$x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$$

Появление символа равенства

Знак равенства в современной форме создал математик Роберт Рекорд в 1557 году.



14.  .15.  = 71. .

Первое печатное появление знака равенства в книге Роберта Рекорда в 1557 году (записано уравнение)

$$14x + 15 = 71$$

Появление буквенной

символики

Создателем современной буквенной символики является французский математик Франсуа Виет (1540 – 1603).



$$ax + b = 0$$

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

Где используются уравнения сегодня?



Последовательность действий	Выполнение действий
1. Взаимодействие с металлами, расположенными в электрохимическом ряду напряжений до водорода	Молекулярное уравнение: $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{ZnSO}_4 + \text{H}_2\uparrow.$ Полное ионное уравнение: $\text{Zn} + 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{Zn}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\uparrow.$ Сокращенное ионное уравнение: $\text{Zn} + 2\text{H}^+ = \text{Zn}^{2+} + \text{H}_2\uparrow$
2. Взаимодействие с оксидами металлов	Молекулярное уравнение: $\text{CuO} + \text{H}_2\text{SO}_4 = \text{CuSO}_4 + \text{H}_2\text{O}.$ Полное ионное уравнение: $\text{CuO} + 2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} = \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O}.$ Сокращенное ионное уравнение: $\text{CuO} + 2\text{H}^+ = \text{Cu}^{2+} + \text{H}_2\text{O}$
3. Взаимодействие с основаниями: а) растворимыми; б) нерастворимыми	а) $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{KOH} = \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{K}^+ + 2\text{OH}^- = 2\text{K}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O},$ $\text{H}^+ + \text{OH}^- = \text{H}_2\text{O};$ б) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{CuSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O},$ $2\text{H}^+ + \text{Cu}(\text{OH})_2 = \text{Cu}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$
4. Взаимодействие с солями, если при реакции: а) образуется осадок; б) выделяется газ	а) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 = \text{BaSO}_4\downarrow + 2\text{HCl},$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{Ba}^{2+} + 2\text{Cl}^- = \text{BaSO}_4\downarrow + 2\text{H}^+ + 2\text{Cl}^-,$ $\text{Ba}^{2+} + \text{SO}_4^{2-} = \text{BaSO}_4\downarrow;$ б) $\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{K}_2\text{CO}_3 = \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow,$ $2\text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-} + 2\text{K}^+ + \text{CO}_3^{2-} = 2\text{K}^+ + \text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow,$ $2\text{H}^+ + \text{CO}_3^{2-} = \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

Химия



Общее уравнение фотосинтеза:



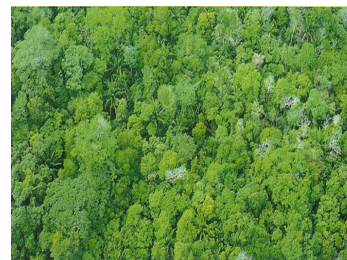
Биология

Уравнение, описывающее количество кроликов, скорость размножения которых тем больше, чем больше их уже родилось

$$x(t) = x_0 e^{at}$$

Процессы распространения волн в сердечной мышце, образование пятен планктона в океане, формообразования окраски шкур животных

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= P(x, y) + D_x \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} & \frac{\partial u}{\partial t} &= \Delta u + \frac{1}{\varepsilon} (u - u^2 - f v \frac{u - q}{u + q}) \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= Q(x, y) + D_y \frac{\partial^2 y}{\partial r^2} & \frac{\partial v}{\partial t} &= u - v \end{aligned}$$



Уравнение экономического равновесия

$$Y = C + I_g + G + X_n + S = P \times Q_s = \text{ВВП} = P \times Q_D = M \times V$$

Экономика

Уравнение «доходы - расходы» имеет следующий вид:

$$R + S = C + I_g + I_G + G + X_E - X_i + S = Y_C + Y_g + Y_G + N + A$$

Совокупное предложение определяется по формуле:

$$PQ_s = R + S = C + I_g + I_G + G + X_E - X_i + S = \text{ВВП}.$$

Совокупный спрос равен:

$$PQ_D = Y_C + Y_g + Y_G + N + A = Y = M \cdot V = \text{ВВП}.$$



$$R(x, z) = Y(y, z) = M_A \cdot V(x, y) = R(Y, M_A) = Y(R, M_A) = M_A \cdot V(R, Y).$$

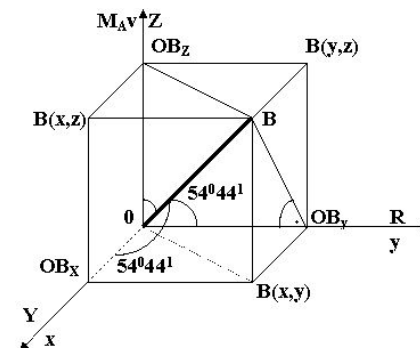


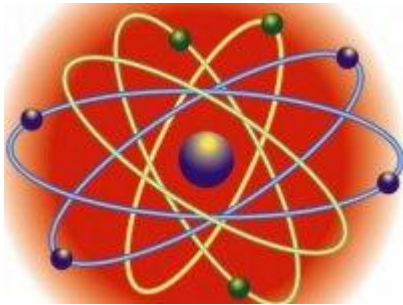
Рис.3.14. Модель равновесия в экономике. Прямая OB – равновесная прямая

Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Уравнение равномерного прямолинейного движения :

$$x = x_0 + v_x t$$



Закон всемирного тяготения:

$$F = GMm/D^2$$

Закон

Кулона:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Физика

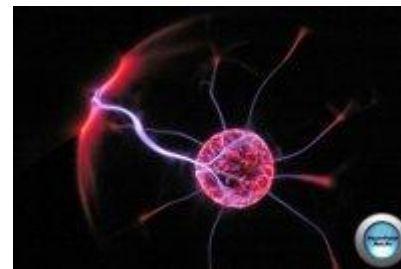


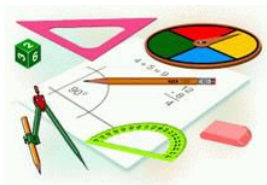
Первый закон термодинамики:

$$\Delta U = A + Q$$

Закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$





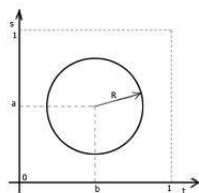
Геометрия

Уравнение произвольной прямой

$$ax + by + c = 0$$

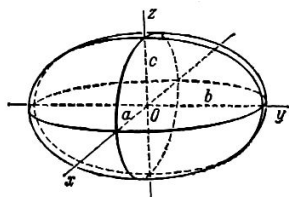
Уравнение окружности

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$



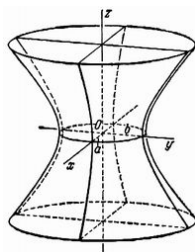
Уравнение эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

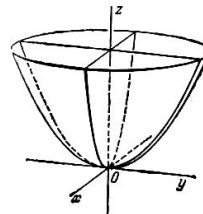


Уравнение однополостного гиперболоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

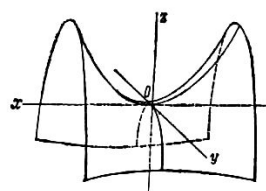


Уравнение эллиптического параболоида



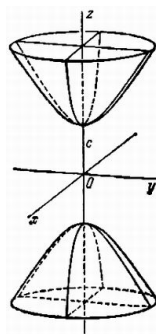
$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

Уравнение гиперболического параболоида



$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$

Уравнение двуполостного гиперболоида



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



Алгебра

Виды алгебраических уравнений

Линейное уравнение

$$ax + b = 0$$

Показательное уравнение

$$a^{f(x)} = b \text{ или } a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad (a > 0; a \neq 1)$$

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Логарифмическое уравнение

$$\log_a f(x) = \log_a g(x), \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Тригонометрическое уравнение

$$\sin x = a; \cos x = a; \operatorname{tg} x = a$$

Кубическое уравнение

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Иррациональное уравнение

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \text{ или } \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}.$$

Возвратное уравнение

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$

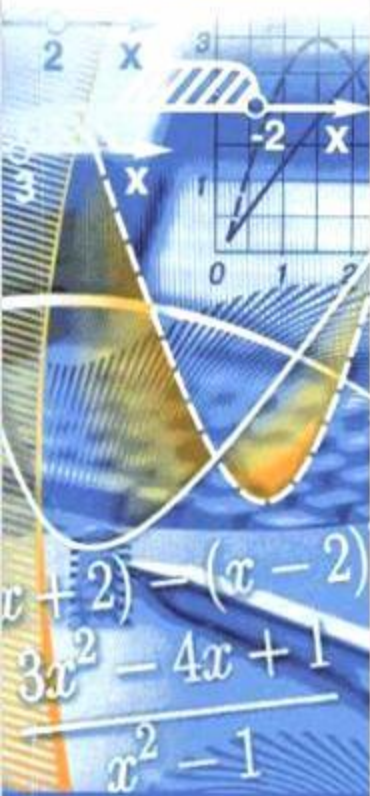
Параметрическое уравнение

$$|f(x)| + |g(x)| = a$$





Способы решения уравнений





Аналитический способ

а) Решить уравнение:

$$\log_3(18x^2 - 3x) = 0$$

по свойству логарифма

$$18x^2 - 3x = 1$$

$$18x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 18 \cdot 1 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{36}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}, \\ x_2 = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } -\frac{1}{6}; \frac{1}{3}$$

б) Решить уравнение :

$$\sqrt{2x-1} = x-2$$

возведя обе части

уравнения в квадрат, получим

$$2x-1 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ x = 5; \end{cases}$$

по определению корня

$x-2 \geq 0$, то есть $x \geq 2$,

значит 1 – посторонний корень.

Ответ : 5



Алгебраический способ

Решить уравнение: $2 \cdot 81^{x+1} - 36^{x+1} - 3 \cdot 16^{x+1} = 0$

Решение: $2 \cdot 81^{x+1} - 9^{x+1} \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 16^{x+1} = 0$

$$2 \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{x+1} - \left(\frac{36}{16}\right)^{x+1} - 3 = 0$$

$$2 \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{x+1} - \left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} - 3 = 0$$

пусть $\left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} = t$, где $t > 0$, тогда уравнение

примет вид $2t^2 - t - 3 = 0$, откуда

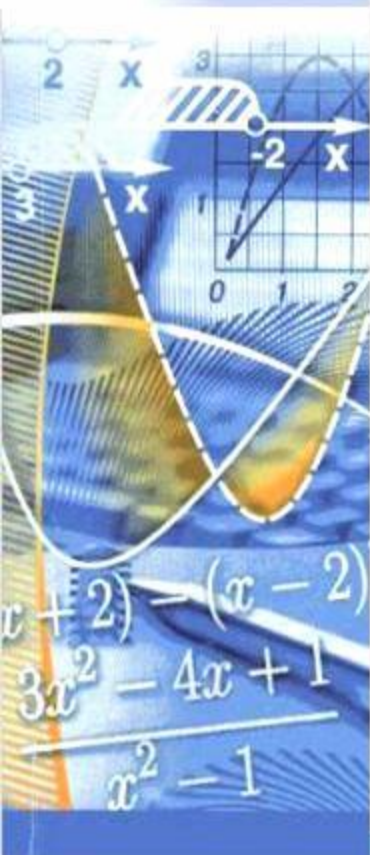
$$t = \frac{3}{2} \text{ или } t = -1$$

-1 не удовлетвор условию $t > 0$,

$$\text{отсюда } \left(\frac{9}{4}\right)^{x+1} = \frac{3}{2}$$

$$x+1 = \frac{1}{2}, \quad x = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\left\{-\frac{1}{2}\right\}.$



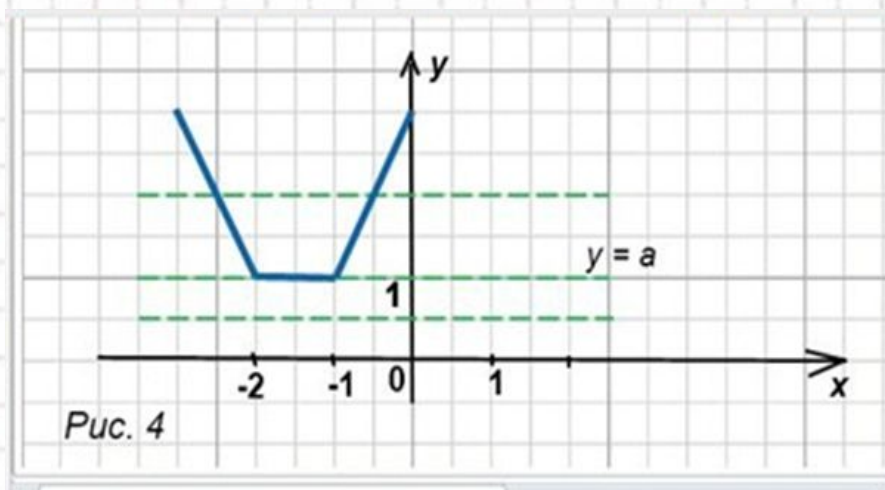


Графический способ

Определить число решений уравнения $|x + 1| + |x + 2| = a$ в зависимости от параметра a .

Решение:

График функции $y = |x + 1| + |x + 2|$ будет представлять собой ломаную. Ее вершины будут располагаться в точках $(-2; 1)$ и $(-1; 1)$.



Ответ: если параметр $a < 1$, то корней у уравнения не будет;
если $a = 1$, то решением уравнения является бесконечное множество чисел из отрезка $[-2; -1]$;
если $a > 1$, то уравнение будет иметь два корня.

*«Никогда не считай, что ты
знаешь всё, что тебе уже
больше нечему учиться».*

Н.Д. Зелинский

Удачи!



СПАСИБО
за
ВНИМАНИЕ!

