

Тема урока: Решение уравнений с параметром

Урок формирования знаний и
умений

МБОУ Дорогобужская СОШ №1
Картышева В.А.

Важнейшая задача цивилизации -
Научить человека мыслить.

Т. Эдисон.

Решить уравнение с параметром – это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующее множество корней уравнения, если корни существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет.

Решите квадратное уравнение

$$x^2 - (2a+1)x + a^2 + a - 2 = 0$$

Всегда ли это уравнение квадратное?

Да, это уравнение всегда квадратное.

Найдите дискриминант уравнения.

$$D=b^2-4ac$$

$$D=(-2a-1)^2-4a^2-4a+8$$

$$D=4a^2+4a+1-4a^2-4a+8$$

$$D=9 \quad \sqrt{9}=3 \quad D>0$$

Примените формулу корней квадратного уравнения.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{(2a+1) \pm 3}{2}$$

$$x_1 = a+2; \quad x_2 = a-1$$

Запишите ответ.

Ответ: $x_1 = a + 2$; $x_2 = a - 1$.

Решите уравнение: $ax^2 + (1-a)x - 1 = 0$.

Всегда ли это уравнение квадратное?

Нет. Если $a=0$, то уравнение линейное:
 $x - 1 = 0$; его корень $x=1$.

Если $a \neq 0$, то уравнение квадратное.

Найдите дискриминант уравнения, если $a \neq 0$.

$$D=b^2-4ac$$

$$D=(1-a)^2-4a(-1)$$

$$D=1-2a+a^2+4a$$

$$D=a^2+2a+1$$

$$D=(a+1)^2$$

$$\sqrt{D}=|a+1|$$

Примените формулу корней квадратного уравнения.

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X = \frac{a-1 \pm |a+1|}{2a}$$

$$X_1 = \frac{a-1+(a+1)}{2a} = \frac{a-1+a+1}{2a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

$$X_2 = \frac{a-1-(a+1)}{2a} = \frac{a-1-a-1}{2a} = \frac{-2}{2a} = -\frac{1}{a}$$

Запишите ответ.

Ответ: Если $a \neq 0$, то $x_1=1$; $x_2=-\frac{1}{a}$.

Если $a=0$, то $x=1$.

Алгоритм решения «квадратного» уравнения с параметром

1. Найти значения параметра, при которых уравнение не является квадратным (коэффициент при x^2 равен нулю).
2. Решить уравнение при этих значениях параметра.
3. Найти дискриминант уравнения в остальных случаях.
4. Найти корни уравнения при всех значениях параметра.

Самостоятельная работа

Один из корней квадратного уравнения $x^2 + 2ax + 2 - 3a = 0$ равен 1. Найдите значение параметра a и второй корень уравнения.

Решение:

$x_1 = 1$ подставим в уравнение и получим $1^2 + 2a \cdot 1 + 2 - 3a = 0$; $3 - a = 0$, откуда $a = 3$.

$a = 3$ подставим в данное уравнение и получим $x^2 + 2 \cdot 3x + 2 - 3 \cdot 3 = 0$; $x^2 + 6x - 7 = 0$

$x_1 = 1$; $x_2 = -7$.

Вспомним алгоритм решения «квадратных» уравнений с параметром

1. Найти значения параметра, при которых уравнение не является квадратным (коэффициент при x^2 равен нулю).
2. Решить уравнение при этих значениях параметра.
3. Найти дискриминант уравнения в остальных случаях.
4. Найти корни уравнения при всех значениях параметра.

Я - понял...

Я – знаю...

Я – умею...

Решать уравнения с параметром.

