

Степень с рациональным показателем

Действия со степенями

Корень n – й степени

Любое решение уравнения

$$x^n = b, \quad n = 2, 3, \dots$$

*называется корнем n – й степени из
числа b .*

Степень с рациональным показателем

Действия со степенями

Арифметический корень n – й степени

Неотрицательное решение уравнения

$$x^n = b,$$

$$b \geq 0, \quad n = 2, 3, \dots$$

называется **арифметическим корнем**
 n – й степени из числа b .

Обозначение арифметического корня

При $n = 2$ **арифметический** корень из числа b обозначается

$$\sqrt{b}$$

При $n = 3, 4, \dots$ **арифметический** корень из числа b обозначается

$$\sqrt[n]{b}$$

Пример 1.

Какое из равенств неверно:

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{4} = -2 \text{ ?}$$

Решение.

$$\sqrt{4} > 0 \Rightarrow \sqrt{4} \neq -2.$$

Пример 2.

Какое из равенств неверно:

$$(-2)^3 = -8, \quad \sqrt[3]{-8} = -2 \quad ?$$

Решение. Запись $\sqrt[3]{-8} = -2$

ошибочна, т.к. символ $\sqrt[3]{b}$

используется только для $b \geq 0$.

Пример 3.

Решить уравнение: $x^3 = -27$.

Решение.

$$x = -\sqrt[3]{27} = -3.$$

Замечание.

Обозначение $\sqrt[3]{-27}$ является неверным.

Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0$$

$$a^0 = 1, \quad a > 0$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}, \quad a > 0$$

Степень с рациональным показателем (продолжение 1)

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}, a > 0$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}, a > 0$$

$$\left(a^r\right)^s = a^{r \cdot s}, a > 0$$

Степень с рациональным показателем (продолжение 2)

$$a^r \cdot b^r = (ab)^r,$$

$$xa^r + ya^r = (x + y)a^r,$$

$$1^r = 1, \quad 0^0 = 1.$$

Запрещенные операции

$$(-2)^{1/4},$$

$$0^{-3},$$

$$\sqrt[4]{-10000}.$$

Модуль (абсолютная величина) числа

$$|5| = 5, \quad |-5| = 5,$$

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0, \end{cases}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|, \quad \sqrt[4]{a^{20}} = |a|^5$$

Сравнение степеней с одним основанием

$$a > 1$$

$$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$$

$$0 < a < 1$$

$$a^x < a^y \Leftrightarrow x > y$$

График функции

$$y = 2^x$$

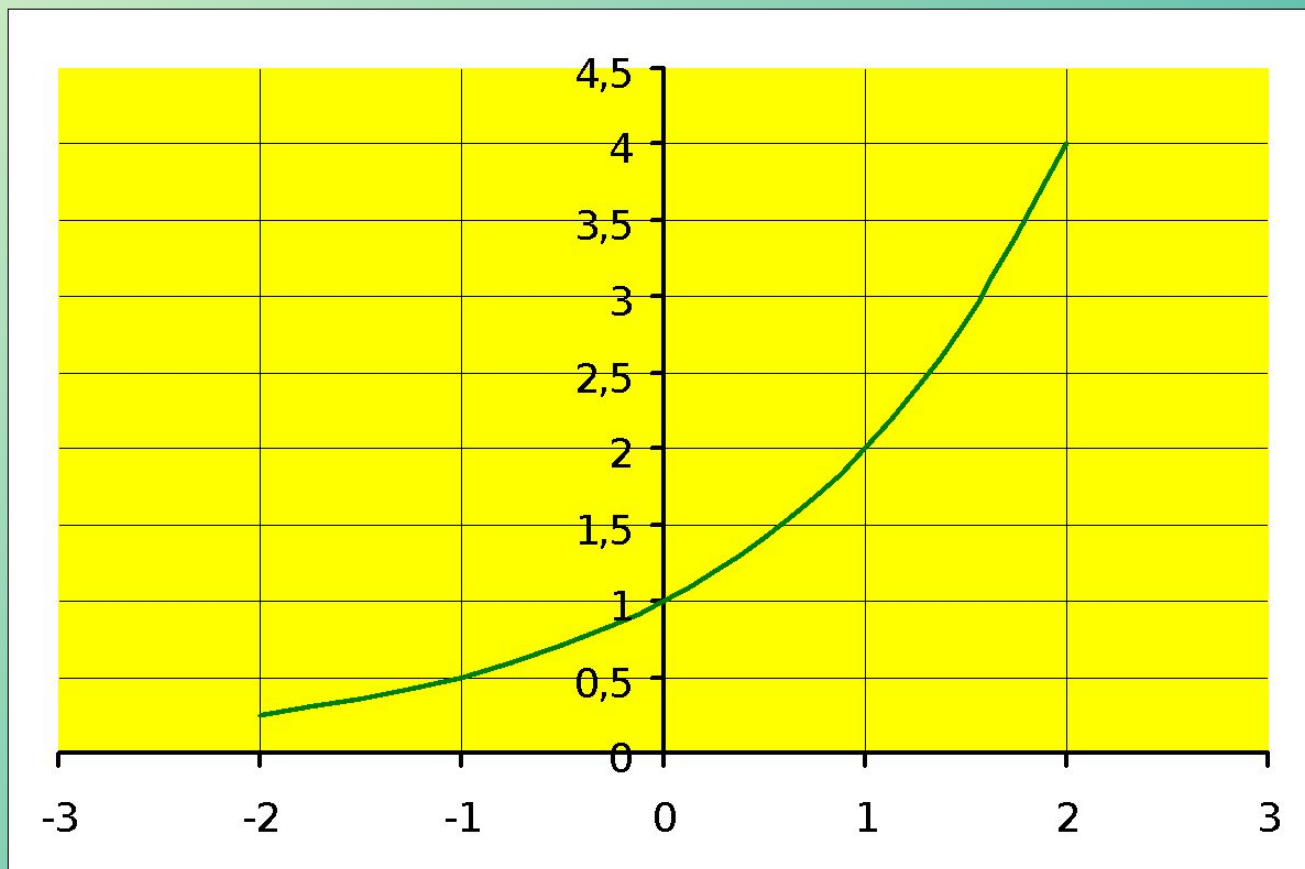
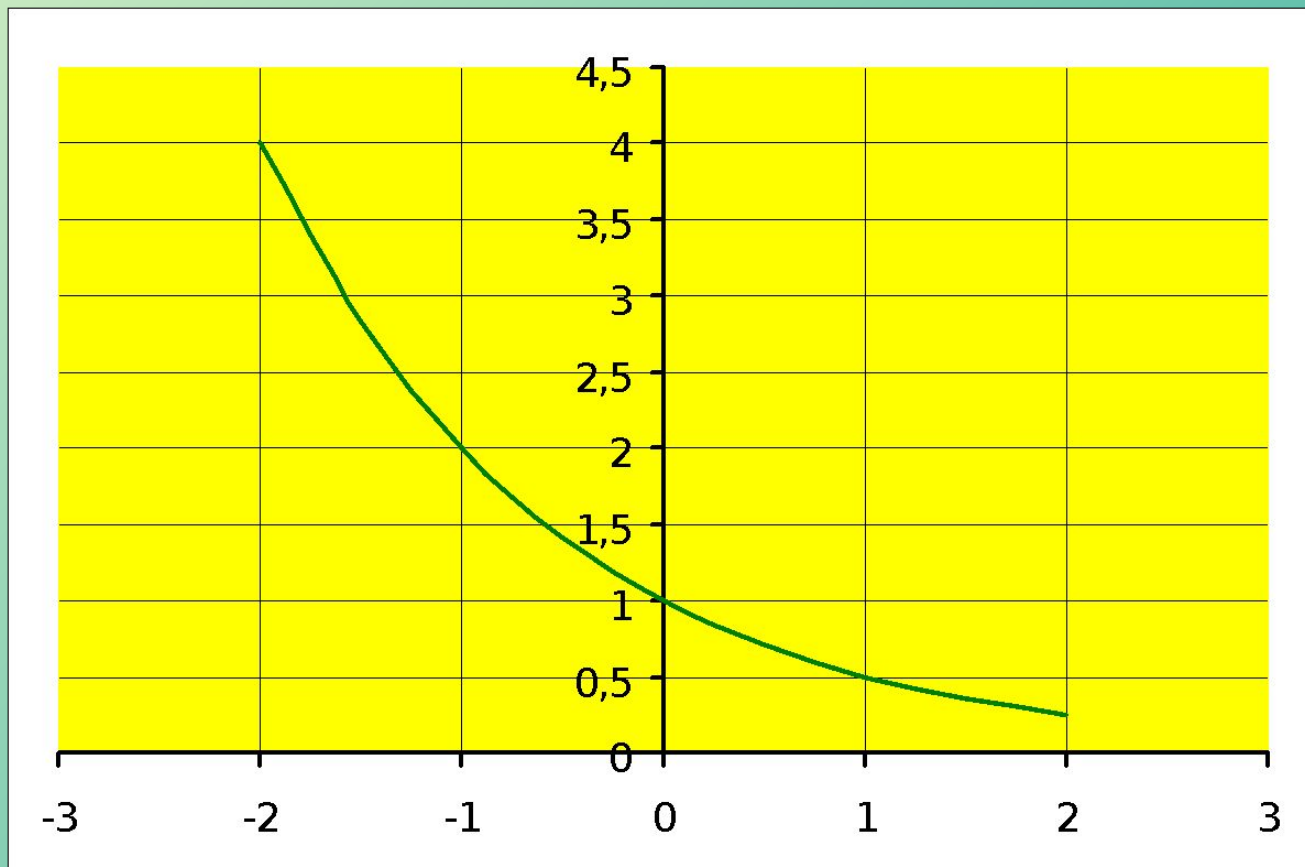


График функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



БЛАГОДАРИМ ЗА ВНИМАНИЕ!

