

Специальные методы
решения квадратных
уравнений

Выполнил...



Рассмотрим решение квадратных уравнений, коэффициенты которых обладают определенными свойствами. Установим связь между суммой коэффициентов уравнения и его корнями.



$$1) x^2 + 4x - 5 = 0,$$

$$a=1, \quad b=5, \quad c=-5,$$

$$a+b+c=0,$$

$$x=1, \quad x=-5.$$

$$3) x^2 + 6x + 5 = 0,$$

$$a=1, \quad b=6, \quad c=5,$$

$$a+c=b,$$

$$x=-1, \quad x=-5.$$

$$2) 2x^2 - 5x + 3 = 0,$$

$$a=2, \quad b=-5, \quad c=3,$$

$$a+b+c=0,$$

$$x=1, \quad x=3/2$$

$$4) 3x^2 + 2x - 1 = 0,$$

$$a=3, \quad b=2, \quad c=-1,$$

$$a+c=b,$$

$$x=-1, \quad x=1/3$$



При решении уравнения
 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) можно
пользоваться следующими
правилами.

1. Если $a+b+c=0$, то $x=1$, $x=c/a$

2. Если $a+c=b$, то $x=-1$, $x=-c/a$



Докажем утверждение 1.

Разделим обе части уравнения на $(a \neq 0)$:
 $x^2 + (b/a)x + (c/a) = 0$.

По теореме Виета $x_1 + x_2 = -b/a$, $x_1 * x_2 = c/a$.

Так как $a+b+c=0$, то $b=-a-c$, тогда

$x_1 + x_2 = -(-a-c)/a = 1 + c/a$, $x_1 * x_2 = 1 * c/a$

значит, $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$

Утверждение 2 доказывается
аналогично.



Задание (устно) .

Найдите корни уравнения:

а) $3x^2 - 8x + 5 = 0$;

б) $2x^2 + 3x + 1 = 0$;

в) $5x^2 - 9x - 14 = 0$;

г) $-x^2 + 4x - 3 = 0$.

Другой метод решения квадратных уравнений – метод «переброски» старшего коэффициента.

Умножим обе части уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ на $(a \neq 0)$:

$$a^2x^2 + bax + ca = 0.$$

Пусть $ax = y$, тогда получим уравнение $y^2 + by + ca = 0$.

Корни y_1 и y_2 уравнения найдем по теореме, обратной теореме Виета. Так как $ax_1 = y_1$, $ax_2 = y_2$,

то $x_1 = y_1/a$, $x_2 = y_2/a$



Пример.

Решите уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

Решение: Умножим обе части уравнения на 2:

$$2^2 * x^2 - 2 * 11x + 2 * 15 = 0.$$

Пусть $2x = y$, тогда $y^2 - 11y + 30 = 0$.

Корни уравнения: $y_1 = 5$, $y_2 = 6$. Тогда $2x_1 = 5$, $2x_2 = 6$,
откуда $x_1 = 5/2$, $x_2 = 3$.

Замечание. Данный метод подходит для квадратных уравнений с «удобными» коэффициентами. В некоторых случаях он позволяет решить уравнение устно.



Задание на дом.

Решите уравнение, выбрав один из специальных методов решения квадратных уравнений:

а) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

б) $1907x^2 - 101x - 2008 = 0$



**Благодарим
за внимание**

