ВИДЫ СОЕДИНЕНИЙ В КОМБИНАТОРИКЕ

МКОУ СОШ №2 п. Суна Кировской области
учитель математики высшей категории
Николаева Ирина Сергеевна

2012 г.

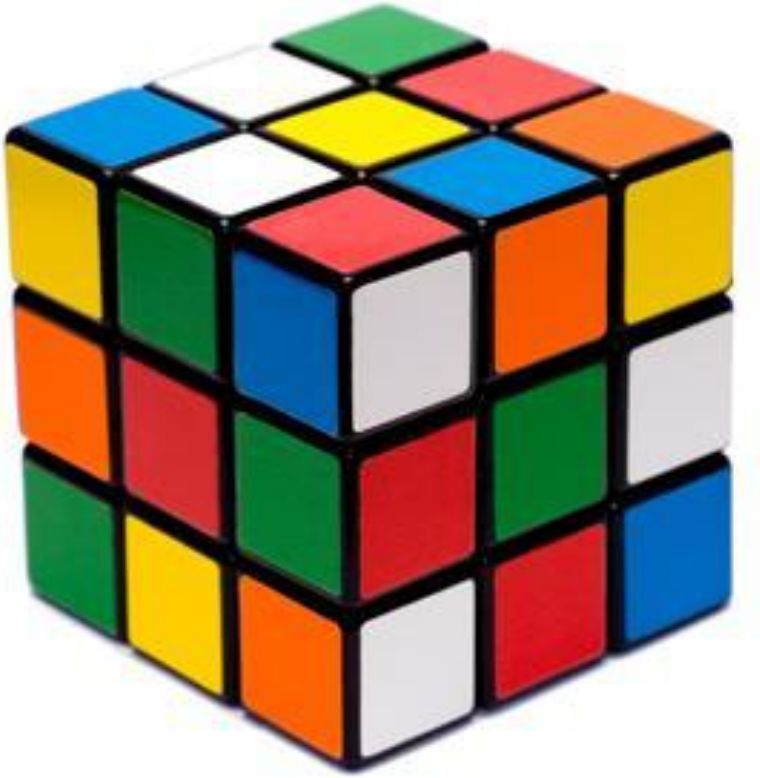
5klass.net

ЦЕЛИ ТЕМЫ:

- обучающая: знакомство с теорией соединений как самостоятельным разделом математики, обоснование формулы бинома Ньютона;
- развивающая: развитие комбинаторного мышления и познавательного интереса учащихся;
- воспитательная: овладение аппаратом решения вероятностных задач (умственное воспитание).

ЧТО ИЗУЧАЕТ КОМБИНАТОРИКА?

- Комбинаторика – раздел математики, в котором исследуются и решаются задачи выбора элементов из исходного множества и расположения их в некоторой комбинации, составляемой по заданным правилам.



ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОМБИНАТОРИКИ

- Еще математикам Древнего Востока была известна формула бинома Ньютона с натуральным показателем n.
- Рождение комбинаторики как раздела математики связано с трудами Б Паскаля и П.Ферма по теории азартных игр.
- Большой вклад в развитие комбинаторных методов был сделан Г.Лейбницем, Я.Бернулли, Л.Эйлером.
- В настоящее время комбинаторика используется в кибернетике, дискретной математике, теории планирования и теории информации, архитектуре, дизайне интерьера.

САМЫЙ ПРОСТОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ – ПЕРЕБОР ВСЕХ ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ

- Подсчитать число однобуквенных слов русского языка.

  Ответ:11

- Перечислить виды: 1)треугольников, 2)четырехугольников.

Ответ:1)равносторонний, равнобедренный, разносторонний; остроугольный, прямоугольный, тупоугольный.

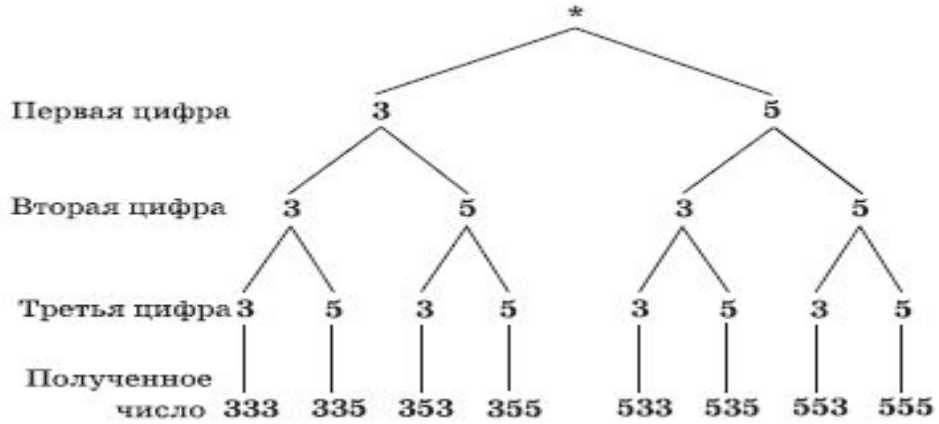
2) параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

- В магазине продают бейсболки трех цветов: синие, красные и черные. Ваня и Андрей покупают себе по одной. Сколько существует различных вариантов покупки?

  Ответ:9 вариантов.

ПОЛНЫЙ ПЕРЕБОР МОЖЕТ ОСУЩЕСТВЛЯТЬСЯ С ПОМОЩЬЮ ДЕРЕВЬЕВ

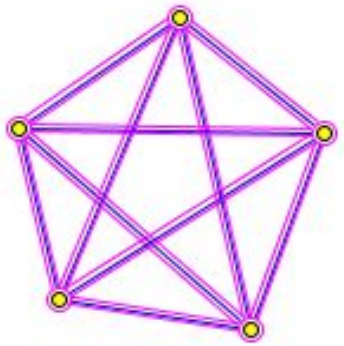
- С помощью цифр 3 и 5 записать все возможные трёхзначные числа (цифры могут повторяться).



Ответ: 8 чисел.

ПОЛНЫЙ ПЕРЕБОР МОЖЕТ ОСУЩЕСТВЛЯТЬСЯ С ПОМОЩЬЮ ТАБЛИЦ И ГРАФОВ

- Встретились пятеро, каждый пожал другому руку. Сколько было рукопожатий?



Ответ:10.

- С помощью таблицы вариантов перечислить все возможные двухбуквенные коды, в которых используются буквы: x,y,z.

	x	y	z
x	xx	xy	xz
y	yx	yy	yz
z	zx	zy	zz

Ответ: 9.

ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

- При большом количестве имеющихся элементов полный перебор затруднителен. Правило произведения позволяет упростить подсчет числа определенных соединений.
- Сформулируем это правило. Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то существует $n \cdot m$ различных пар, выбранными первым и вторым элементами.
- Задача 1. Сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 0,2,4,6,8?

Ответ: $4 \cdot 5 = 20$.

ОБОБЩЕНИЕ ПРАВИЛА ПРОИЗВЕДЕНИЯ

- Задача 2. В кафе имеются 3 первых блюда, 5 вторых и 2 третьих. Сколькими способами посетитель кафе может выбрать обед, состоящий из первого, второго и третьего блюд?

  Ответ:$3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$.

- Задача 3. Пётр решил пойти на новогодний карнавал в костюме мушкетёра. В ателье проката ему предложили на выбор различные по цвету и фасону предметы: 5 пар брюк, 6 камзолов, 3 шляпы, 2 пары сапог. Сколько различных карнавальных костюмов он может составить из этих предметов?

  Ответ: $5 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 2 = 180$.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ КОМБИНАТОРИКИ

- Основными задачами комбинаторики считаются следующие:
- составление упорядоченных множеств (образование перестановок);
- составление подмножеств данного множества (образование сочетаний)
- составление упорядоченных подмножеств данного множества (образование размещений).

- Чтобы отличать задачи на подсчёт числа размещений от задач на подсчёт числа сочетаний, определим, важен или нет порядок в следующих выборках:

  а) судья хоккейного матча и его помощник;

  б) три ноты в аккорде;

  в) «Шесть человек останутся убирать класс!»

  г) две серии для просмотра из многосерийного фильма.

Ответ: а)да; б)нет; в)нет; г)да.

УЧИМСЯ РАЗЛИЧАТЬ ВИДЫ СОЕДИНЕНИЙ

Перестановки из n элементов P_n	**Сколькими способами можно с помощью букв A,B,C,D обозначить вершины четырехугольника?**	**Меняется только порядок расположения выбранных элементов**
Сочетания из m элементов по n элементов C_m^n	**У лесника три собаки: Астра, Вега и Граф. На охоту лесник решил пойти с двумя собаками. Перечислите все варианты выбора лесником пары собак.**	**Меняется только состав входящих в комбинацию элементов, порядок их расположения не важен**
Размещения из m элементов по n элементов A_m^n	**Сколькими способами могут быть распределены I, II и III премии между 15-ю участниками конкурса?**	**Меняется состав входящих в комбинацию элементов и важен порядок их расположения**

ПЕРЕСТАНОВКИ

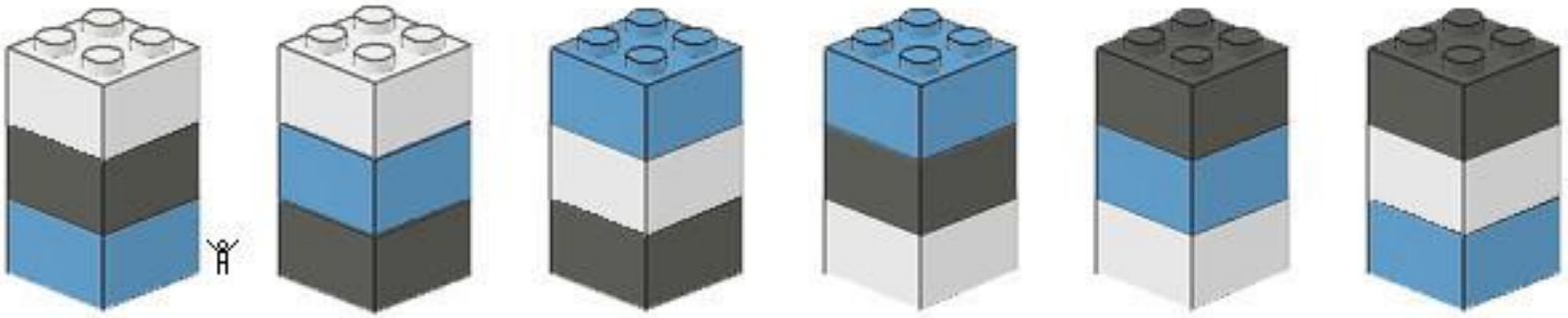
- Перестановками из n элементов называются соединения, которые состоят из n элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.
- Permutation (фр.) – перестановка.
- Задача. Сколькими способами можно расположить в столбик три детали конструктора, различающиеся по цвету?

Ответ:6.

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

$$P_n = n!$$



РАЗМЕЩЕНИЯ

- Размещениями из m элементов по n элементов ($n \le m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из m данных разных элементов, и которые отличаются одно от другого либо самими элементами, либо порядком их расположения.

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Задача 1. Сколькими способами можно изготовить трёхцветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 7 различных цветов?

Ответ: 210.

РАЗМЕЩЕНИЯ

- Задача 2. Сколькими способами могут занять I, II, III места 8 участниц финального забега на дистанции 100 м?

Ответ: 366.

Задача 3. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 870.

СОЧЕТАНИЯ

- Сочетаниями из m элементов по n элементов ($n \le m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из m данных элементов, и которые отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$$

Задача 1. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Ответ: 21.

СОЧЕТАНИЯ

- Задача 2. Сколькими способами можно составить букет из трёх цветков, выбирая цветы из девяти имеющихся?

Ответ: 84.

Задача 3. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Сколькими способами можно выделить 4 мальчиков и 3 девочек для уборки территории?

Ответ: $C_{16}^4 \cdot C_{12}^3 = 400400$

БИНОМ НЬЮТОНА

- Бином Ньютона – это выражение вида $(a+b)^n$
- Треугольником Паскаля пользуются при возведении бинома $a+b$ в натуральные степени.

Примеры.

$$(x+y)^5 = x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$$

$$(2x-3)^4 = (2x)^4 - 4\cdot(2x)^3\cdot 3 + 6\cdot(2x)^2\cdot 3^2 - 4\cdot 2x\cdot 3^3 + 3^4 =$$
$$= 16x^4 - 96x^3 + 192x^2 - 72x + 81.$$

ПРОВЕРЬ СЕБЯ

- 1. Сколькими способами 4 вора могут разбежаться на 4 разные стороны?

  Ответ: $P_4 = 4! = 24$

- 2. Из колоды в 36 карт выбирают 5 карт и одновременно открывают их. Найдите число всех возможных вариантов выбранных карт.

  Ответ: $C_{36}^5 = 376992.$

- 3. Сколькими способами из класса, где учатся 24 ученика, можно выбрать: а)двух дежурных; б)старосту и помощника старосты?

  Ответ: а)276; б)552.

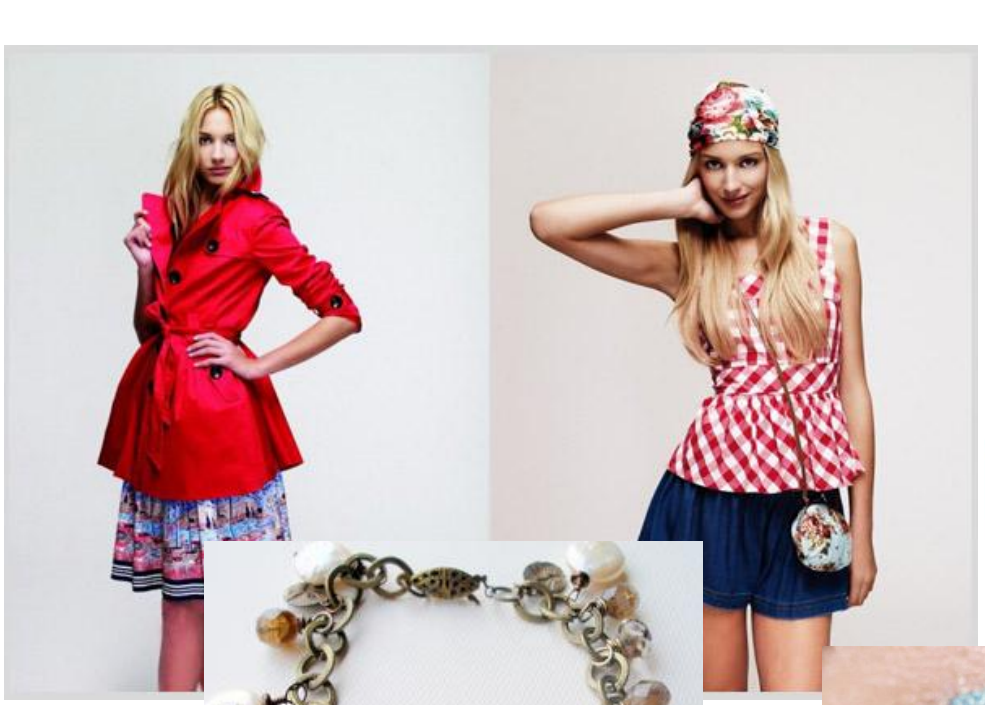
- 4. «Проказница Мартышка, Осёл, Козёл да косолапый Мишка задумали сыграть квартет». Сколькими способами они могут выбрать каждый для себя по одному инструменту из 10 данных различных инструментов?

  Ответ:

  $A_{10}^4 = 5040$

О ПОЛЬЗЕ КОМБИНАТОРИКИ ИЛИ ЛИШНИХ ЗНАНИЙ НЕ БЫВАЕТ

О ПОЛЬЗЕ КОМБИНАТОРИКИ ИЛИ ЛИШНИХ ЗНАНИЙ НЕ БЫВАЕТ



О ПОЛЬЗЕ КОМБИНАТОРИКИ ИЛИ ЛИШНИХ ЗНАНИЙ НЕ БЫВАЕТ

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Колягин Ю.М. и др. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. Под ред. А. Б.Жижченко. – М., Просвещение, 2009.
- Федорова Н.Е., Ткачёва М.В. Изучение алгебры и начал математического анализа в 11 классе. Книга для учителя. – М., Просвещение, 2009.
- Решение задач по статистике, комбинаторике и теории вероятностей. Автор-составитель В.Н.Студеникина. – Волгоград, издательство «Учитель», 2006.