

Решение уравнений и неравенств, содержащих модуль, методом интервалов

Трескина Виктория Борисовна,
школа № 594
Московского района
г. Санкт-Петербурга

Определение модуля

Модулем действительного числа a ($|a|$) называется:

само это число, если a – положительное число;
нуль, если число a – нуль;
число, противоположное a , если число a –
отрицательное.



Или

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a > 0 \\ 0, & \text{если } a = 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$



Nº 1. Решить уравнение:

$$|x+2| = |x-1| + x-3$$



Решение:

$$|x+2| = |x-1| + x-3$$

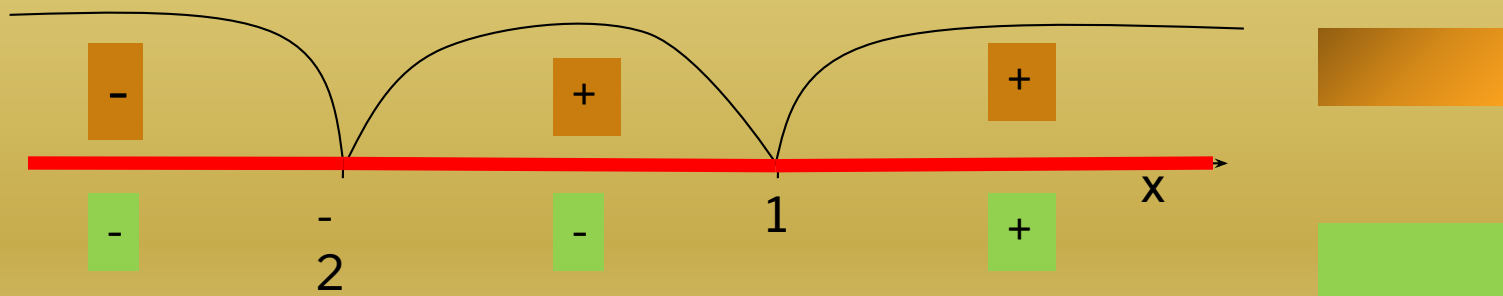
$$=0 \text{ при } x=-2$$

$$=0 \text{ при } x=1$$



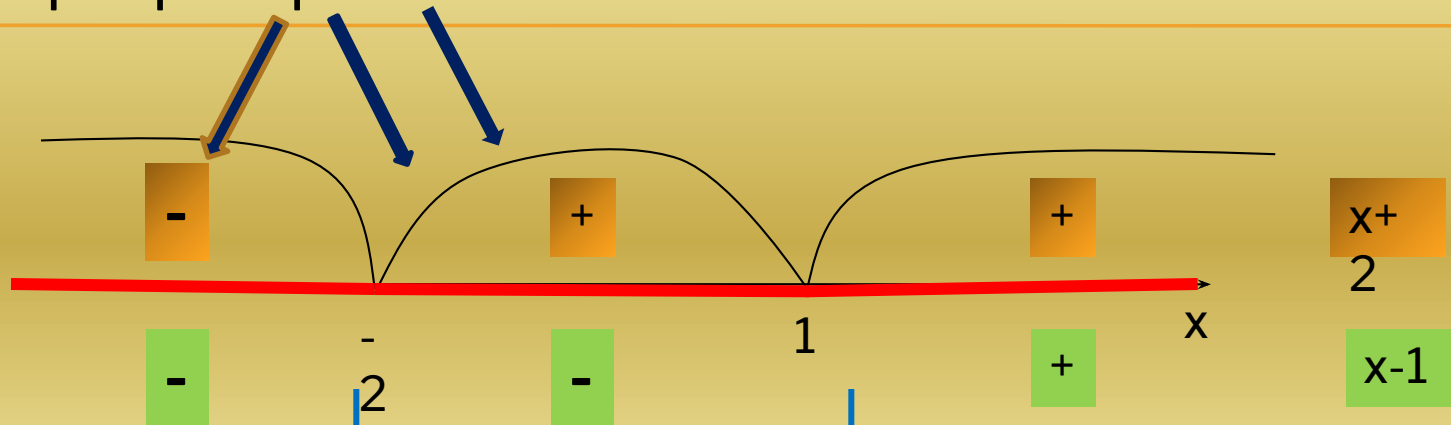
Решение:

$$\frac{|x+2|}{2} = \frac{|x-1|}{1} + x-3$$



Решение:

$$|x+2| = |x-1| + x - 3$$



Если $x < -2$,

то

$$-(x+2) = -(x-1) +$$

$$x-3$$

$$x=2 - \text{не}$$

удовлетворяет
условию $x < -2$

решений нет

Если $-2 \leq x < 1$, то

$$x+2 = -(x-1) + x - 3$$

$$x+2 = -x+1+x-3$$

$$x = -4 - \text{не}$$

удовлетворяет
условию

$-2 \leq x < 1$

Если $x \geq 1$, то

$$x+2 = x-1+x-3$$

$$\underline{x=6}$$

решений
нет



решений
нет



~~$x \neq 6$~~



Ответ:

$x=6$



№2. Решить неравенство:

$$|x-1| + |x-3| > 4$$



Решение:

$$|x-1| + |x-3| > 4$$

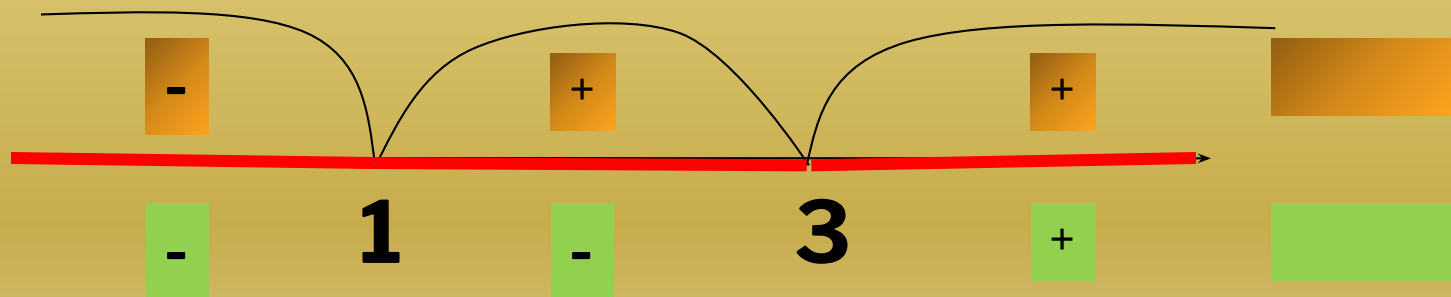
= 0 при $x=1$

= 0 при $x=3$

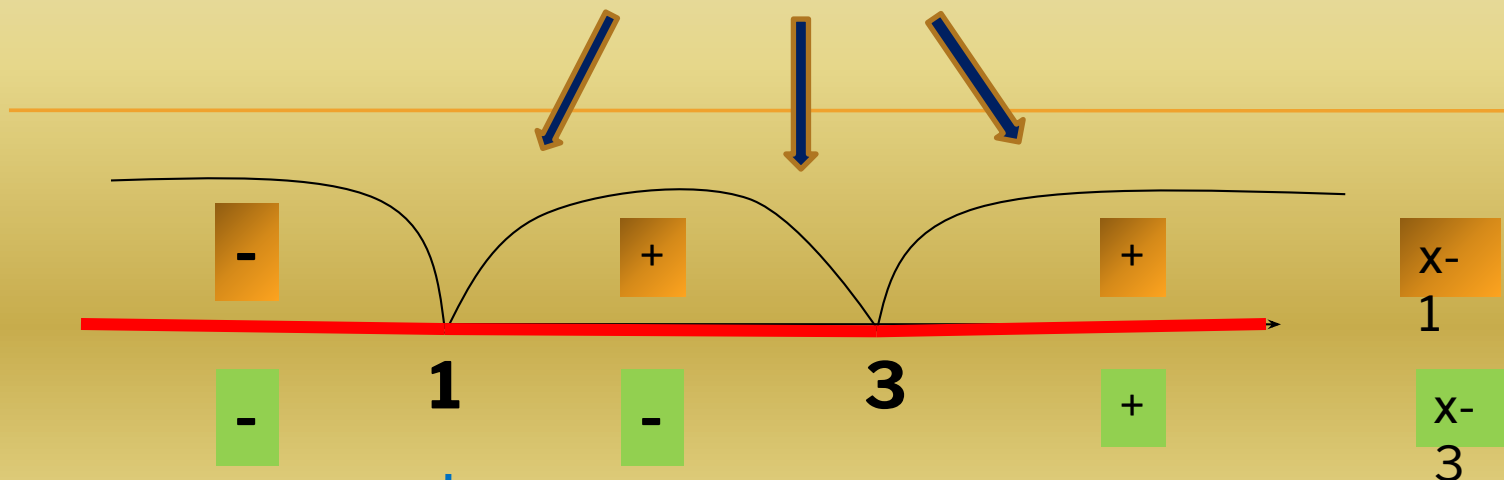


Решение:

$$|x-1| + |x-3| > 4$$



Решение: $|x-1| + |x-3| > 4$



Если $x < 1$, то

$$\begin{aligned} -(x-1) - (x-3) &> 4 \\ -x+1 -x+3 &> 4 \\ -2x &> 0 \\ \underline{x < 0} \end{aligned}$$

Если $1 \leq x < 3$,
то

$$\begin{aligned} x-1 - (x-3) &> 4 \\ x-1-x+3 &> 4 \\ 2 &> 4 - \text{не} \\ &\text{верно} \end{aligned}$$

решений нет

Если $x \geq 3$, то

$$\begin{aligned} x-1+x-3 &> 4 \\ 2x &> 8 \\ \underline{x > 4} \end{aligned}$$

Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

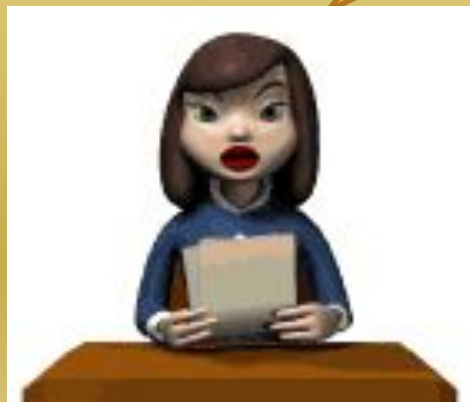
Общий алгоритм

- ❏ найти нули подмодульных выражений и отметить их на числовой прямой
- ❏ определить знаки подмодульных выражений на полученных промежутках
- ❏ на каждом промежутке решить уравнение (неравенство)
- ❏ объединить полученные решения

Большое количество ошибок при решении задач с модулями вызвано тем, что многие, освобождаясь от модуля, забывают учесть условия, при которых модуль был раскрыт с тем или иным знаком.



Поэтому при решении задач, в которые входят два или более модулей, рекомендуется использовать метод интервалов.



Коне

ц