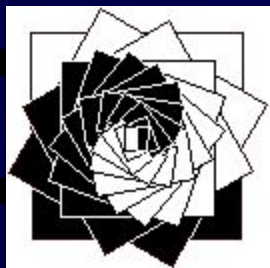


Тольяттинская  
Академия  
Управления

# АЛГЕБРА 7 КЛАСС



## Решение систем линейных уравнений



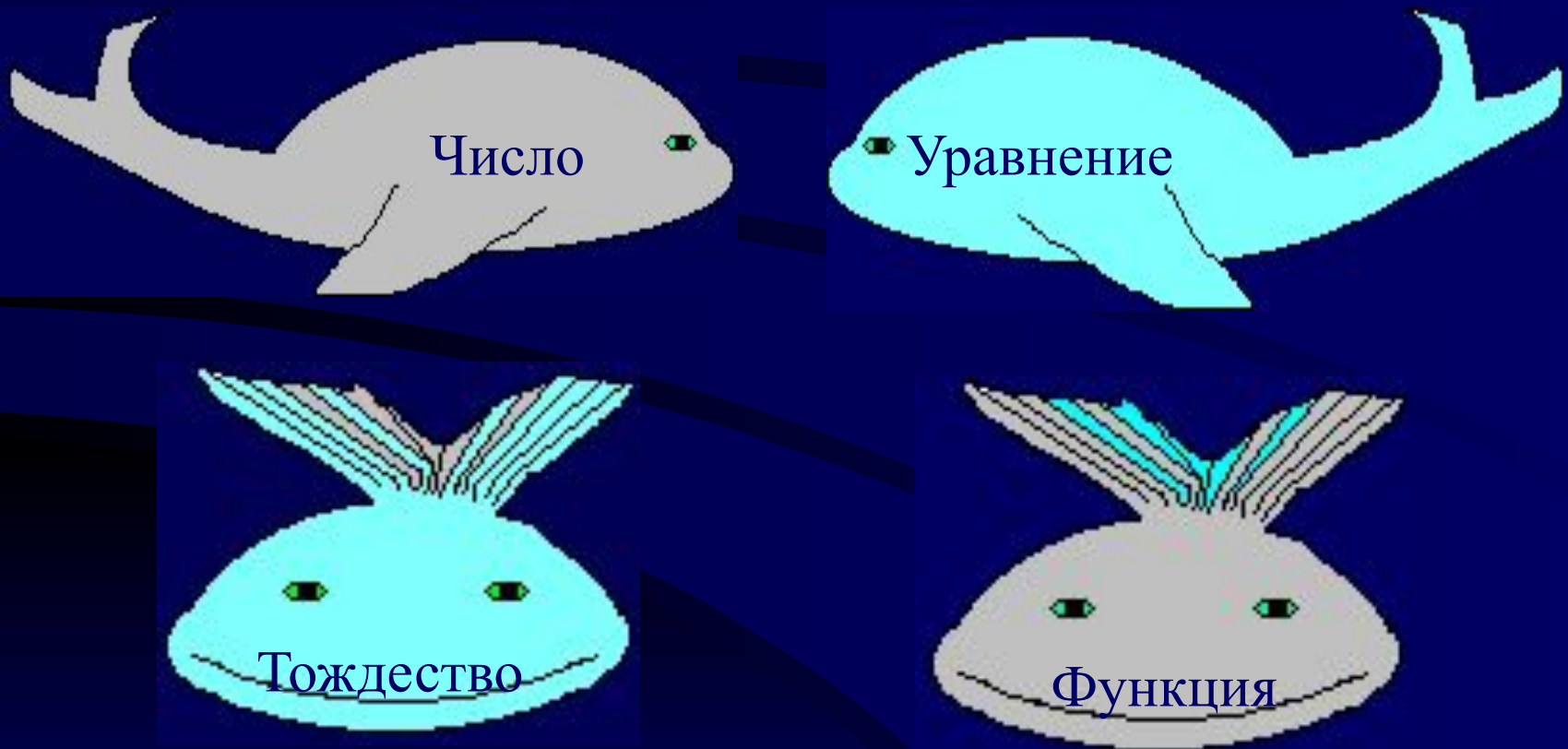
Тольяттинская  
Академия  
Управления

# Общеобразовательное учебное заведение ПМГ математики

Россия, Тольятти  
445057, Приморский б-р, 25  
Тел. (8482) 34-51-41  
Факс (8482) 4074-56



# Алгебра стоит на четырёх китах



# Уравнение и его свойства

## Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$$ax=b$$



Линейное уравнение с  
одной переменной

$$ax+by=c$$



Линейное уравнение с  
двумя переменными

## Свойства уравнений

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

# Система уравнений и её решение

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+l=7 \\ l+m=9 \\ m+x+y=10 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x+x^2=3 \\ 5x^3+2x-7=6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5 \\ x+y=2 \\ y-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ xy=2 \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

1)  $x=1, y=2$  - решение системы.

$$\begin{cases} 1+2 \cdot 2=5 & \text{верно} \\ 1 \cdot 2=2 & \text{верно} \\ 1^2+2=3 & \text{верно} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$$

Общий вид системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными, где  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1$  и  $c_2$  некоторые числа.

## Определения

- Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно
- Каждая пара значений переменных, которая одновременно является решением всех уравнений системы, называется решением системы
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство
- Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что их нет

# Способы решения систем уравнений

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases}$$

где  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  - заданные числа, а  $x$  и  $y$  - неизвестные

Способы решения

Способ  
подстановки



Способ  
сравнения



Способ  
сложения



Графический  
способ



Метод  
определителей



# Решение системы способом ПОДСТАНОВКИ

Выразим  $y$  через  $x$

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подставим

Решим  
уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 2x - 4 &= 1; \\ 5x &= 5; \\ \underline{x} &= 1; \end{aligned}$$

Подставим

Ответ:  $x=1$ ;  $y=6$ .



# Способ подстановки (алгоритм)

- Из какого-либо уравнения *выразить* одну переменную через другую
- Подставить *полученное выражение* для переменной в *другое* уравнение и решить его
- Сделать *подстановку* найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$



# Решение системы способом сравнения

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим  $y$  через  $x$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем  
м  
выражения  
для  $y$

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 1 &= 2x + 4, \\ 7x - 2x &= 4 + 1, \\ 5x &= 5, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Решим  
уравнен

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)



# Способ сравнения (алгоритм)

- *Выразить*  $y$  через  $x$  (или  $x$  через  $y$ ) в каждом уравнении
- *Приравнять* выражения, полученные для одноимённых переменных
- Решить *полученное* уравнение и найти значение одной переменной
- *Подставить* значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$



Уравняем  
модули  
коэффи-  
циентов  
перед  $y$

# Решение системы способом сложения

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & || \cdot (-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравне-  
ния почленно

$$+ \begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим  
уравнение

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3 + 2y = 1; \end{cases}$$

Решим  
уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 21 + 2y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y = -20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)



# Способ сложения (алгоритм)

- *Уравнять* модули коэффициентов при какой-нибудь переменной
- *Сложить* почленно уравнения системы
- Составить *новую* систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить *новое* уравнение и найти значение одной переменной
- *Подставить* значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ:  $x=...; y=...$



# Решение системы графическим способом

Вырази  
м у  
через х

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$



Построим график  
первого уравнения

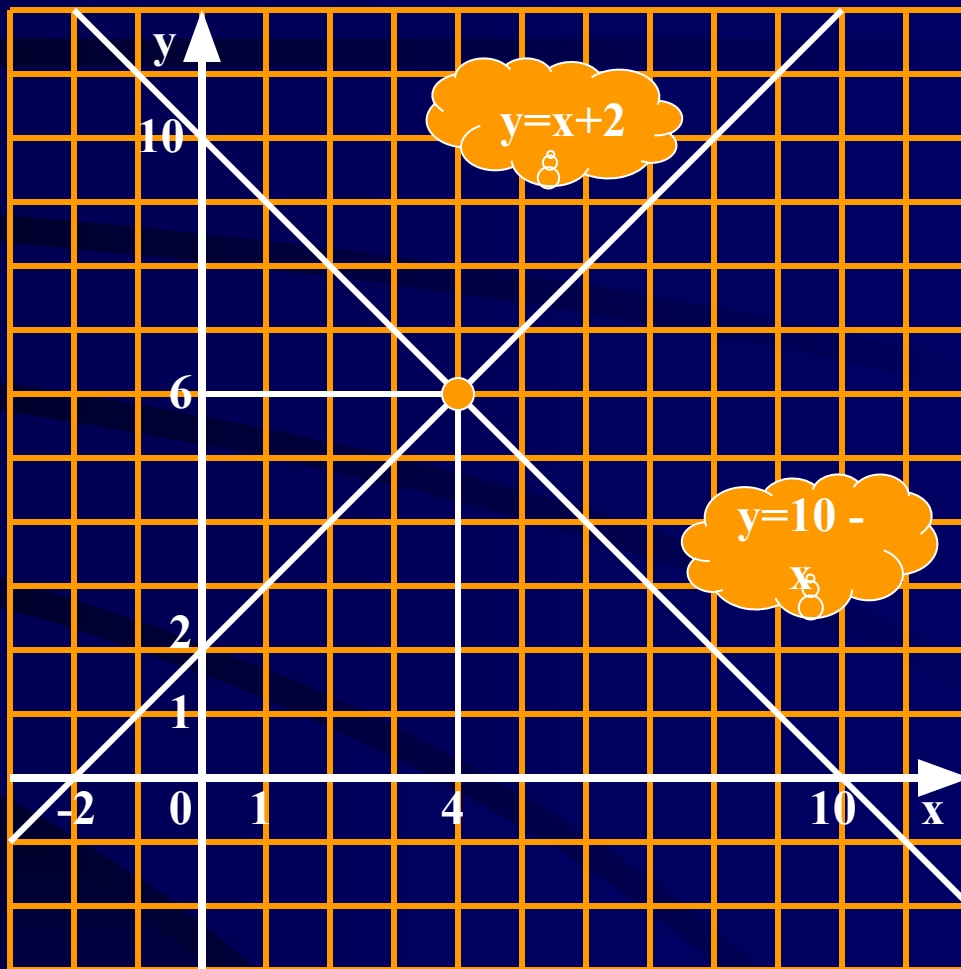
$$y = x + 2$$

|   |   |    |
|---|---|----|
| x | 0 | -2 |
| y | 2 | 0  |

Построим график  
второго уравнения

$$y = 10 - x$$

|   |    |    |
|---|----|----|
| x | 0  | 10 |
| y | 10 | 0  |



Ответ: (4; 6)



# Графический способ (алгоритм)

- Выразить  $y$  через  $x$  в каждом уравнении
- Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- Определить координаты точки пересечения
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  , или  $(x; y)$



# Решение системы методом определителей

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных  $\Delta$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 17 & 6 \end{vmatrix} = 7 \cdot 6 - 2 \cdot 17 = 42 - 34 = 8$$

$$\Delta_{\mathbf{x}} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -9 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 6 - 2 \cdot (-9) = 6 + 18 = 24$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 17 & -9 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-9) - 1 \cdot 17 = -63 - 17 = -80$$

# Найдем

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{24}{8} = 3; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-80}{8} = -10.$$

Ответ:  $x=3$ ;  $y=-10$ .



# Метод определителей (алгоритм)

- Составить табличку (матрицу) коэффициентов при неизвестных и вычислить определитель  $\Delta$ .
- Найти - определитель  $\Delta_x$ , получаемый из  $\Delta$  заменой первого столбца на столбец свободных членов.
- Найти - определитель  $\Delta_y$ , получаемый из  $\Delta$  заменой второго столбца на столбец свободных членов.
- Найти значение переменной  $x$  по формуле  $\Delta_x / \Delta$ .
- Найти значение переменной  $y$  по формуле  $\Delta_y / \Delta$ .
- Записать ответ:  $x = \dots$ ;  $y = \dots$ .



**Спасибо всем за работу**



С ЛЮБОВЬЮ Л.Н.