

Решение логарифмических уравнений

Урок изучения новой темы

Цель урока:

- обобщить материал по свойствам логарифмов, логарифмической функции;
- рассмотреть основные методы решения логарифмических уравнений;
- развивать навыки устной работы.

Вспомни и продолжи свойство!

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Вычислите значения выражения

$$\log_2 8$$

$$\lg 100$$

$$\log_5 125$$

$$\log_4 64$$

$$\log_3 \frac{1}{27}$$

$$\log_{0,5} 32$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 9$$

$$\log_5 5$$

$$\log_7 1$$

$$\lg 0,01$$

$$\log_2 \sqrt{2}$$

$$\log_3 81$$

$$2^{\log_2 5}$$

$$10^{\lg 15}$$

Вычислить значение выражения

$$\log_8 16 + \log_8 4 \quad \log_3 33 - \log_3 11$$

$$\lg 34 - \lg 3,4 \quad \lg 25 + \lg 4$$

$$\log_3 \log_3 27 \quad \log_2 \log_2 16$$

$$3^{2-\log_3 18} \quad 5^{\log_5 2+1}$$

$$\frac{\log_5 49}{\log_5 7} \quad \frac{\log_3 64}{\log_3 4}$$

Определение:

- Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма или в основании логарифма называются *логарифмическими*.

$$\log_a f(x) = b$$

$$\log_{f(x)} b = a$$

Методы решения ЛУ:	Вид уравнения
1. <u>Применение определения логарифма</u>	$\log_a f(x) = b$
2. <u>Введение новой переменной</u>	$\log_a^2 f(x) + b \log_a f(x) + c = 0$
3. <u>Приведение к одному и тому же основанию</u>	
4. <u>Метод потенцирования</u>	$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
5. <u>Метод логарифмирования обеих частей уравнения</u>	
6. <u>Функционально-графический метод</u>	$\log_a f(x) = g(x)$

$$\log_3^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$$

$$\text{KşÇ} : x > 0$$

$$\text{KşÇ} : \log_3 x = t$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t_1 = 3, t_2 = 2$$

$$1) \log_3 x = 3$$

$$x = 3^3 = 27$$

$$2) \log_3 x = 2$$

$$x = 3^2 = 9$$

$$\text{KşÇ} : 9; 27.$$



Решение простейшего логарифмического уравнения

$$\log_a f(x) = b, \text{ где } a > 0, a \neq 1$$

основано на применении определения логарифма и
решении равносильного уравнения

$$f(x) = a^b$$

Пример

$$\log_2(3x - 5) = 4$$

$$3x - 5 = 2^4$$

$$3x = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$



Метод потенцирования

- Под **потенцированием** понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:
если $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,
то $f(x) = g(x)$,
решив полученное равенство, следует сделать проверку корней.



İđèíăđ :

$$\log_7(3x+4) = \log_7(5x+8)$$

$$3x+4 = 5x+8$$

$$3x-5x = 8-4$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

İđîâăđêà : îđè $x = -2$

ěââăÿ è îđââăÿ ÷-ăñòè óđââíăíèÿ íă èìăpò ñîûñěà

Îòâăò : íăò đăøăíèé



Если в уравнении содержатся логарифмы с разными основаниями, то прежде всего следует свести все логарифмы к одному основанию, используя формулы перехода

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}; \log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Решение :

$$\log_2 x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x = 9;$$

$$\text{Решение : } x > 0$$

$$\log_2 x - 2 \log_{2^{-1}} x = 9;$$

$$\log_2 x + 2 \log_2 x = 9;$$

$$3 \log_2 x = 9;$$

$$\log_2 x = 3;$$

$$x = 8 \in \mathbb{R}^+$$

$$\text{Ответ : } x = 8$$



Если в показатели степени содержится логарифм, то обе части уравнения логарифмируют по тому основанию, которое содержится в основании логарифма, находящегося в показателе степени.

$$x^{\log_3 x + 1} = 9;$$

$$\text{Решение : } x > 0, x \neq 1$$

$$x^{\log_3 x + 1} = 3^2 \quad \text{берём логарифм по основанию 3}$$

$$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9;$$

$$(\log_3 x + 1) \log_3 x = 2;$$

$$\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0;$$

$$\text{Положим } \log_3 x = t, \text{ тогда}$$

$$t^2 + t - 2 = 0;$$

$$t_1 = -2, t_2 = 1;$$

$$1) \log_3 x = -2;$$

$$x = \frac{1}{9};$$

$$2) \log_3 x = 1;$$

$$x = 3; \text{ Ответ : } \frac{1}{9}; 3.$$



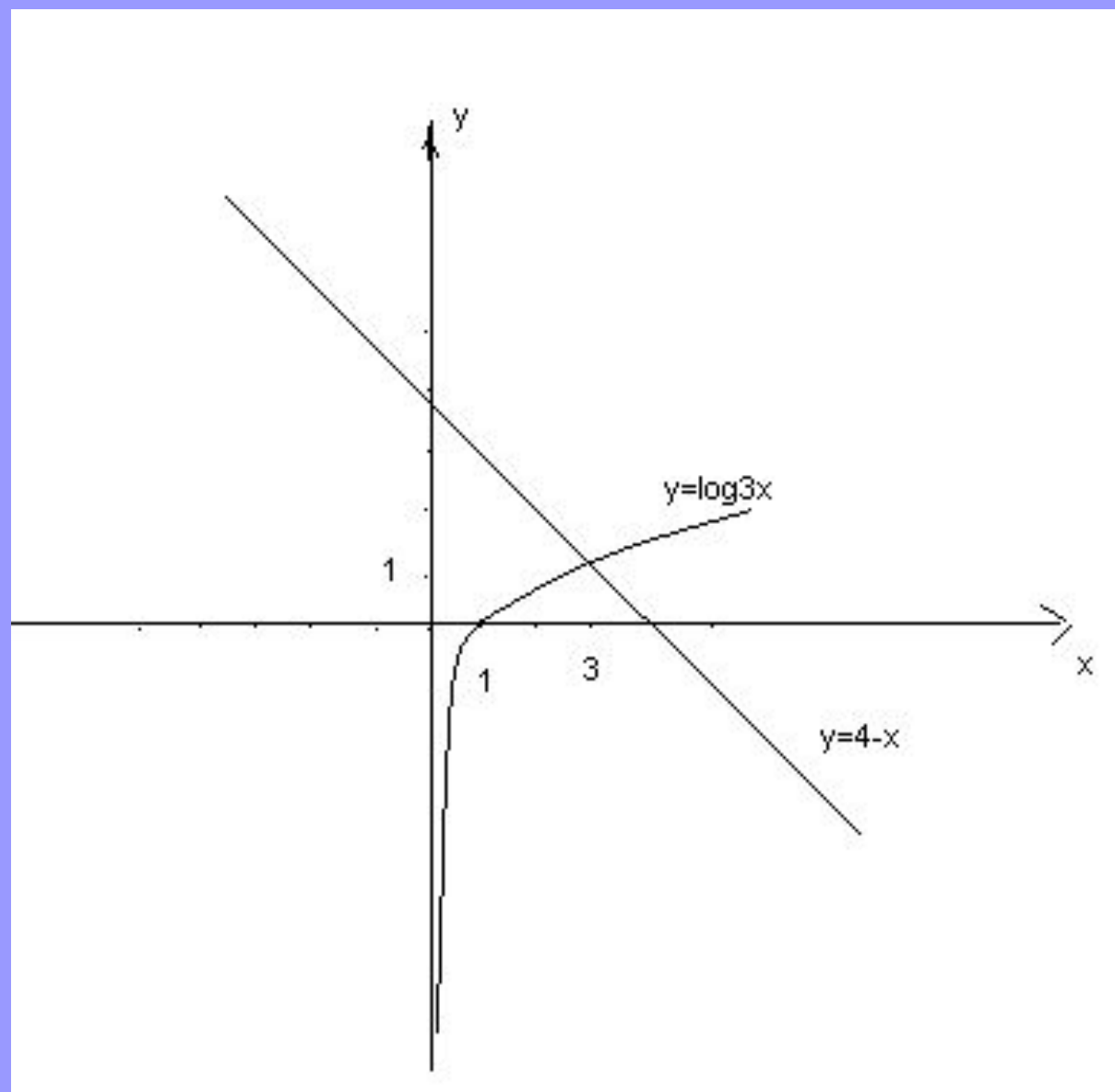
Для решения ЛУ графическим методом надо построить в одной и той же системе координат графики функций, стоящих в левой и правой частях уравнения и найти абсциссу их точки пересечения

Пример

$$\log_3 x = 4 - x.$$

- Так как функция $y = \log_3 x$ возрастающая, а функция $y = 4 - x$ убывающая на $(0; +\infty)$, то заданное уравнение на этом интервале имеет один корень.





Домашнее задание

- П.19, №337, 338(четн.)

