Решение квадратных уравнений

ВЫПОЛНИЛИ УЧИТЕЛЯ МКОУ ГИМНАЗИИ ВЯТСКИЕ ПОЛЯНЫ:

ГАТАУЛЛИНА ГУЛЬФИЯ АНАСОВНА И МАЛЬКОВА НАДЕЖДА ВАСИЛЬЕВНА

Какое уравнение называется квадратным?

Формула для вычисления дискриминанта.

Формулы для нахождения корней.

Определение неполного квадратного уравнения.

Решение неполных квадратных уравнений.

Теорема Виета .

Корни квадратного уравнения для чётного b.

Особые случаи.

Проверь себя.

Старинная индийская задача

Определение:

Квадратное уравнение — это уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a, b и c — произвольные числа, причем $a \neq 0$.

Квадратные уравнения можно условно разделить на три класса:

1. Не имеют корней;
2. Имеют ровно один корень;
3. Имеют два различных корня.

Дискриминант

$D = b^2 - 4ac$.

1. Если $D < 0$, корней нет;
2. Если $D = 0$, есть ровно один корень;
3. Если $D > 0$, корней будет два.

Корни квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

$D < 0$	$D = 0,$	$D > 0,$
корней нет	один корень	два корня
	$x = -\frac{b}{2a}$	$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Неполные квадратные уравнения

Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ называется неполным квадратным уравнением, если $b = 0$ или $c = 0$, т.е. коэффициент при переменной x или свободный элемент равен нулю.

Решение неполных квадратных уравнений

1) $b \neq 0, c = 0$

$ax^2 + bx = 0$ – неполноеквадратное уравнение

$x(ax + b) = 0$

$x = 0$ или $ax + b = 0$

$x = \frac{-b}{a}$

2) $b = 0, c \neq 0$

$ax^2 + c = 0$ – неполноеквадратное уравнение

$x^2 = \frac{-c}{a}$

Если $\frac{-c}{a} > 0$, тт $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

Если $\frac{-c}{a} < 0$, тт уравнениекорней не имеет

Теорема Виета

- $ax^2+bx+c=0$
- Этими формулами удобно пользоваться для проверки правильности нахождения корней многочлена, а также для составления многочлена по заданным корням.



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}. \end{cases}$$

Корни квадратного уравнения для чётного b

- $ax^2+2kx+c=0$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

Особые случаи:

- $ax^2+bx+c=0$

  если $a+b+c = 0$, то

  $x_1 = 1$, а $x_2 = c/a$.

- $ax^2+bx+c=0$
- если $a + c = b$, то $x_1 = -1$, а $x_2 = -c/a$.

Сколько корней имеют квадратные уравнения:

$x^2 - 8x + 12 = 0;$

$5x^2 + 3x + 7 = 0;$

$x^2 - 6x + 9 = 0.$



Решение

Выпишем коэффициенты для первого уравнения и найдем дискриминант:
$a = 1, b = -8, c = 12;$
$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$

Итак, дискриминант положительный, поэтому уравнение имеет два различных корня. Аналогично разбираем второе уравнение:
$a = 5; b = 3; c = 7;$
$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7 = 9 - 140 = -131.$

Дискриминант отрицательный, корней нет. Осталось последнее уравнение:
$a = 1; b = -6; c = 9;$
$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0.$

Дискриминант равен нулю — корень будет один.

Ответ1) 2 корня; 2) нет корней; 3) один корень.

Решить квадратные уравнения:

а) $x^2 - 2x - 3 = 0$;

б) $15 - 2x - x^2 = 0$;

в) $x^2 + 12x + 36 = 0$.



Решение

а) $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow a = 1;\ b = -2;\ c = -3;$

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16.$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет два корня. Найдем их:

$x_1 = \frac{2+4}{2}$; $x_1 = 3$

$x_2 = \frac{2-4}{2}$; $x_2 = -1$

Ответ: $x_1 = 3;\ x_2 = -1$

Решение:

б)$15 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = -1;\ b = -2;\ c = 15;$

$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15 = 64.$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение снова имеет два корня. Найдем их:

$$x_1 = \frac{2+8}{-2};\ x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{2-8}{-2};\ x_2 = 3$$

- Ответ: $x_1 = -5; x_2 = 3.$

Решение:

$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 12; c = 36;$

$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0.$

$D = 0 \Rightarrow$ уравнение имеет один корень

$$x = \frac{-12}{2}$$

$x = -6$

Ответ: $x = -6$

Решить неполные квадратные уравнения:

а) $x^2 - 7x = 0$;

б) $5x^2 + 30 = 0$;

в) $4x^2 - 9 = 0$.



Решение:

а) $x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0;$

$x_2 = -(-7)/1 = 7.$

б) $5x^2 + 30 = 0 \Rightarrow 5x^2 = -30 \Rightarrow x^2 = -6$. Корней нет, т. к. квадрат не может быть равен отрицательному числу.

в) $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/2 = 1{,}5;\ x_2 = -1{,}5.$

Ответ: а) $x_1 = 0;\ x_2 = 7;$

б) корней нет;

в) $x_1 = 1{,}5;\ x_2 = 1{,}5.$

Решите уравнения

$2x^2-5x+3=0$

$4x^2+7x+3=0$

$3x^2+4x-7=0$

$2x^2-5x-7=0$

$-9x^2+8x+1=0$

$-3x^2+5x+8=0$

Таблица для первой группы

а	в	с	а+в+с		
2	-5	3	2-5+3=0	1	
3	4	-7	3+4-7=0	1	
-9	8	1	-9+8+1=0	**1**	

Таблица для второй группы

a	в	с	а+в+с		
4	7	3	4+3=7	-1	
2	-5	-7	2-7+-5	-1	
-3	5	8	-3+8=-5	-1	

Одна из задач знаменитого индийского математика XII века Бхаскары

Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А двенадцать по лианам…
Стали прыгать повисая…
Сколько было обезьянок
Ты скажи мне, в этой стае?.



Решение задачи Бхаскары

- Пусть x-число обезьянок, тогда

$(\frac{x}{8})^2+12=x$

$x^2-64x+768=0$

$D=4096-3072=1024$

$x_1=48,\quad x_2=6$(не удовлетворяет условию задачи)

Ответ:48



Успехов вам при решении квадратных уравнений