

«Нахождение корней кубических многочленов»

ученик 10''а'' класса

гимназии №144

Калининского района

г.Санкт-Петербурга

Радзевич Павел Владиславович

руководитель:

Петрова Л. Д., учитель математики



Вы спрашиваете зачем я это делаю?

Цель моего исследования:

Выяснить плюсы и минусы решений
кубических уравнений различных
математиков.

Выбрать самые лёгкие и практичные пути
решения.

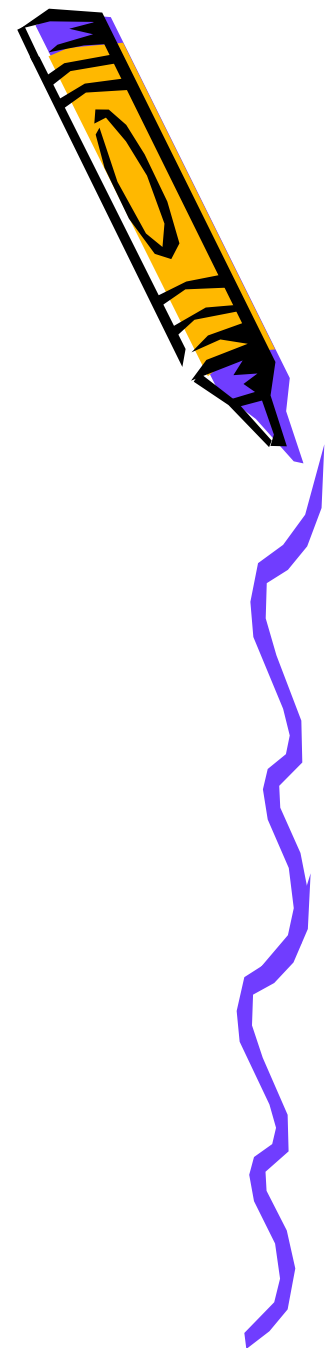
План работы:

- ☐ Введение
 - ☐ Способы решения
 - а) Теорема Виета
 - 1) Биография
 - 2) Решение
 - б) Схема Горнера
 - 1) Биография
 - 2) Решение
 - в) Решение других учёных
 - 1) Краткая информация об учёных
 - 2) Факты их исследований
 - ☐ Сравнение методов решения
 - ☐ Итог
 - ☐ Литература использованная в презентации
-

Для нахождения корней кубического
многочлена существует несколько
способов:

- Теорема Виета
- Схема Горнера
- Другие способы

сравнение способов



Франсуа Виет (1540-1603)

Французский математик, разработал почти всю элементарную алгебру. Известны «формулы Виета», дающие зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения. Франсуа Виет - математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде.



- Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления.

- Он прославился тем, что сумел расшифровать код перехваченной переписки короля Испании с его представителями в Нидерландах, благодаря чему король Франции был полностью в курсе действий своих противников.

- Код был сложным, содержал до 600 различных знаков, которые периодически менялись. Испанцы не могли поверить, что его расшифровали, и обвинили французского короля в связях с нечистой силой. К этому времени относятся свидетельства современников Виета о его огромной трудоспособности. Будучи чем-то увлечен, ученый мог работать по трое суток без сна.

Теорема Виета

Кубическое уравнение

Если:

x_1, x_2, x_3 корни кубического уравнения:

$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, то :

$$x_1 + x_2 + x_3 = -b/a$$

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = c/a$$

$$x_1x_2x_3 = -d/a$$



Пример(теорема Виета):

$$x^3-8x^2+40=0$$

Пусть x_1, x_2, x_3 корни этого кубического уравнения, то:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = -(-8)/1 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 0/1 \\ x_1 x_2 x_3 = -40/1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 5 + \sqrt{5} \\ x_3 = 5 - \sqrt{5} \end{array}$$

Ответ: $(-2; 5 - \sqrt{5}; 5 + \sqrt{5})$



Горнер Уильям Джордж (1786 - 1837)

- Английский математик. Основные исследования относятся к теории алгебраических уравнений. Разработал способ приближенного решения уравнений любой степени. В 1819 г. ввёл важный для алгебры способ деления многочлена на двучлен $x - a$ (схема Горнера).

Метод решения Горнера(схема Горнера):

$$x^3 - 8x^2 + 40 = 0$$

- Так как корни этого уравнения содержатся среди делителей свободного члена ,то корни будут такими: 1 и -1; 2 и -2; 4 и -4 и все остальные

Подстав
им
второй
делител
ь

Корни:	1	-8	0	40
2	1	-6	-12	-16
-2	1	-10	-20	0

X=2 не корень,
так как остаток
должен
равняться «0»

$$(x+2)(x^2-10x+20)=0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=-2 \\ \left[\begin{array}{l} x=5+\sqrt{5} \\ x=5-\sqrt{5} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

/

$$x^2-10x+20=0$$

$$D=b^2-4ac$$

$$D=100-80=20$$

$$x=(-b(+/-)\sqrt{D})/2a$$

$$x=(10(+/-)\sqrt{20})/2$$

$$x=5+\sqrt{5}$$

$$x=5-\sqrt{5}$$

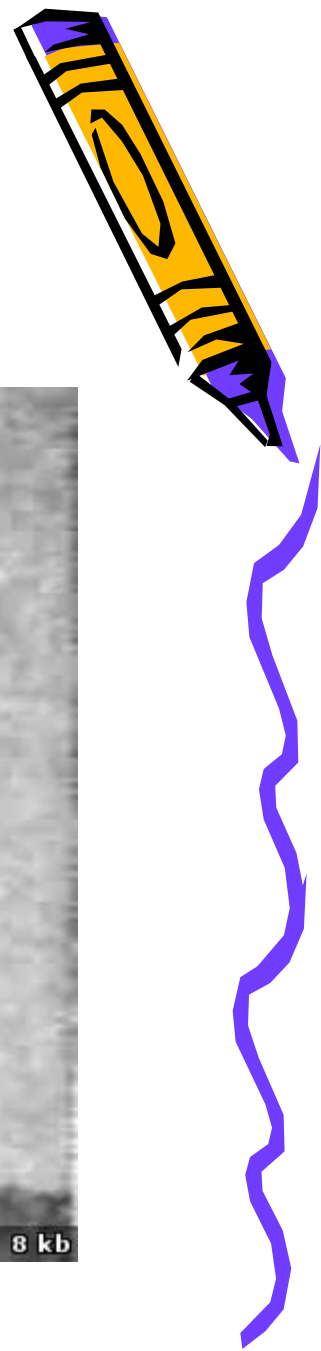
/

Ответ: $(-2; 5-\sqrt{5}; 5+\sqrt{5})$



Другие способы решения:

- Первым, кто смог найти приближенные решения кубических уравнений, был Диофант (≈ 3 век н.э.), тем самым заложив основу метода хорд. Сохранившиеся работы Диофанта сообщают об этом.



Исаак Ньютон(1643-1727)

Сохранившиеся работы Диофанта сообщают об этом. Однако первым, кто понял его методы, был Ферма в XVII веке, а первым, кто дал объяснение методу хорд, был Ньютон(1670-е гг.) Метод старый и совсем неудобен в решении. Во многом уступает схеме Горнера и теореме Виета.



Другие способы решения:

- Джироламо Кардано (1501-1576)

Его способ для решения неполных кубических уравнений. Также как и начальный способ во всем уступает теории Виета и схеме Горнера.



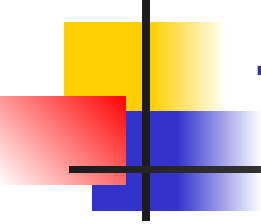
Сравнения схемы Горнера и теоремы Виета.

- В каждом из методов решения есть свои плюсы и минусы, во многом они дополняют друг друга, например если у кубического уравнения слишком большие коэффициенты, его можно решить с помощью схемы Горнера и проверить теоремой Виета.

++/- +/- Теорема
Виета

++/- +/- Схемы
Горнера

Итог



+/- теоремы Виета

+

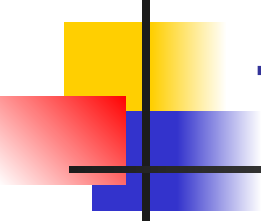
Самый быстрый способ решения кубического уравнения;

Легко можно использовать при проверке ответа;

-

Невозможно использовать в уравнениях с большими коэффициентами.





+/- схемы Горнера

+

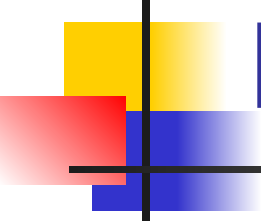
С помощью схемы можно решать все виды кубических многочленов;

Этот способ решения почти до конца убрал вероятность арифметической ошибки;

-

Решение этим способом требует не мало времени.



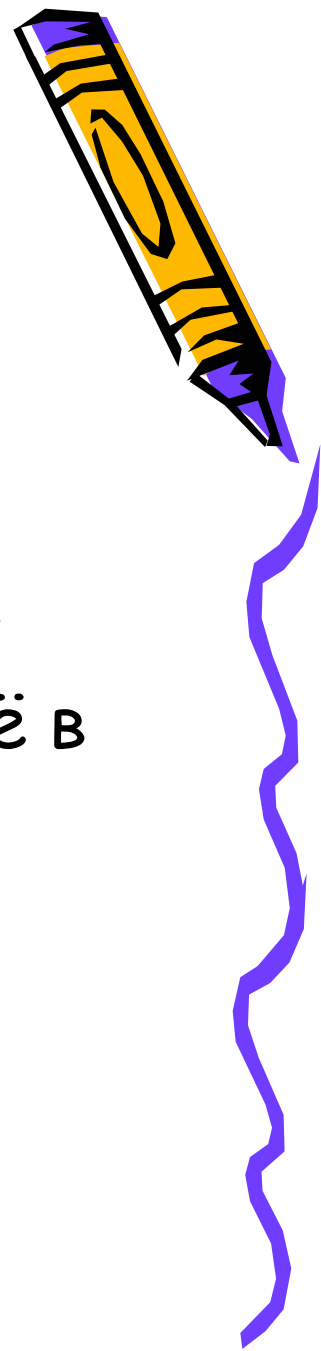


Итог моих исследований:

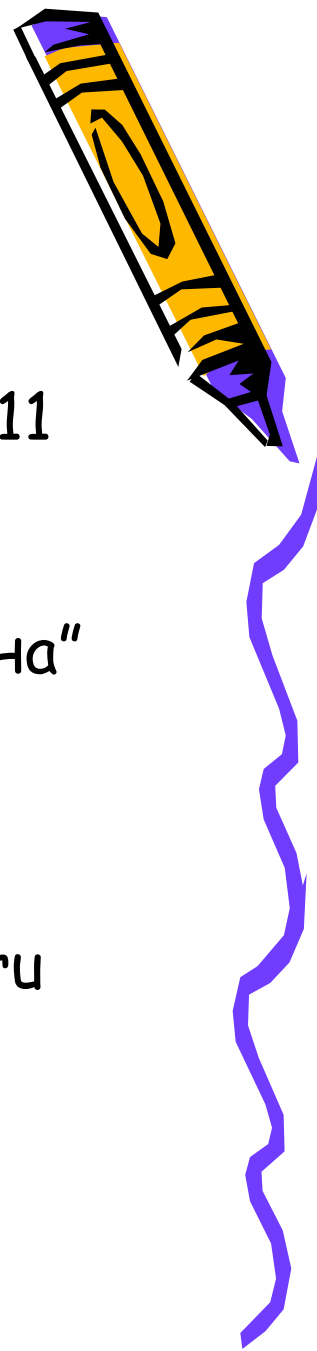
- Просмотрев множество способов решения кубических уравнений я остался верен двум на мой взгляд самым надёжным и практичным способам - это теорема Виета и схема Горнера, они позволяют быть уверенным в своем ответе.
- Теперь, выбирая между ними, мне стоит лишь посмотреть на сложность коэффициента уравнения.

Своей работой я смог помочь в выборе
решений себе и моим одноклассникам.

Я считаю что способы решения кубических
уравнений необходимы в жизни, ведь ещё в
древние времена учёные пытались найти
свой метод поиска ответов на них.



Литература использованная в презентации:



- Учебник алгебры "Алгебра и начала анализа 10-11 класс" Алимов Ш. А.
- Книга "100 великих учёных" Д. К. Самин.
- "Другая история науки от Аристотеля до Ньютона" Сергей Валянский и Дмитрий Калюжный.
- "Большой энциклопедический словарь"
- "Большая советская энциклопедия"
- Фотографии знаменитых учёных <http://yandex.ru>

