



Равносильные уравнения и неравенства



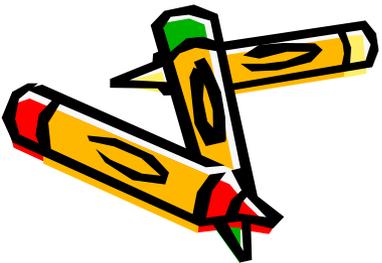
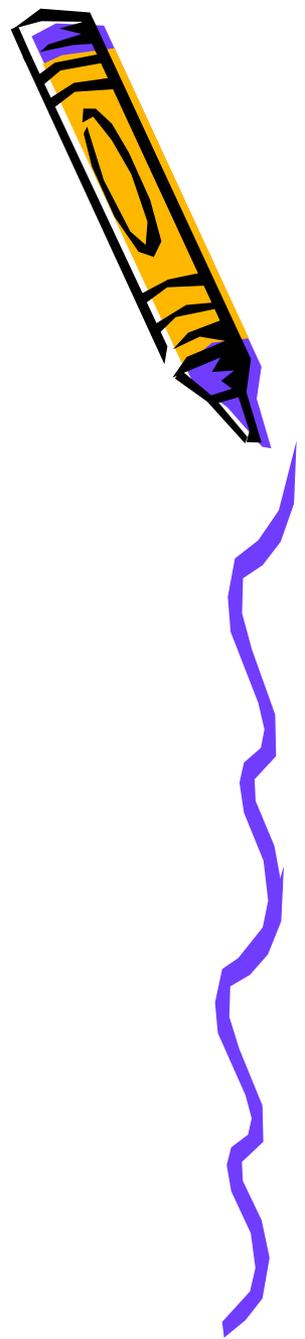
Два неравенства

$$f_1(x) > g_1(x) \text{ и } f_2(x) > g_2(x)$$

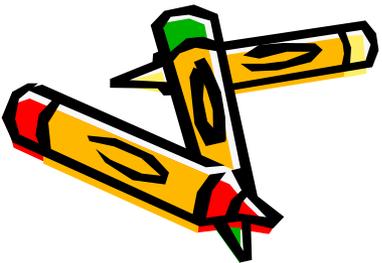
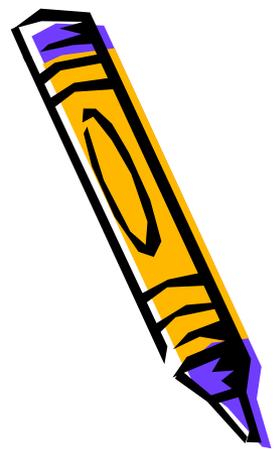
или два уравнения

$$f_1(x) = g_1(x) \text{ и } f_2(x) = g_2(x)$$

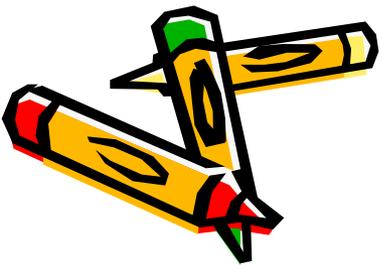
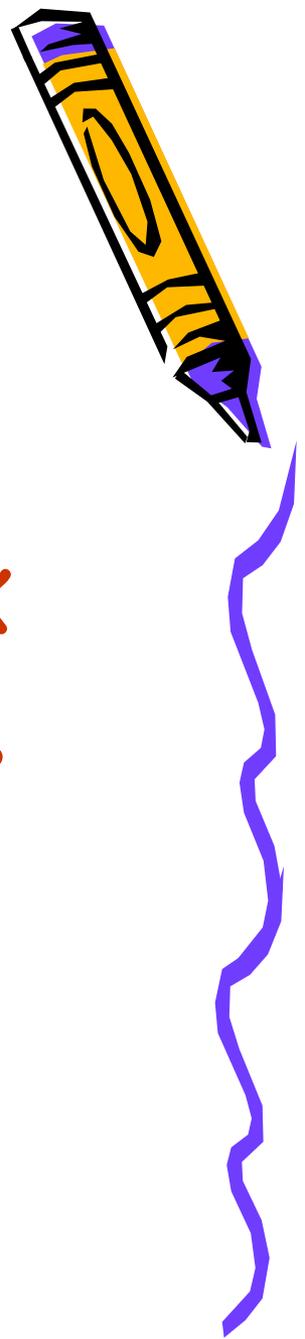
называются равносильными,
если каждое решение первого
неравенства (уравнения),
принадлежащее множеству X ,
является решением второго, и,
наоборот.



Неравенства (уравнения)
называются
равносильными на X ,
если множество
решений этих
неравенств (уравнений)
совпадают



Примеры равносильных уравнений и неравенств



Перенос членов уравнения (неравенства) из одной части в другую

Уравнения

$$4x - 3 = 2x + 5$$

и

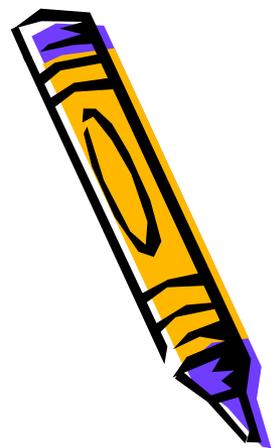
$$4x - 2x = 5 + 3$$

Неравенства

$$x^2 > 1$$

и

$$x^2 - 1 > 0$$



Умножение или деление обеих частей уравнения(неравенства) на одно и то же число ,отличное от нуля.

Уравнения

$$x^2/4 = 1 \text{ и } x^2 = 4$$

$$(x^2-4)(x^2+4) = 0$$

и

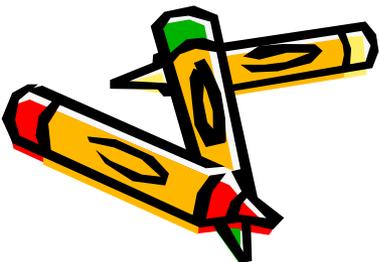
$$x^2 - 4 = 0$$

Неравенства

$$(x-3)/(x^2 + 1) < 0$$

и

$$x - 3 < 0$$



Замена части уравнения (неравенства) тождественно равным ему выражением

Уравнения

$$x^2 + 3x = 0$$

и

$$x(x+3) = 0$$

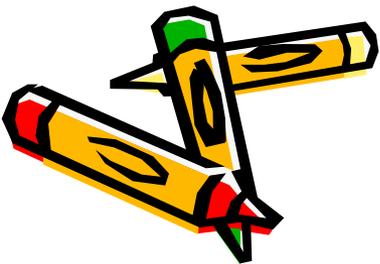
Неравенства

$$x^2 + 2x + 2 > 0 \text{ и}$$

$$(x + 1)^2 + 1 > 0);$$

$$\sqrt{x^2 - 3} \leq 2$$

$$|x| - 3 \leq 2$$



Решить уравнение

$$\sqrt{x} = x - 2 \quad (1)$$

$$x = (x - 2)^2 \quad (2)$$

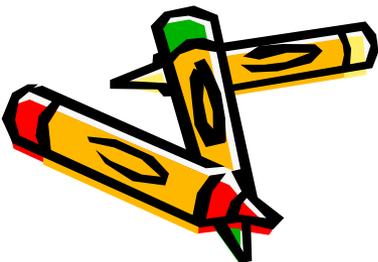
$$x = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

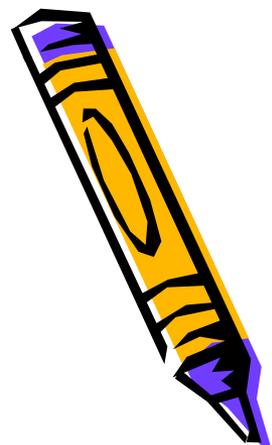
$$x_1 = 4, x_2 = 1$$

Уравнение (1) имеет только один корень $x = 4$, а (2) - два корня: $x_1 = 4$, $x_2 = 1$.

Уравнение (2) называют следствием уравнения (1).



Установить, какое из двух уравнений является следствием другого уравнения



$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = 0$$

$$\frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = 0$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

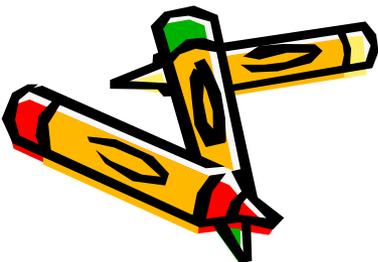
$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1$$

$$(x - 1)(x - 2) = x - 1$$

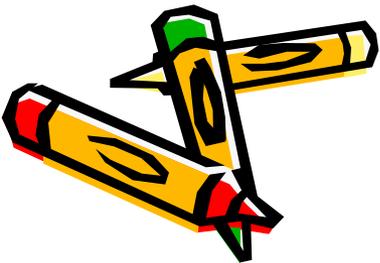
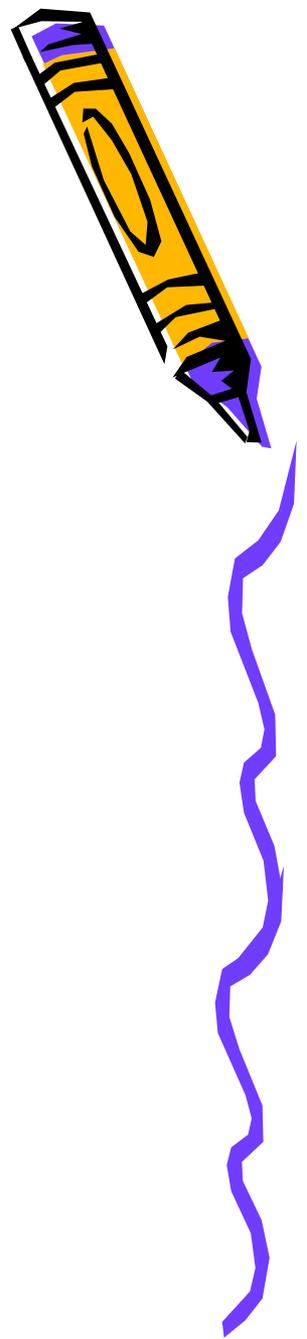
$$x - 2 = 1$$

$$x = 3$$



Корень $x=1$ второго уравнения не является корнем первого уравнения. Его называют **посторонним корнем.**

Потеря корней может произойти при делении обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестное.



Работу выполнили
Карпова О.А.
Велигоненко Н.И.

