

Арифметическая и геометрическая прогрессии

1

Урок подготовил:

Зоря Александр Васильевич

учитель математики

<http://a-v-zorya.ru>

e-mail: a-v-zorya@ya.ru

Муниципальное бюджетное
общеобразовательное учреждение

«Октябрьскоготнянская

средняя общеобразовательная школа»

станция Кулиновка, Борисовский район, Белгородская область.

<http://октябрьскоготнянская-школа.рф>

e-mail: o.gotnya@gmail.com



Цели и задачи урока

2

Цели урока:

- ▶ **Образовательные:** обобщение и систематизация теоретических знаний учащихся по изученной теме; подготовка к ГИА;
- ▶ **Развивающие:** развитие математического мышления учащихся и вычислительных навыков.
- ▶ **Воспитательные:** содействовать воспитанию интереса к математике и её приложениям.

Тип урока: урок повторения, обобщения и систематизации знаний.

Оборудование: компьютер, мультимедийный проектор, экран, карточки.

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Алгебра 9 класс



Лист самооценки

Этап	Оценка
Проверка знаний формул	
Устная работа	
Работа по карточкам	
Самостоятельная работа	
Помощь с места	
ИТОГО:	

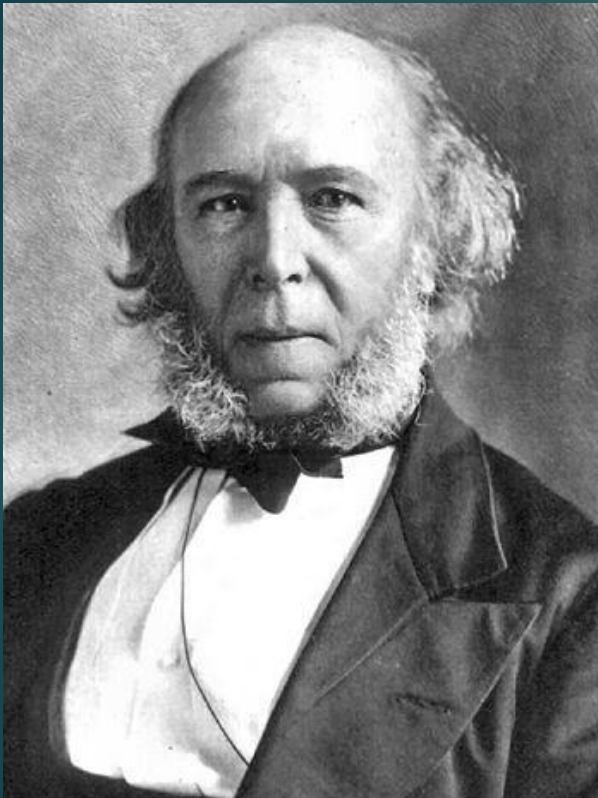
За каждый правильный ответ при опросе и за участие на различных этапах урока ставьте один плюс.

«5» - более 9 плюсов

«4» - от 5 до 8 плюсов

менее 5 плюсов – оценку не заработал

Эпиграф урока



«Дороги не те знания,
которые откладываются
в мозгу, как жир,
дороги те, которые
превращаются
в умственные мышцы».

Тестирование

6

Тест по
формулам

Завершить
работу с тестом

Устная работа

Определите вид числовой последовательности

1) 2; 5; 8; 11; 14; 17;...

2) 3; 9; 27; 81; 243;...

3) 1; 6; 11; 20; 25;...

4) - 4; - 8; -16; - 32; ...

5) 5; 25; 35; 45; 55;...

6) - 2; - 4; - 6; - 8; ...

Начать
тест



1) 2; 5; 8; 11; 14;
17;...



2) 3; 9; 27; 81; 243;...



3) 1; 6; 11; 20; 25;...

4) - 4; - 8; -16; - 32; ...



5) 5; 25; 35; 45; 55;...

6) - 2; - 4; - 6; - 8; ...

Назад, в историю!

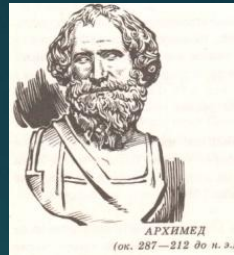
На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий АРХИМЕД (ок. 287–212 гг. до н.э.)

Термин «прогрессия» был введён римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. В переводе с латинского, слово *progressio* означает «движение вперёд». Названия «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим учёным Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида «Начала» (3 век до н.э.).

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202г. (Леонардо Пизанский)

А общее правило для суммирования любой конечной геометрической прогрессии встречается в книге Никола Шюке «Наука о числах», увидевшей свет в 1484 году.



Работа у доски

1) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия
 $a_1 = 5, \quad d = 3$
Найти: $a_6 ; a_{10} ?$

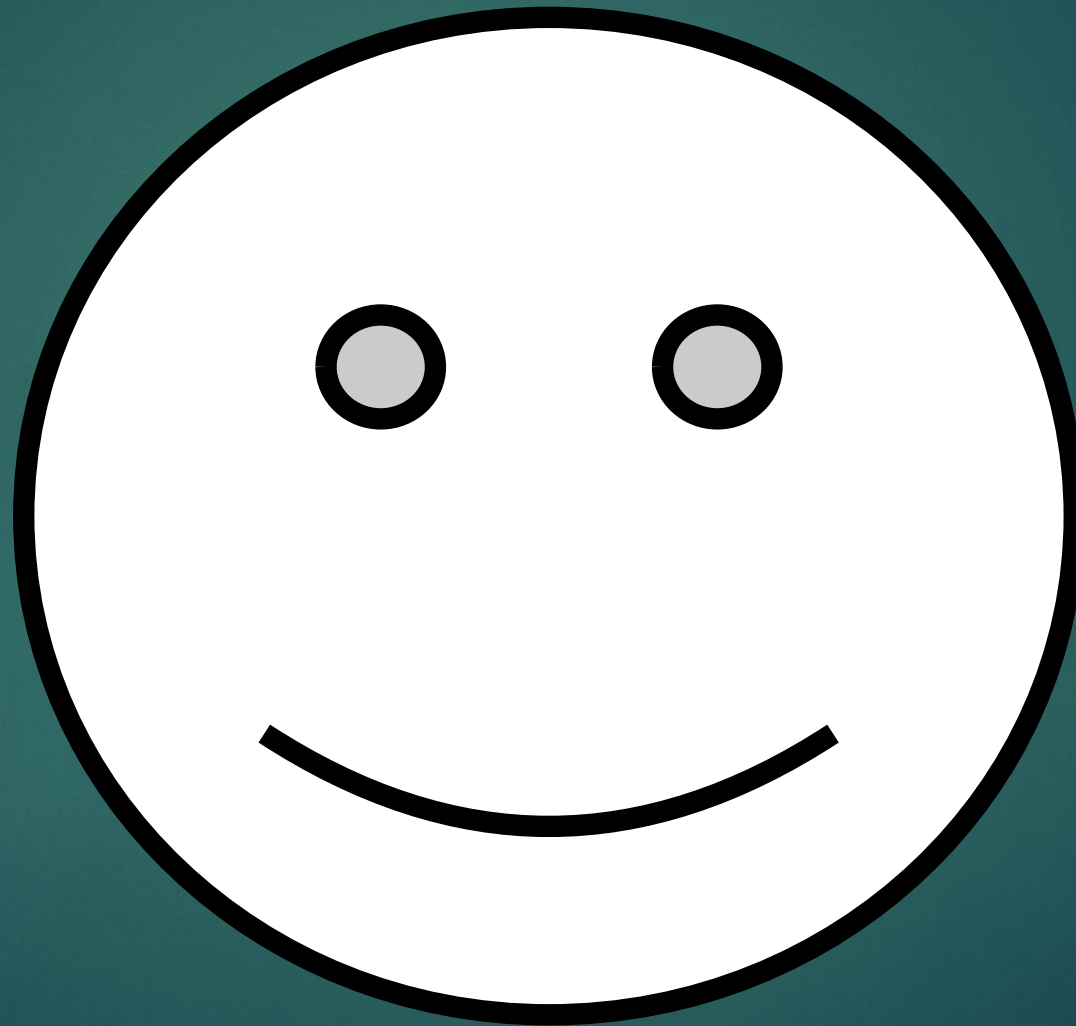
2) Дано: (b_n) геометрическая прогрессия
 $b_1 = 5, \quad q = 3$
Найти: $b_3 ; b_5 ?$

3) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия
 $a_4 = 11, \quad d = 2$
Найти: $a_1 ?$

4) Дано: (b_n) геометрическая прогрессия
 $b_4 = 40, \quad q = 2$
Найти: $b_1 ?$

ФИЗКУЛЬТМИНУТКА

12



Цитата часа



«Умение решать задачи –
практическое искусство,
подобное плаванию или
катанию на лыжах, или игре
на фортепиано; научиться
этому можно лишь
поддержкой и примером»

Характерное свойство арифметической прогрессии



Дано: (a_n) арифметическая прогрессия

$$a_4 = 12,5; \quad a_6 = 17,5$$

Найти: a_5 ?

Решение используя свойство $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

арифметической прогрессии имеем:

$$a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = \frac{12,5 + 17,5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

Ответ: 15

Характерное свойство геометрической прогрессии

Дано: (b_n) геометрическая прогрессия, $b_n > 0$

$$b_4 = 6; \quad b_6 = 24$$

Найти: b_5 ?

Решение используя свойство $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

геометрической прогрессии имеем:

$$b_5^2 = b_4 \cdot b_6 \Rightarrow b_5 = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$

Ответ: 12

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

Код
предмета

Название предмета

02

MATEMAT

С правилами экзамена ознакомлен и согласен.
Совпадение номеров вариантов в задании
и бланке ответов подтверждаю.

Подпись участника ГИА строго внутри окошка

[illegible]

5 3 1 3

Код образовательного учреждения

Класс	
Номер	Буква

204310

9

Код пункта проведения

Номер
аудитории

Резерв-1

072 1

Фамилия

309я

Имя

АЛЕКСАНДР

Отчество

ВАСИЛЬЕВУЧ

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с другим бланком из данного пакета

Результаты выполнения заданий

1

17

2

18

3

19

4

20

5

21

6

22

7

23

Самостоятельная работа

- | | |
|--|---------------------|
| 1) Дано: (a_n) , $a_1 = -3$, $a_2 = 4$. | Найти: $a_{16} - ?$ |
| 2) Дано: (b_n) , $b_{12} = -32$, $b_{13} = -16$. | Найти: $q - ?$ |
| 3) Дано: (a_n) , $a_{21} = -44$, $a_{22} = -42$. | Найти: $d - ?$ |
| 4) Дано: (b_n) , $b_n > 0$, $b_2 = 4$, $b_4 = 9$. | Найти: $b_3 - ?$ |
| 5) Дано: (a_n) , $a_1 = 28$, $a_{21} = 4$. | Найти: $d - ?$ |
| 6) Дано: (b_n) , $b_1 = 1/2$, $q = 2$. | Найти: $b_5 - ?$ |
| 7) Дано: (a_n) , $a_7 = 16$, $a_9 = 30$. | Найти: $a_8 - ?$ |

Бланк ответов № 1

ская прогрессии

18

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ь Ъ Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Код
предмета

Название предмета

02 МАТЕМАТ

С правилами экзамена ознакомлен и согласен.
Совпадение номеров вариантов в задании
и бланка ответов подтверждаю.
Подпись участника ГИА строго внутри окошка

Номер варианта

5313

Код образовательного
учреждения

Класс
Номер Буква

Код пункта
проведения

Номер
аудитории

Резерв-1

204310

9

072 1

Фамилия

ЗОРЯ

Имя

АЛЕКСАНДР

Отчество

ВАСИЛЬЕВИЧ

ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с другим бланком из данного пакета

Результаты выполнения заданий

1 102

2 0,5

3 2

4 6

5 -1,2

6 8

7 23

17

18

19

20

21

22

23

Интересные факты

- 1) **Химия.** При повышении температуры по арифметической прогрессии скорость химических реакций растёт по геометрической прогрессии.
- 2) **Геометрия.** Вписанные друг в друга правильные треугольники образуют геометрическую прогрессию.
- 3) **Физика.** И в физических процессах встречается эта закономерность. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получаются два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывает их ещё на 4 части и т.д. – это геометрическая прогрессия.
- 4) **Биология.** Микроорганизмы размножаются делением пополам, поэтому при благоприятных условиях, через одинаковый промежуток времени их число удваивается.
- 5) **Экономика.** Вклады в банках увеличиваются по схемам сложных и простых процентов. Простые проценты – увеличение первоначального вклада в арифметической прогрессии, сложные проценты – увеличение в геометрической прогрессии.

Домашнее задание из сборника ГИА

- 6.1.** 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4 , а её десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 6.2.** 1) Число -3,8 является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является её двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число -30,8 ?
- 6.5.** 1) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.
- 6.8.** 1) В геометрической прогрессии $b_{12} = 3^{15}$ и $b_{14} = 3^{17}$. Найдите b_1 .

Рефлексивный экран

Выберите любое начало фразы и закончите её

сегодня я узнал...

я приобрёл...

было интересно...

я научился...

было трудно...

у меня получилось ...

я выполнял задания...

я смог...

я понял, что...

я попробую...

теперь я могу...

меня удивило...

я почувствовал, что...

урок дал мне для жизни...

мне захотелось...



Урок сегодня завершён,
Но каждый должен знать:
Познание, упорство, труд
К прогрессу в жизни приведут!

Спасибо за урок!

Используемые источники и ПО

24

- ▶ Алгебра. 9 класс : учеб. Для общеобразоват. учреждений / [Макарычев Ю.Н., Миндюк Г.Н., Нешков К.И., Суворова С.Б.] ; под ред. Теляковского С.А. – 16-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 271 с. : ил.
- ▶ Канина Г. В., учитель математики. Урок-презентация «Арифметическая и геометрическая прогрессия» [Электронный ресурс] – URL: <http://festival.1september.ru/articles/534291/> (27.02.2013).
- ▶ Мелом пишут по доске [Звук] – URL: http://zvuki-tut.narod.ru/melom_pishut_po_doske/Melom_pishut_po_doske.mp3 (28.02.2012).
- ▶ Пойа Д. [Картинка] – URL: http://www.apm.pt/pic/polya_5252dffc9e0eb.jpg (28.02.2013).
- ▶ Спенсер Г. [Картинка] – URL: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/96/Herbert_Spencer.jpg/389px-Herbert_Spencer.jpg (28.02.2013).
- ▶ Шалкина С. В., учитель математики. Здоровьесберегающие технологии на уроках математики [Электронный ресурс] – URL: <http://festival.1september.ru/articles/311946/> (01.03.2013).
- ▶ iSpring Presenter 7 - разработка тестов и преобразование во flash.
- ▶ MS PowerPoint 2010 - разработка презентации.

Работа у доски. Задание 1

25

- 1) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия
 $a_1 = 5, \quad d = 3.$
Найти: $a_6; a_{10}?$

**Решение***используя формулу $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$*

$$a_6 = a_1 + d \cdot (6 - 1) = a_1 + 5d = 5 + 5 \cdot 3 = 20;$$

$$a_{10} = a_1 + d \cdot (10 - 1) = a_1 + 9d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

Ответ: 20; 32.



Работа у доски. Задание 2

26

2) Дано: (b_n) геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5, \quad q = 3.$$

Найти: b_3 ; b_5 ?



Решение

используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45;$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

Ответ: 45; 405.



Работа у доски. Задание 3

27

3) Дано: (a_n) арифметическая прогрессия

$$a_4 = 11, \quad d = 2.$$

Найти: a_1 ?



Решение

используя формулу $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$

$$a_4 = a_1 + d \cdot (4 - 1); \quad a_4 = a_1 + 3d;$$

$$a_1 = a_4 - 3d = 11 - 3 \cdot 2 = 5$$

Ответ: 5.



Работа у доски. Задание 4

4) Дано: (b_n) геометрическая прогрессия
 $b_4 = 40, \quad q = 2.$
Найти: b_1 ?



Решение

используя формулу $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_4 = b_1 q^{4-1}; \quad b_4 = b_1 q^3;$$

$$b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

Ответ: 5.



Определение арифм. прогр.

Определение. Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

Иначе говоря, последовательность (a_n) — арифметическая прогрессия, если для любого натурального n выполняется условие

$$a_{n+1} = a_n + d,$$

где d — некоторое число.

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

Свойство арифм. прогр.

Отметим важное свойство арифметической прогрессии:

каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}. \quad \bigcirc$$

Определение геомтр. прогр.

Определение. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

Иначе говоря, последовательность (b_n) — геометрическая прогрессия, если для любого натурального n выполняются условия

$$b_n \neq 0 \text{ и } b_{n+1} = b_n \cdot q,$$

где q — некоторое число.

Свойство геомтр. прогр.

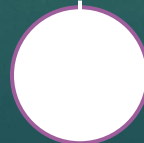
Геометрическая прогрессия обладает следующим свойством:

квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего ее членов.

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}. \quad \bigcirc$$

Гимнастика для глаз, вверх-вниз

33



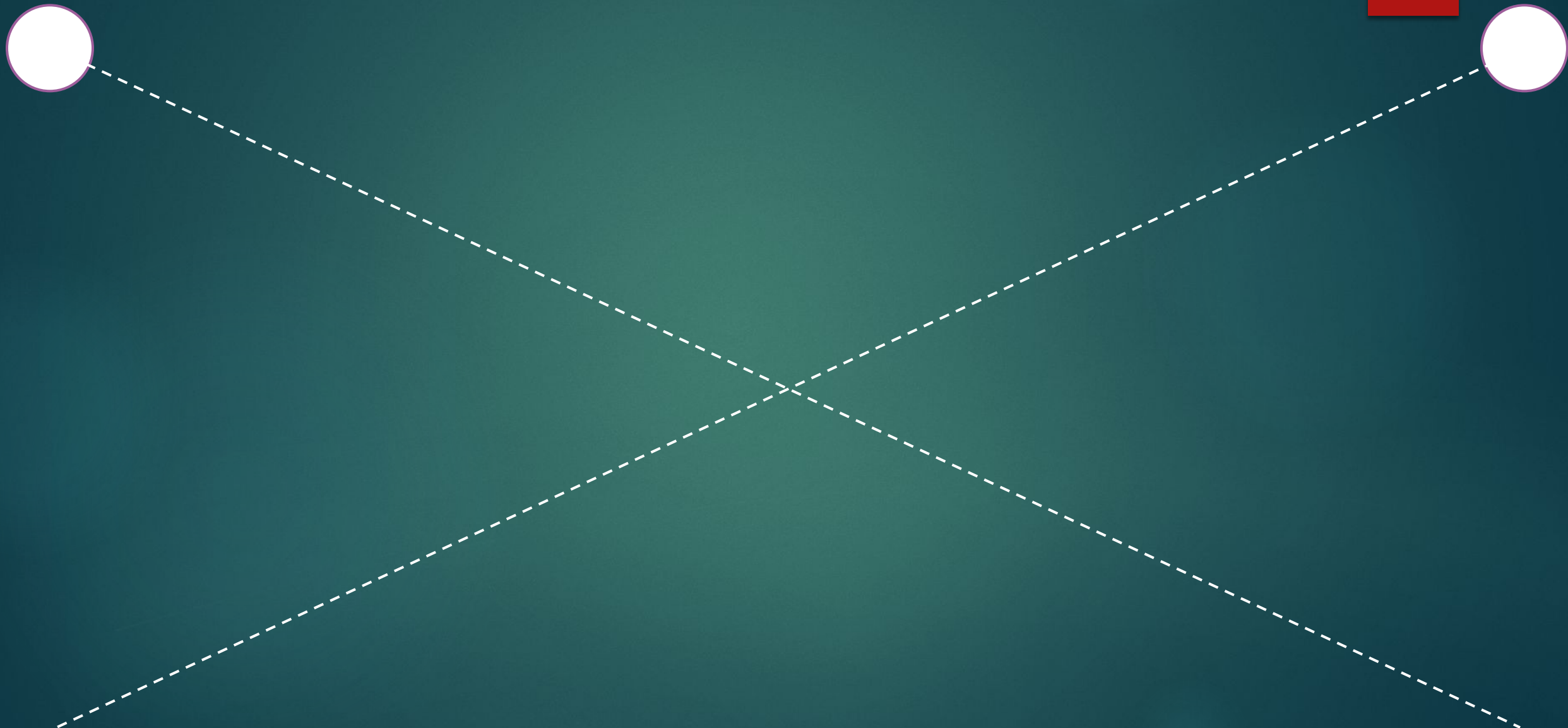
Гимнастика для глаз, влево-вправо

34



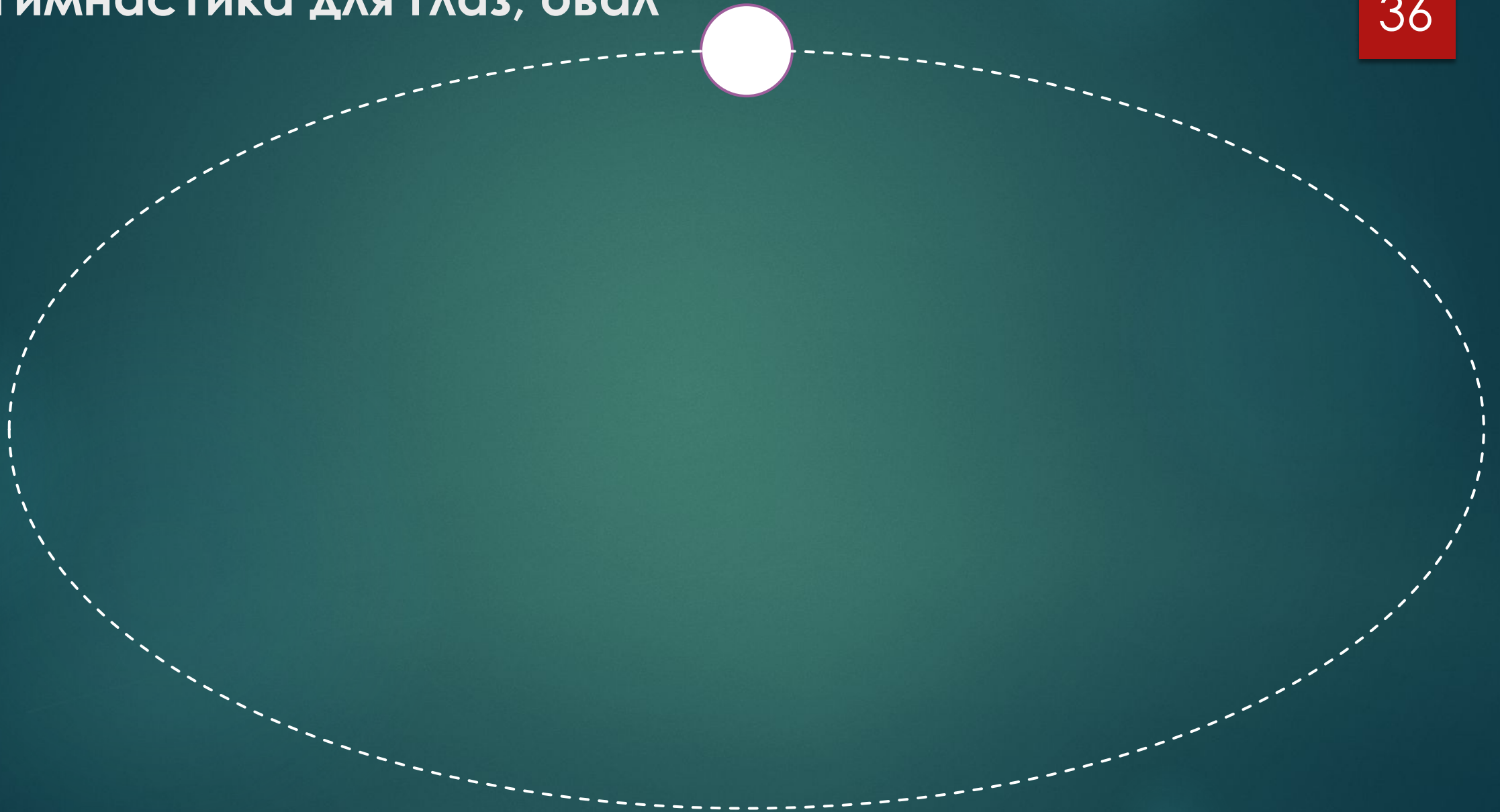
Гимнастика для глаз, диагональ

35



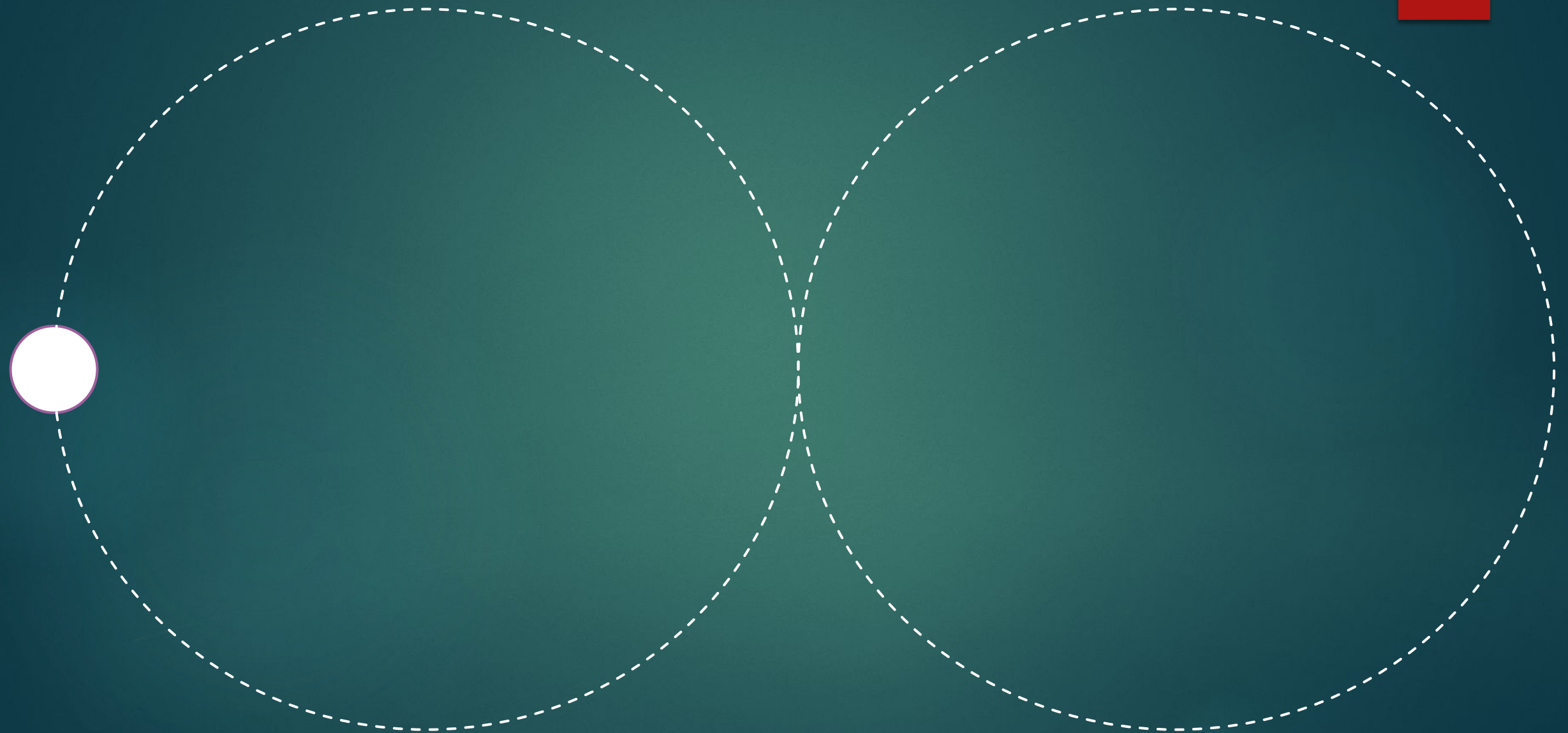
Гимнастика для глаз, овал

36



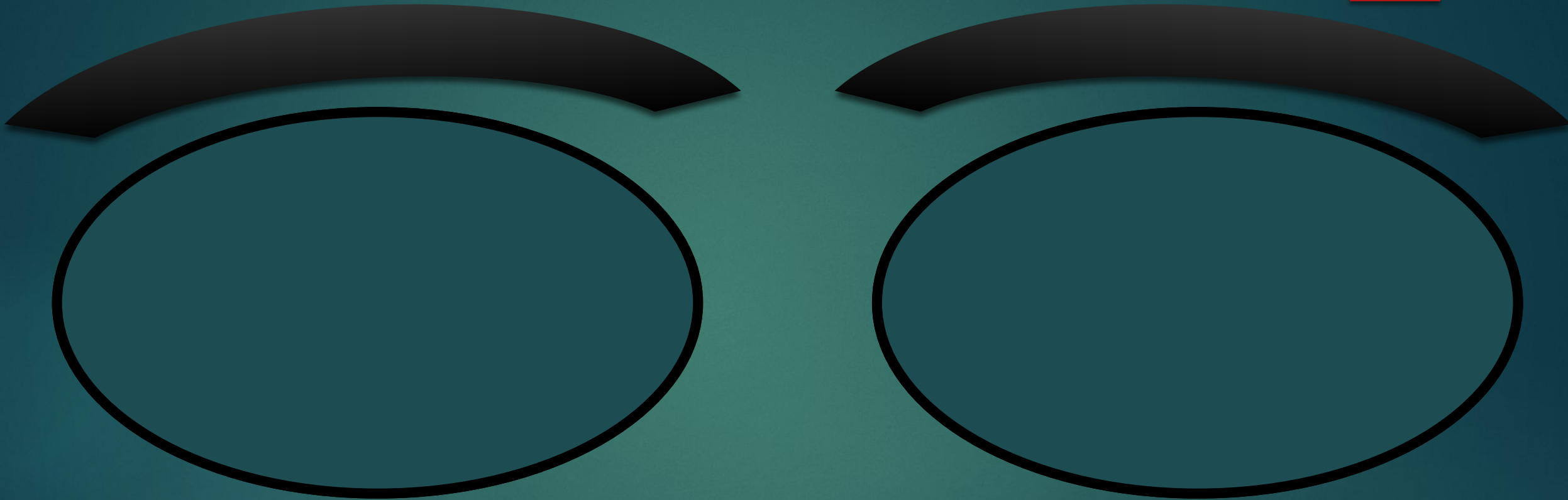
Гимнастика для глаз, восьмёрка

37



Гимнастика для глаз, моргание

38



Гимнастика для тела

(Одна прямая рука вверх, другая вниз, рывком менять руки).

Вверх рука и вниз рука.

Потянули их слегка.

Быстро поменяли руки!

Нам сегодня не до скуки.

(Вращение головой вправо и влево).

Крутим-вертим головой,

Разминаем шею. Стой!

(Ходьба на месте, высоко поднимая колени).

И на месте мы шагаем,

Ноги выше поднимаем.

(Потягивания – руки вверх, в стороны, вперёд).

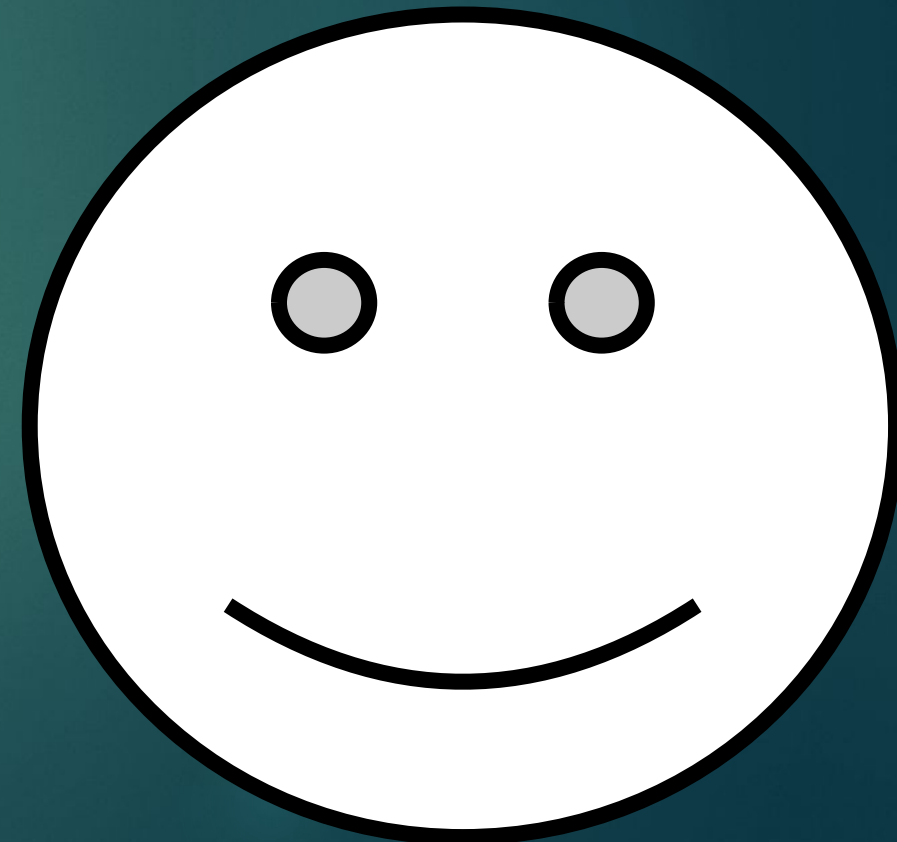
Потянулись, растянулись

Вверх и в стороны, вперёд.

(Садимся за парты).

И за парты все вернулись –

Вновь урок у нас идёт.



Тест

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Вопрос 1 из 8

Выберите один правильный ответ, соответствующий формуле

$$d = a_{n+1} - a_n$$

☐ знаменатель геометрической прогрессии

☐ разность арифметической прогрессии

☐ определение геометрической прогрессии

☐ формула n-члена геометрической прогрессии

☐ формула n-члена арифметической прогрессии

Ответить

Закончить

Щелкните кнопку  **Тест** для редактирования этого теста

Тест

определите вид числовой последовательности

Вопрос 1 из 6

2; 5; 8; 11; 14; 17; ...

это

у которой =

Ответить

Закончить

Щелкните кнопку  **Тест** для редактирования этого теста