

*МБОУ лицей №10 города Советска  
Калининградской области  
учитель математики  
Разыграева Татьяна Николаевна*



***Приращение аргумента.  
Приращение функции.***

При сравнении значения функции  $f$  в некоторой фиксированной точке  $x_0$  со значениями этой функции в различных точках  $x$ , лежащих в окрестности  $x_0$ , удобно выражать разность  $f(x) - f(x_0)$  через разность  $x - x_0$ , пользуясь понятиями «приращение аргумента» и «приращение функции».

Пусть  $x$  – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки  $x_0$ . Разность  $x - x_0$  называется приращением независимой переменной (или приращением аргумента) в точке  $x_0$  и обозначается  $\Delta x$ . Таким образом,

$$\Delta x = x - x_0$$

откуда следует, что

$$x = x_0 + \Delta x.$$

*Говорят также, что первоначальное значение аргумента  $x_0$  получило приращение  $\Delta x$ . Вследствие этого значение функции  $f$  изменится на величину*

$$f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0).$$

*Эта разность называется приращением функции  $f$  в точке  $x_0$ , соответствующим приращению  $\Delta x$ , и обозначается символом  $\Delta f$  (читается «дельта эф»), т.е. по определению*

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

*откуда*

$$f(x) = f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta f.$$

*При фиксированном  $x_0$  приращение  $\Delta f$  есть функция от  $\Delta x$ .  $\Delta f$  называют также приращением зависимой переменной и обозначают через  $\Delta y$  для функции  $y = f(x)$ .*

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

### Пример №1.

*Найти приращение функции функции  $y = x^2$  при переходе от точки  $x_0 = 1$  к точкам : а)  $x = 1,1$ ; б)  $x = 0,98$*

### Решение:

$$\text{а) } f(1) = 1^2 = 1; f(1,1) = 1,1^2 = 1,21;$$

$$\Delta y = f(1,1) - f(1) = 1,21 - 1 = 0,21$$

$$\text{б) } f(1) = 1; f(0,98) = 0,98^2 = 0,9604;$$

$$\Delta y = f(0,98) - f(1) = 0,9604 - 1 = - 0,0396.$$

*Функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x = a$ , если в точке  $x = a$  выполняется следующее условие:*

*если  $\Delta x \rightarrow 0$ , то  $\Delta y \rightarrow 0$ .*

### *Пример № 2.*

*Для функции  $y = kx + m$  найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки  $x$  к точке  $x + \Delta x$ ; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.*

### *Решение.*

Имеем:

$$f(x) = kx + m \quad f(x + \Delta x) = k(x + \Delta x) + m$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (k(x + \Delta x) + m) - (kx + m)$$

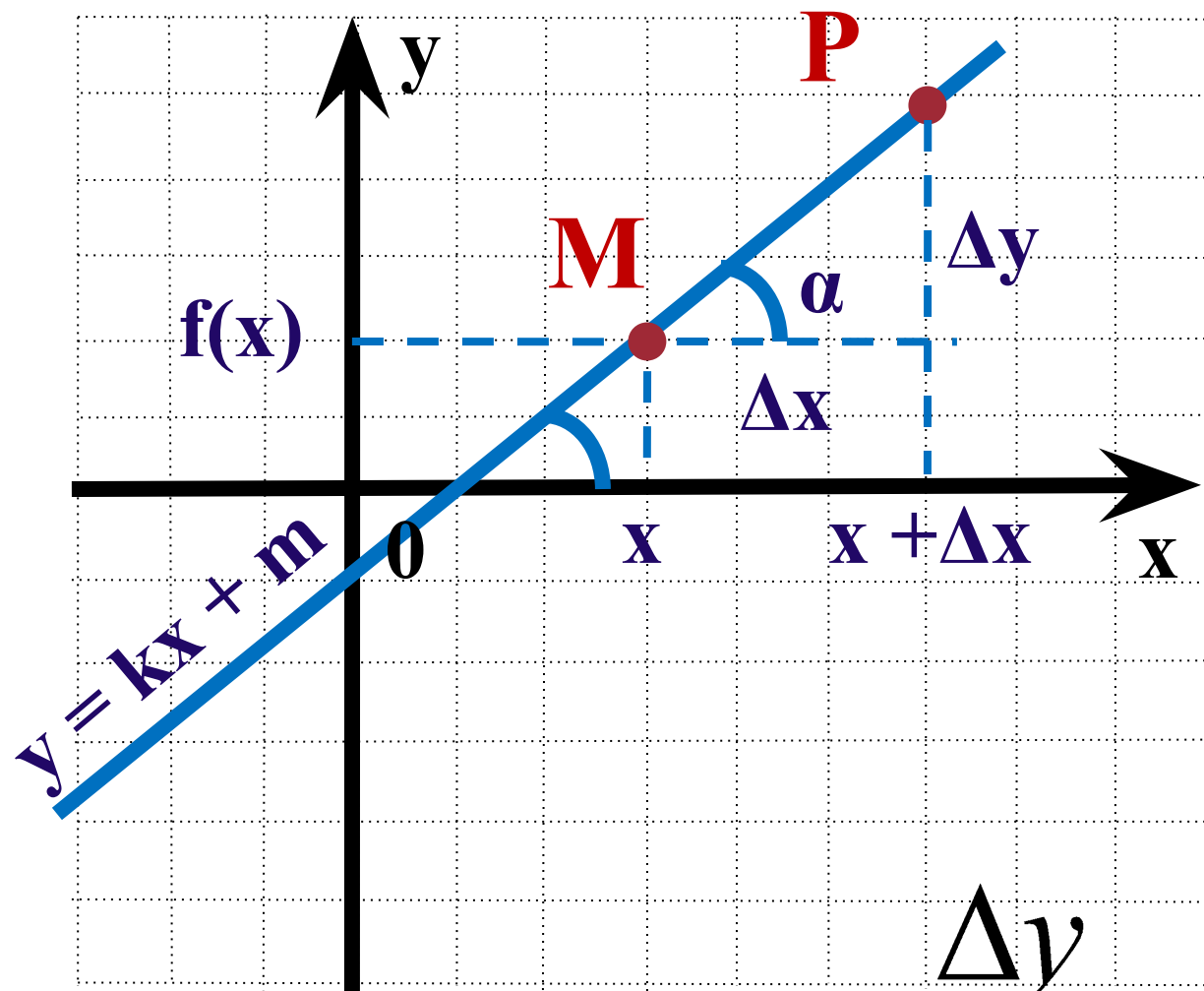
$$\Delta y = (kx + k\Delta x + m) - (kx + m) = k \cdot \Delta x.$$

$$\Delta y = k \cdot \Delta x.$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{k \cdot \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k = k$$

Имеем:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k = \operatorname{tg} \alpha$$

### Пример № 3.

Для функции  $y = x^2$  найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки  $x$  к точке  $x + \Delta x$ ; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

### Решение.

Имеем:

$$f(x) = x^2 \quad f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = \\ &= (x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2. \end{aligned}$$

$$\text{Получили: } \Delta y = 2x\Delta x + (\Delta x)^2.$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

*Итак, для заданной функции  $y = x^2$  получили:*

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$$