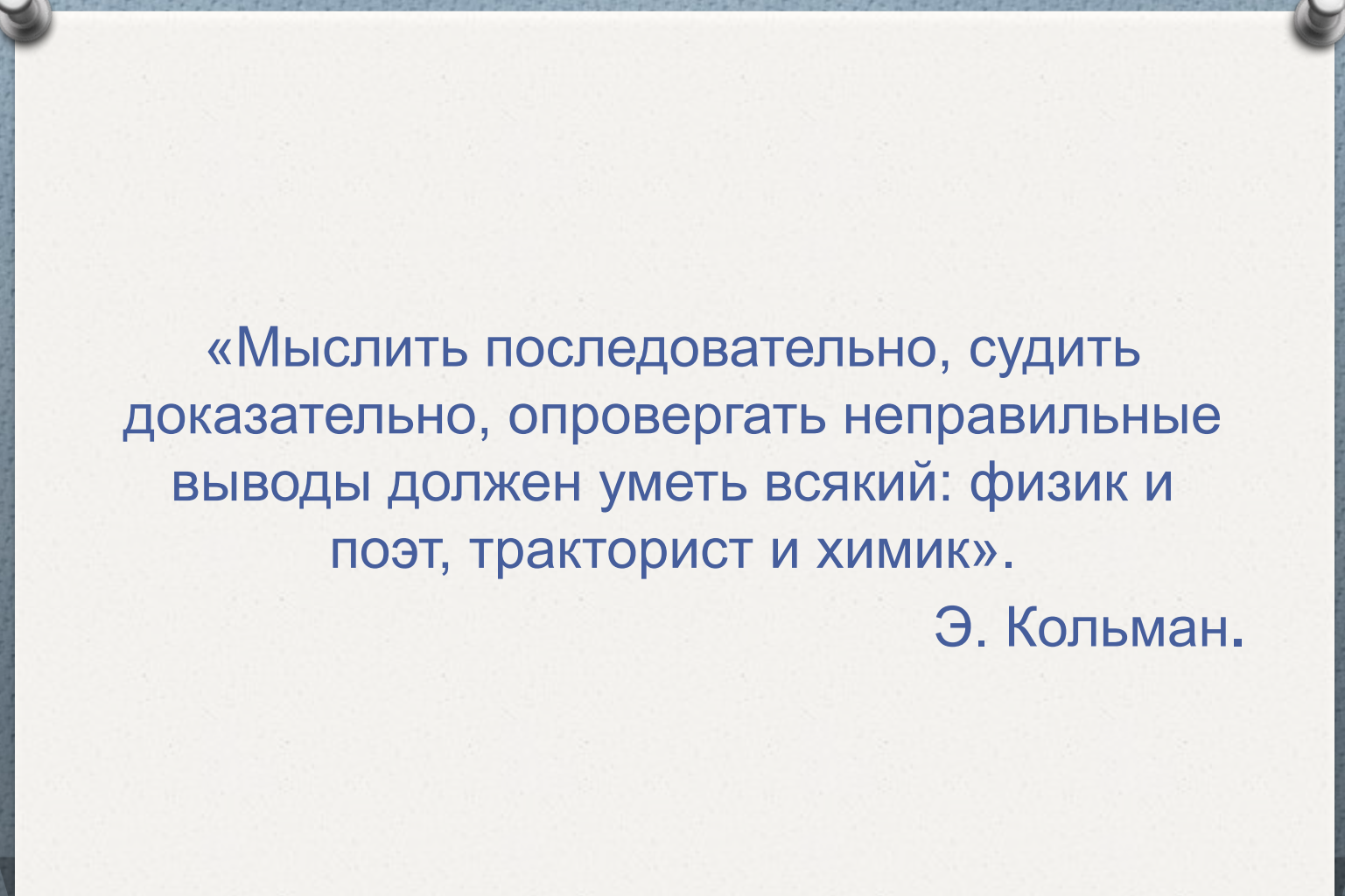




«Мыслить последовательно, судить
доказательно, опровергать неправильные
выводы должен уметь всякий: физик и
поэт, тракторист и химик».

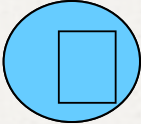
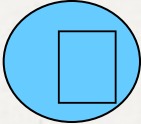
Э. Кольман.

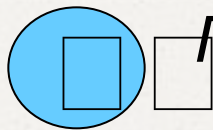
В математике следует помнить не формулы, а
процессы мышления.
В. П. Ермаков

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРА

Преподаватель: Трофименко. М.В.

Чтобы найти на отрезке наибольшее и наименьшее значения функции, имеющей на отрезке конечное число критических точек, нужно:

-  ☐ вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка;
-  ☐ из полученных чисел выбрать наибольшее и наименьшее.



Перевести задачу на язык функций

1. выбрать удобный параметр (x) , через который интересующую нас величину выразить как функцию $f(x)$;
2. средствами анализа найти наибольшее и наименьшее значение этой функции на некотором промежутке;
3. выяснить, какой практический смысл (в терминах первоначальной задачи) имеет полученный (на языке функций) результат.

основные этапы, при решении задач
прикладного характера:

- I. формализация;
- II. решение полученной
математической задачи;
- III. интерпретация найденного решения.

Задача:



Буровая вышка расположена в поле в 9 км от ближайшей точки шоссе. С буровой надо направить курьера в пункт, расположенный по шоссе в 15 км от упомянутой точки (считая шоссе прямолинейным). Скорость курьера на велосипеде по полю 8 км/ч, а по шоссе 10 км/ч. К какой точке шоссе ему надо ехать, чтобы в кратчайшее время достичь пункта?

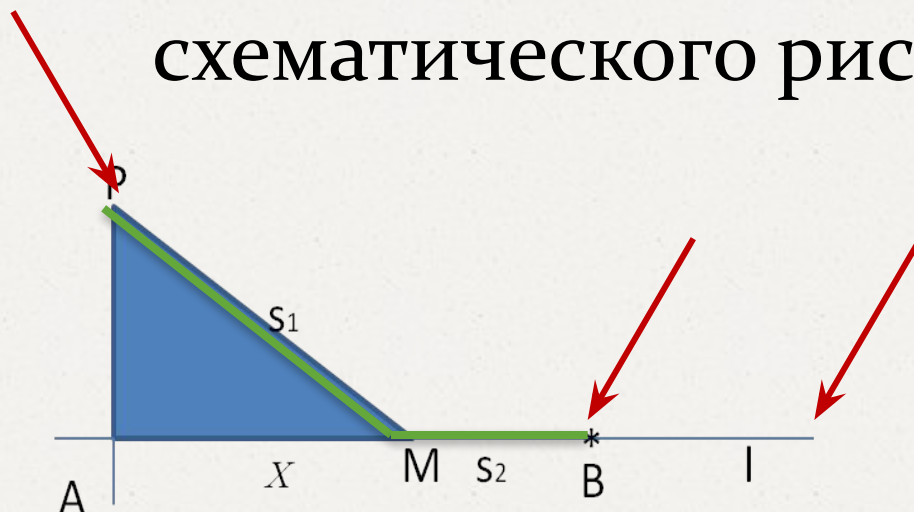
A black and white illustration of a road sign. It consists of a rectangular sign with a black border and the word "ОХТЕУРЬЕ" in black capital letters. The sign is mounted on a black T-shaped post. A green arrow points from the derrick towards the sign.

ОХТЕУРЬЕ

Анализ задачи:

- ☐ На каком расстоянии находится буровая вышка от ближайшей точки шоссе?
- ☐ На каком расстоянии находятся друг от друга ближайшая точка от буровой вышки и пункт, куда надо отправить курьера?
- ☐ Известна ли скорость курьера на велосипеде по полю?
- ☐ Известна ли скорость курьера на машине по шоссе?
- ☐ Известно ли, к какой точке шоссе надо ехать, чтобы достичь нужный пункт в кратчайшее время?

Модель задачи в виде схематического рисунка:



- ✓ P – буровая вышка;
- ✓ B – населенный пункт;
- ✓ I – шоссе;
- ✓ PMB – маршрут следования курьера.

□ Постоянные величины – PA , AB , v_p , v_w .

□ Переменные величины- AM , MB , PM .

□ Исследуемая величина – время, за которое курьеру надо доехать до нужного пункта.

□ $PA=9\text{км}$, $AB=15\text{км}$. $v_p = 8 \text{ км/ч}$, $v_w = 10 \text{ км/ч}$.

Решение задачи:

- 0 1. Пусть x – расстояние AM , $0 \leq x \leq 15$;
- 0 2. Из прямоугольного треугольника PAM выражаем:

$$S_1 = PM = \sqrt{AM^2 + PA^2} = \sqrt{x^2 + 9^2}$$

$$S_2 = MB = 15 - x;$$

- 0 3. путь S_1 (по полю), который курьер проходит со скоростью $v = 8$ км/ч, а путь S_2 (по шоссе) – со скоростью $v = 10$ км/ч.

0 4. Путь S_1 за время $t_1 = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{8}$

путь S_2 за время $t_2 = \frac{15 - x}{10}$

время, затраченное на путь S_1 и S_2 ,

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 81}}{8} + \frac{15 - x}{10}$$

0 Находим производную функции:

$$t'(x) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{x^2 + 81}} \times 2x - \frac{1}{10} = \frac{x}{8\sqrt{x^2 + 81}} - \frac{1}{10}$$

0 Находим критические точки :

$$\frac{x}{8\sqrt{x^2 + 81}} - \frac{1}{10} = 0$$

$$5x = 4 \times \sqrt{x^2 + 81}$$

$$25x^2 = 16 \times (x^2 + 81)$$

$$9x^2 = 16 \times 81$$

$$9x^2 = 1296$$

$$x^2 = 1296 \div 9$$

$$x^2 = 144$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = -12.$$

0 Находим значение функции в точках:

$$t(0) = 2\frac{5}{8} \approx 2,63$$

$$t(15) \approx 2,19$$

$$t(12) \approx 2,18$$

0 функция достигает наименьшего значения в точке $x = 12$

Ответ: Курьеру надо ехать в точку, удаленную на 3 км от населенного пункта и на 12 км от шоссе, чтобы в кратчайшее время достичь населенного пункта

Самостоятельная работа

Решите задачу:

Вариант 1. Лодка находится на расстоянии 3 км от ближайшей точки берега А. Пассажир лодки желает достигнуть села «В», находящегося на берегу на расстоянии 5 км от А. Лодка проплывает по 4 км/ч, а пассажир, выйдя из лодки, может в час пройти 5 км. К какому пункту берега должна пристать лодка, чтобы пассажир достиг села «В» в кратчайшее время?

Решите задачу:

Вариант 2. Человек, гуляющей в лесу, находится в 5 км от прямолинейной дороги и в 13 км от дома, стоящего у дороги. Скорость его передвижения в лесу 3 км/ч, а по дороге 5 км/ч. Найдите наименьшее время, за которое он сможет прийти домой.

«Для меня было сложно...»

1)

2)

3)

4)

5)