

Математика

Всё о рациональных дробях

8

класс

УМК: А.Г. Мерзляк и
др.

Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики
Коми
Мишариной Альбиной Геннадьевной

Содержание

- Рациональные дроби. Основное свойство рациональных дробей.
- Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями
- Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями
- Умножение и деление рациональных дробей
- Возведение рациональной дроби в степень
- Тождественные преобразования рациональных выражений
- Рациональные уравнения

**Рациональные дроби.
Основное свойство
рациональных дробей.**

Определения

- **Целые выражения** **не содержат**
деление
на выражение с переменной.
- **Дробные выражения** – это выражения,
содержащие *деление на выражение*
с переменной.

Например

Целые выражения:

$$x - y; \frac{a+b}{5}; \frac{1}{3}x + 4; k^2 - 3y + y^3$$

Дробные выражения:

$$2x + \frac{a}{b}; \frac{x-y}{x+y}; \frac{5}{x}; 2 + \frac{a+2}{a-1}$$

К чему относятся выражения:

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{5x^2}{4} + \frac{x}{7}; \frac{8}{6k+1}; 3a + \frac{b^2}{c^3}; \frac{1}{6}m^3n^5; (y-4)^3 + \frac{1}{y}$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

A₁

Определения

- Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**
- **Рациональная дробь** – это дробь, числитель и знаменатель которой - **многочлены**

Например

Рациональная дробь:

$$\frac{x}{7}; \frac{12}{a}; \frac{a+b}{5}; \frac{x-2}{x+2};$$

$$\frac{t^2 - 6t + 15}{2t}$$

Будет ли **рациональной дробью** выражение?

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{8}{6y+1}; \frac{1}{6}a^3b^5; \frac{x}{x - \frac{9}{x}}$$

Определения

Допустимым значением

переменных, входящих в рациональное выражение, называются все значения переменных, при которых это выражение имеет смысл.

Например

Выражение $2 + \frac{a+2}{a-1}$
при $a=1$ не имеет
смысла, т.е. числового
значения этого
выражения при $a=1$
не существует.
Почему?

Найдём допустимые
значения переменной в
выражениях:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{x-5}; \frac{12}{a}; \frac{a^2-1}{a+5}; \frac{x-5}{9};$$
$$\frac{2+y}{1+y}; \frac{m-1}{m^2-9}; \frac{4}{x-8} + \frac{1}{x-1}$$

Основное свойство рациональной дроби

Если числитель и знаменатель рациональной дроби **умножить** (или **разделить**) на один и тот же ненулевой многочлен, то получим дробь, **тождественно равную** *данной*.

Определения

Деление числителя и знаменателя рациональной дроби на один и тот же ненулевой многочлен *называется*
сокращением дроби.

Например

$$\frac{6a^3b^2}{24a^2b^4} =$$
$$= \frac{6a^3b^2 : 6a^2b^2}{24a^2b^4 : 6a^2b^2} = \frac{a}{4b^2}$$

Сократите дроби:

$$\frac{3a^3b^2c^2}{15ab^3c^5}; \frac{x^2-1}{x-1}; \frac{7x-21y}{5x-15y}$$

The background is a vibrant blue collage of mathematical symbols and diagrams. It includes a graph of a function $f(x)$ with axes, a large Greek letter π , a fraction $\frac{x}{y}$, a variable n , a large letter y , a sequence of digits 0 through 9, a 3D pyramid with height h and base A_1 , and various other mathematical notations like $f(x)$, $\sqrt{x}$, and $\frac{1}{x}$.

**Работаем по
учебнику:
стр.7 № ???**

**Сложение и вычитание
рациональных дробей с
одинаковыми
знаменателями**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 A_1

Правило

-

$$\frac{A}{c} + \frac{B}{c} = \frac{A+B}{c}$$

$$\frac{A}{c} - \frac{B}{c} = \frac{A-B}{c}$$

Например

- $$\frac{B^2}{B+10} + \frac{20B+100}{B+10} =$$
$$= \frac{B^2+20B+100}{B+10} = \frac{(B+10)^2}{B+10} =$$
$$= ?$$

- $$\frac{7x-5}{8x^2} - \frac{3x-5}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-(3x-5)}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-3x+5}{8x^2} = \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$

**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными

знаменателями

Правило

- $$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D - C \cdot B}{B \cdot D}$$

Например

$$\bullet \quad \frac{2}{x} + \frac{3x-2}{x+1} =$$

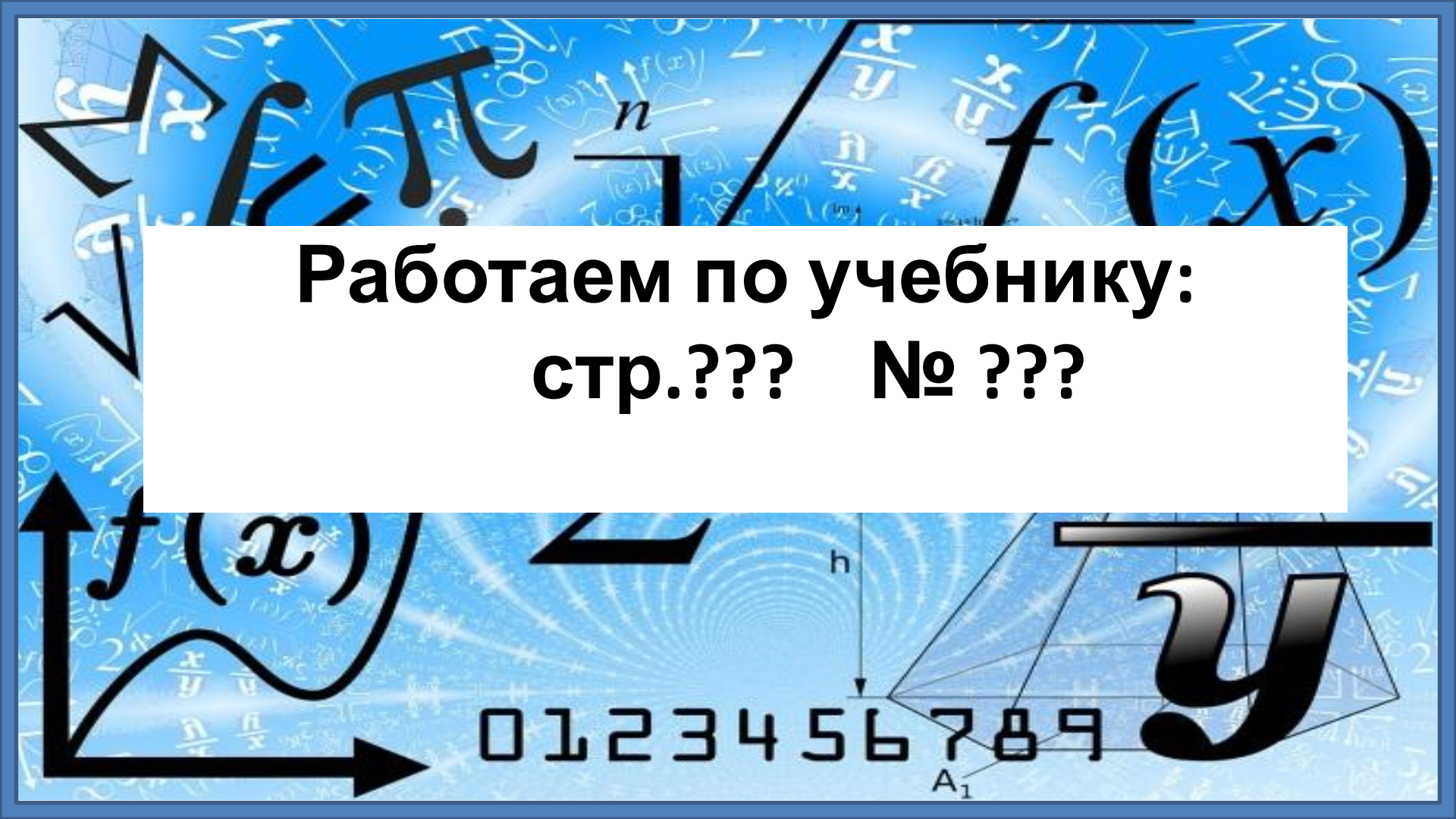
$$= \frac{2(x+1) + (3x-2)x}{x(x+1)} =$$

$$= \frac{?}{x(x+1)} = \frac{3x^2+2}{x(x+1)}$$

$$\bullet \quad \frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x-2} =$$

$$= \frac{x(x-2) - (x+2)(x-4)}{(x-4)(x-2)} =$$

$$= \frac{?}{(x-4)(x-2)} = \frac{8}{(x-4)(x-2)}$$



**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

Умножение и деление рациональных дробей

Правило

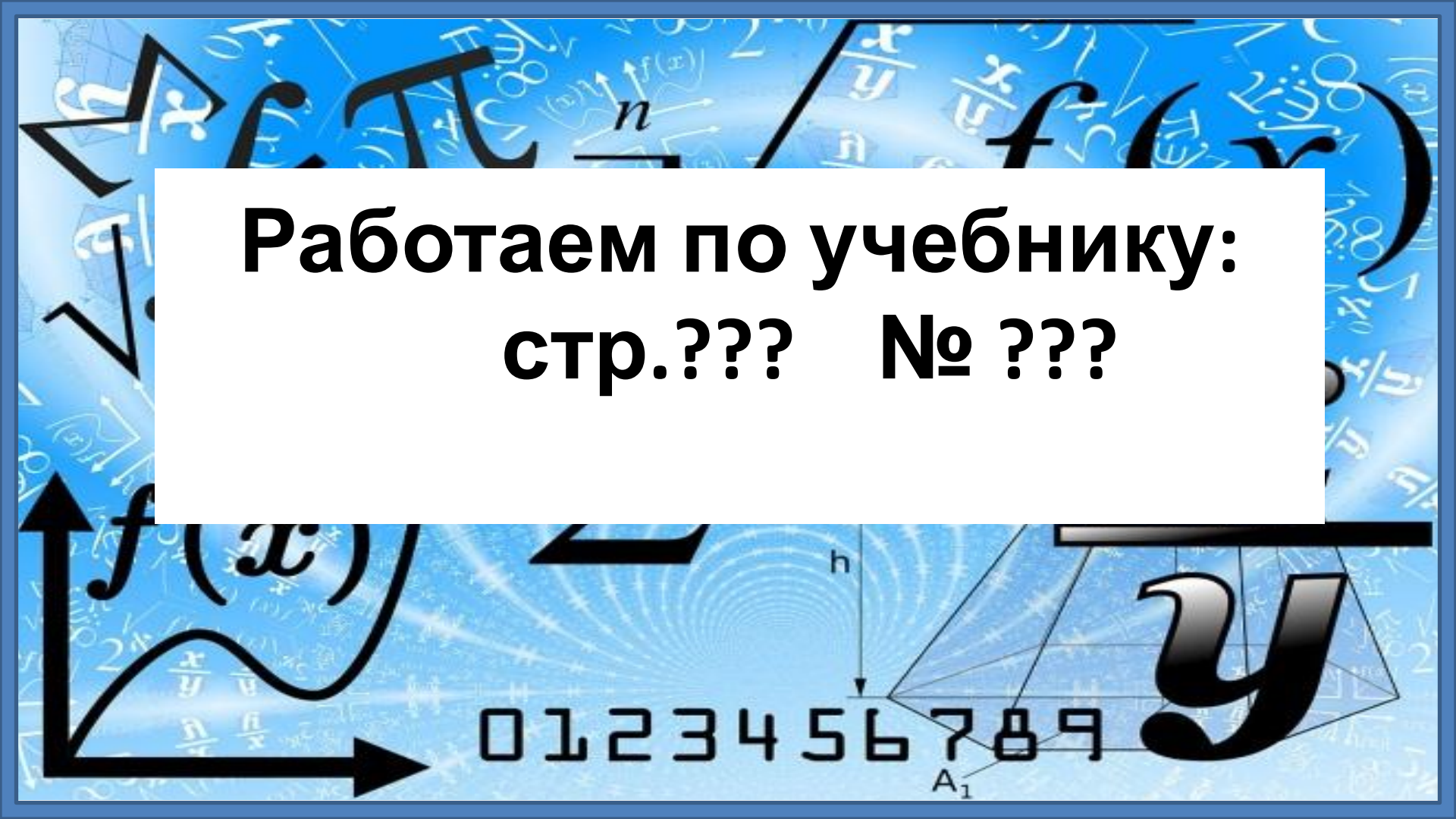
- $$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

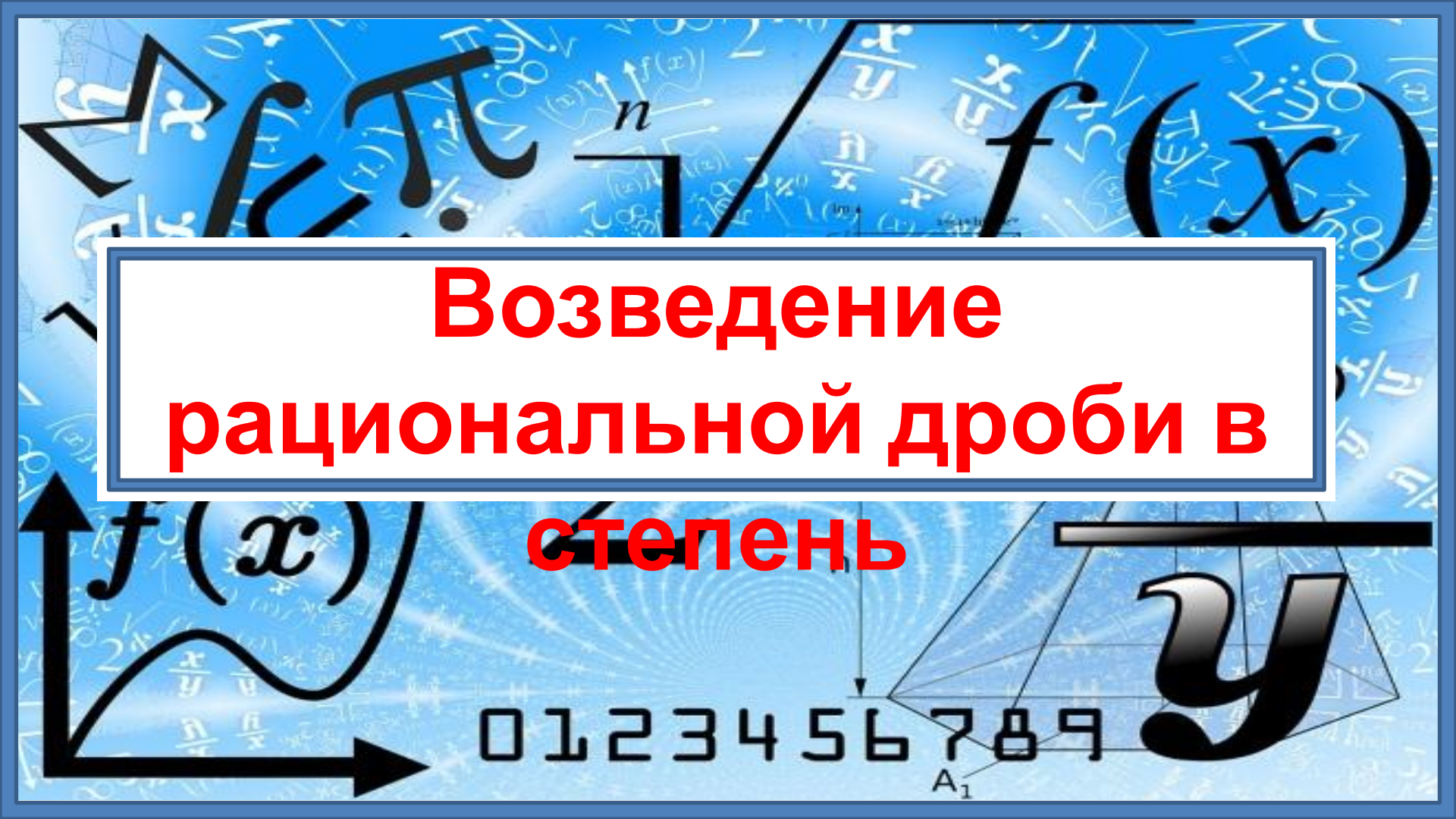
Например

$$\frac{21c^6}{b^8} \cdot \frac{b^2}{14c^4} =$$
$$= \frac{21c^6 \cdot b^2}{b^8 \cdot 14c^4} = ? \frac{3c^2}{2b^6}$$

$$\bullet \quad \frac{5c^2 - 35c}{c+2} : (c-7) =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} : \frac{(c-7)}{1} =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{?}{?} = \frac{5c}{c+2}$$



**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

The background is a vibrant blue collage of mathematical symbols and concepts. It includes large, stylized letters like 'x', 'y', and 'f(x)', as well as mathematical notations such as π , $\frac{x}{y}$, $\frac{n}{x}$, $\frac{n}{y}$, $\lim$, and ∞ . There are also geometric shapes like a pyramid and a coordinate system with a curve. The overall theme is mathematics and algebra.

Возведение рациональной дроби в степень

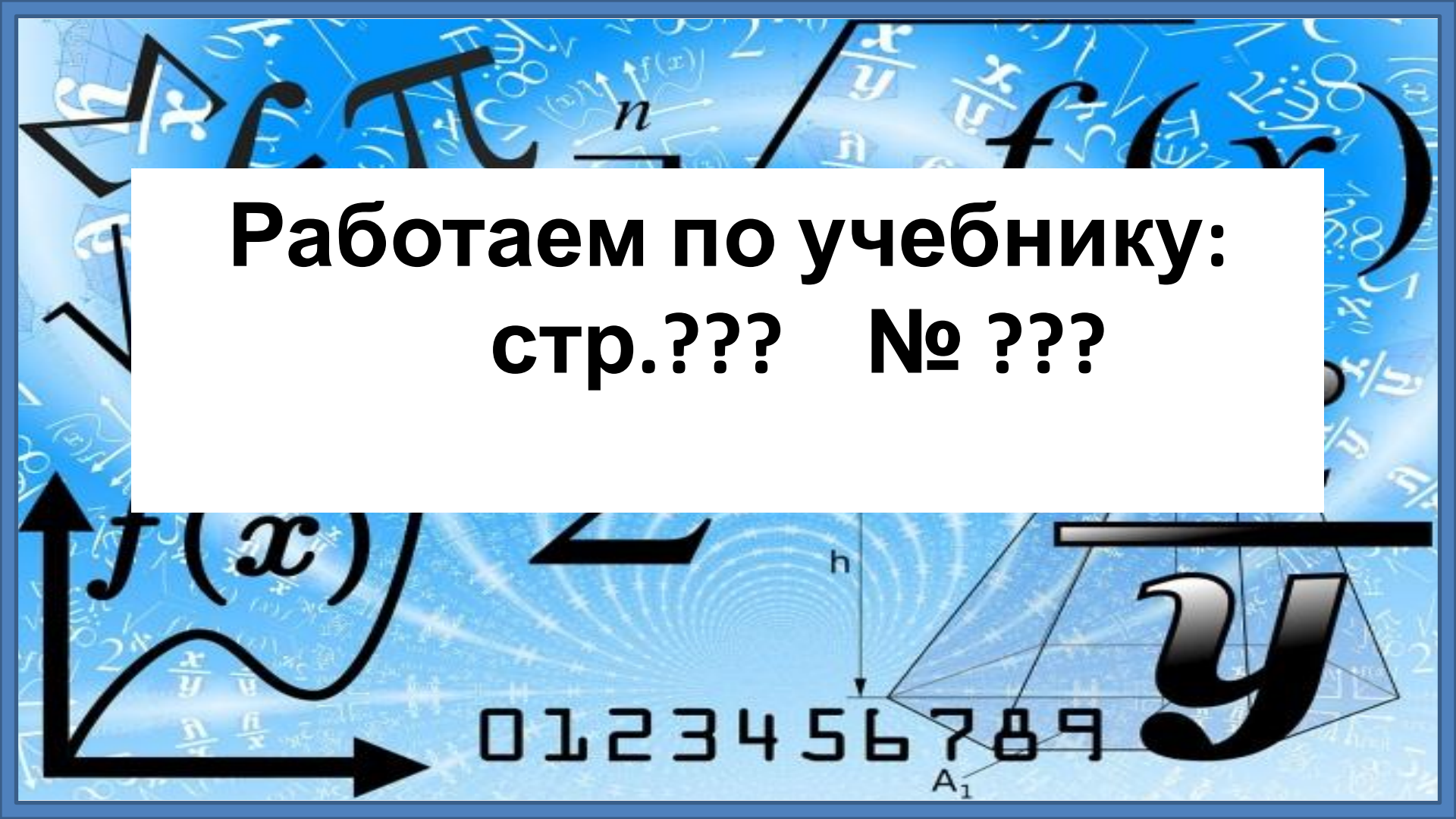
Правило

- $$\left(\frac{A}{B} \right)^n = \frac{A^n}{B^n}$$

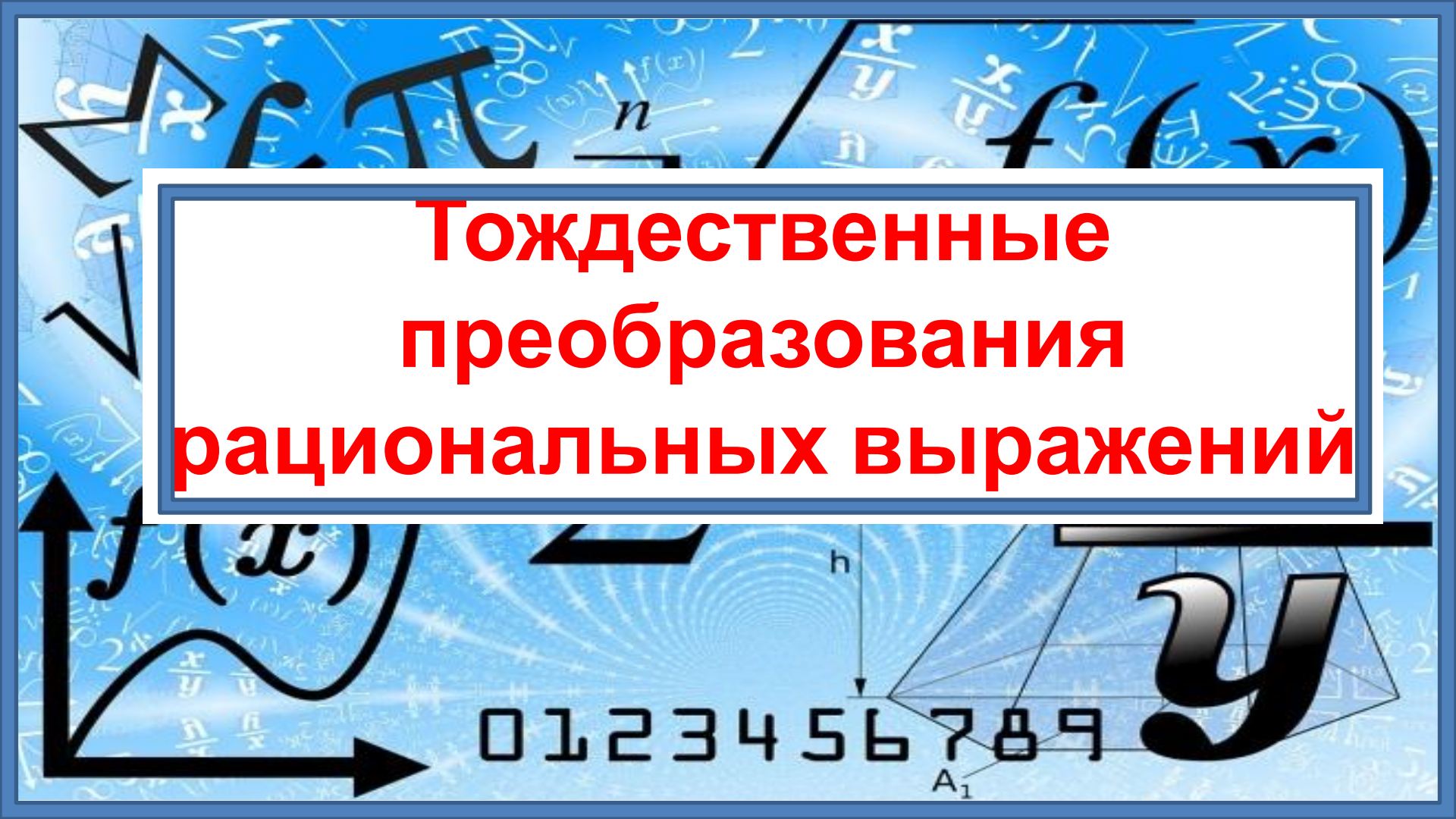
Например

- $$\left(\frac{m}{n^2}\right)^8 =$$
$$= \frac{m^8}{(n^2)^8} = \frac{m^8}{n^{16}}$$

- $$\left(-\frac{10c^7}{3f^5}\right)^3 =$$
$$= -\frac{(10c^7)^3}{(3f^5)^3} = -\frac{?}{?} = -\frac{1000c^{21}}{27f^{15}}$$

The background is a vibrant blue collage of various mathematical symbols and diagrams. It includes a graph of a function $f(x)$ with axes, a large Greek letter π , a fraction $\frac{x}{y}$, a variable n , a large stylized y , a sequence of numbers 0 through 9, a geometric diagram with a height h and a point A_1 , and various other mathematical notations like (x) , $\frac{1}{n}$, and $\frac{1}{x}$.

**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**



Тождественные преобразования рациональных выражений

Тождественное преобразование рациональных выражений – ЭТО ...

выполнение действий входящих в рациональное выражение в соответствии с порядком выполнения арифметических действий: сначала...

Например

Назовите порядок действий:

$$1). \frac{3a}{a-3} + \frac{a+5}{18-6a} \cdot \frac{54a}{5a+a^2}$$

$$2). \left(\frac{3a}{a-2} - \frac{6a}{a^2-4a+4} \right) : \frac{a-4}{a^2-4} - \frac{2a^2+8a}{a-2}$$

Например

Назовите порядок действий:

$$3). \frac{b^2+9}{3b^2-b^3} + \left(\frac{b+3}{b-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{b-3} + \frac{6}{9-b^2} - \frac{3}{b^2+3b}\right)$$

Запомним

**Преобразование
рациональных выражений
МОЖНО ВЫПОЛНЯТЬ
не по действиям, а цепочкой.**

**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

Рациональные уравнения

Определение

Уравнение, левая и правая части которого являются рациональными выражениями, называют **рациональным**.

Например

$$1) \frac{180}{x} = \frac{210}{x+10}$$

$$2) \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 - 4x + 3} = 0$$



Запомним

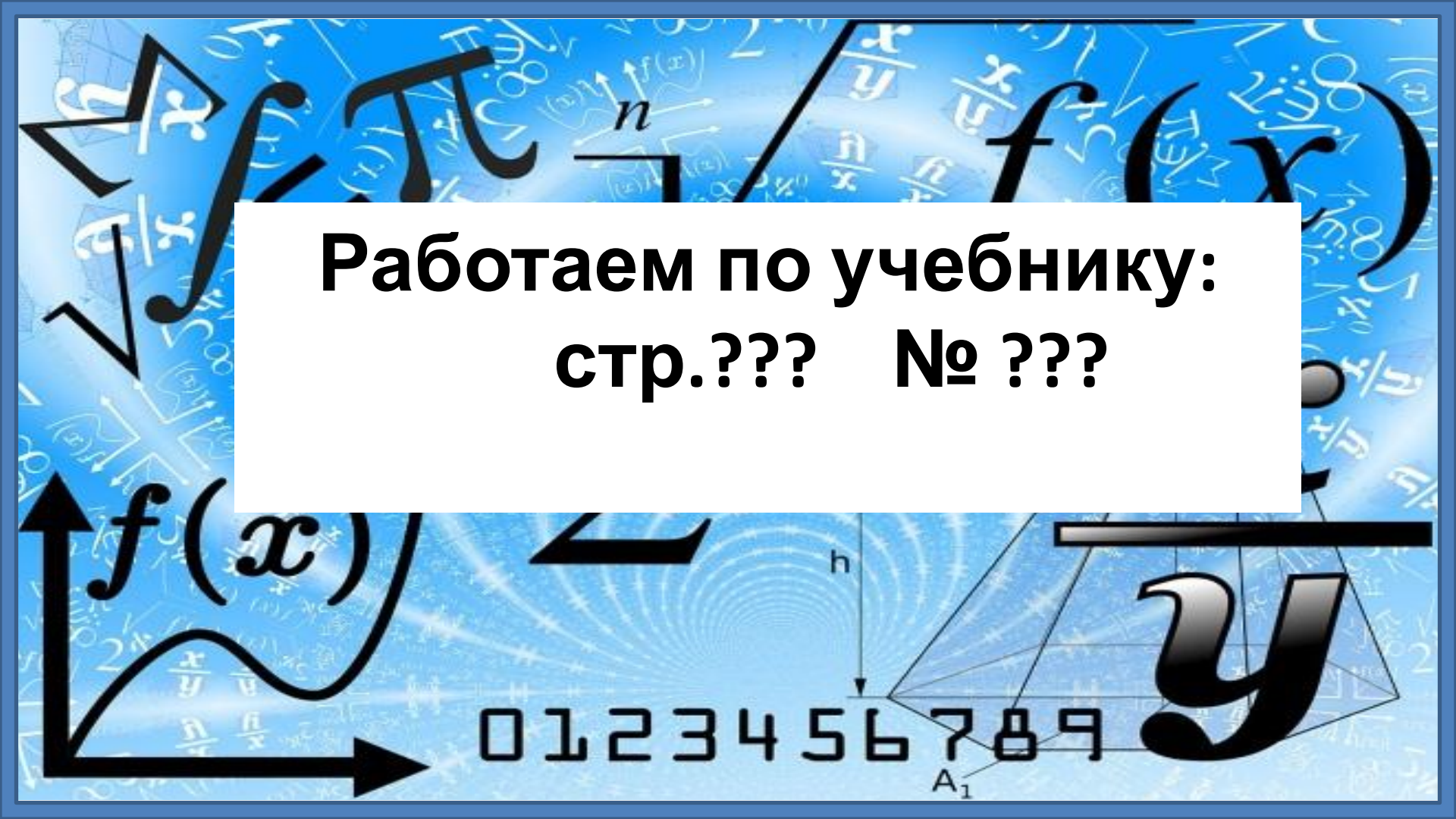
1). При решении рациональных уравнений преобразованиями приходят к виду: $\frac{A}{B} = 0$

2). Используют правило: **дробь равна нулю тогда и только тогда, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю** (т.е. $A = 0$ и $B \neq 0$)

Например

Решим уравнение:

$$\frac{2x^2 - 4x - 16}{x - 4} = x$$

The background is a vibrant blue collage of various mathematical symbols and diagrams. It includes large, stylized letters like 'f(x)', 'y', and 'n', as well as symbols like pi, infinity, and fractions. There are also geometric shapes like a pyramid and a graph of a function. The overall theme is mathematics and science.

**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

Использованные ресурсы

- Фон/
https://yandex.ru/images/search?text=картинки%20по%20математике%20на%20прозрачном%20фоне&stype=image&lr=19&source=wiz&p=37&pos=1111&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fstorage.needpix.com%2Fsynced_images%2Fmathematics-936697_1280.jpg
- Надпись на титульном листе/ <https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0544/0003aec3-1d27c5ae/640/img0.jpg>
- Картинка мальчика/
https://yandex.ru/images/search?p=13&text=смайлик%20с%20вопросительным%20знаком%20картинка&pos=538&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fpng.pngtree.com%2Felement_origin_min_pic%2F16%2F11%2F03%2F9f8b907213bc2d7c3a8b9edafecf1a79.jpg&lr=19
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Вентана-Граф, 2018
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др.: Алгебра : 8 класс: самостоятельные и контрольные работы: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2017
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир.: Алгебра : 8 класс: дидактический материал: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2016