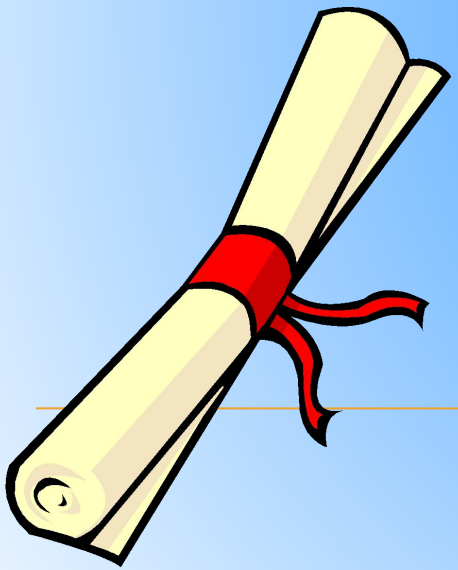
Муниципальная общеобразовательная средняя школа №2

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА ПРЕДЕЛЫ. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ



Работу выполнили:

Сидорова Анжела
Соловьева Наталья
Захарова Ольга
Сафонова Виктория
Пискунова Наталья

Руководитель:
Елоевич Нина Тимофеевна

г. Андреаполь, 2010

900igr.net

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Титульная страница
2. Оглавление
3. Вступление
4. Предел переменной величины
5. Основные свойства пределов
6. Предел функции в точке
7. Понятие о непрерывности функции
8. Предел функции на бесконечности
9. Замечательные пределы
10. Заключение

ПРЕДЕЛ ПЕРЕМЕННОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Предел – одно из основных понятий математического анализа. Понятие предела использовалось еще Ньютоном во второй половине XVII века и математиками XVIII века, такими как Эйлер и Лагранж, однако они понимали предел интуитивно. Первые строгие определения предела дали Больцано в 1816 году и Коши в 1821 году.

ε

1. ПРЕДЕЛ ПЕРЕМЕННОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Пусть переменная величина x в процессе своего изменения неограниченно приближается к числу 5, принимая при этом следующие значения: 4,9; 4,99;4,999;...или 5,1; 5,01; 5,001;... В этих случаях модуль разности стремится к нулю: = 0,1; 0,01; 0,001;...

Число 5 в приведенном примере называют пределом переменной величины x и пишут $\lim x = 5$.

Определение 1. Постоянная величина a называется пределом переменной x, если модуль разности при изменении x становится и остается меньше любого как угодно малого положительного числа e.

2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРЕДЕЛОВ

1. Предел алгебраической суммы конченного числа переменных величин равен алгебраической сумме пределов слагаемых:

$\lim(x + y + \ldots + t) = \lim x + \lim y + \ldots + \lim t.$

2. Предел произведения конечного числа переменных величин равен произведению их пределов:

$\lim(x \cdot y \ldots t) = \lim x \cdot \lim y \ldots \lim t.$

3. Постоянный множитель можно выносить за знак предела:

$\lim(cx) = \lim c \cdot \lim x = c \lim x.$

Например, $\lim(5x + 3) = \lim 5x + \lim 3 = 5 \lim x + 3.$

4. Предел отношения двух переменных величин равен отношению пределов, если предел знаменателя не равен нулю:

$\lim \frac{x}{y} = \frac{\lim x}{\lim y}$ $\lim y \neq 0$

5. Предел целой положительной степени переменной величины равен той же степени предела этой же переменной:

$\lim x^n = (\lim x)^n$

Например: $= \lim_{x \to -2}(x^3 + 3x^3) = \lim_{x \to -2} x^3 + 3 \lim_{x \to -2} x^2 = (-2)^2 + 3 \cdot (-2)^2 = -8 + 12 = 4$

6. Если переменные x, y, z удовлетворяют неравенствам $x \leq y \leq z$ $z \to a,$ $\to a,$ то $\to a$

3.ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ

Определение 2. Число b называется пределом* функции $f(x)$ в точке a, если для всех значений x, достаточно близких к a и отличных от a, значения функции $f(x)$ сколь угодно мало отличаются от числа b.

1.Найти: $\lim_{x\to 2}(3x^2 - 2x)$.

Решение. Используя последовательно свойства 1,3 и 5 предела, получим

$\lim_{x\to 2}(3x^2 - 2x) = \lim_{x\to 2}(3x^2) - \lim_{x\to 2}(2x) = 3\lim_{x\to 2}x^2 - 2\lim_{x\to 2}x = 3\left(\lim_{x\to 2}x^2\right) - 2\lim_{x\to 2}x = 3\cdot 2^2 - 2\cdot 2 = 8$

4. ПОНЯТИЕ О НЕПРЕРЫВНОСТИ ФУНКЦИИ

2. Вычислить $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+4x-3}{x+4}$

Решение. При x = 1 дробь $\dfrac{2x^2+4x-3}{x+4}$ определена, так как ее знаменатель отличен от нуля. Поэтому $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+4x-3}{x+4}=\dfrac{2\cdot 1^3+4\cdot 1-3}{1+4}=\dfrac{3}{5}$ точно заменить аргумент его предельным значением. Тогда получим

Указанное правило вычисления пределов нельзя применять в следующих случаях:

1)Если функция при x = a не определена;

2)Если знаменатель дроби при подстановке x = a оказывается равным нулю;

3)Если числитель и знаменатель дроби при подстановке x = a одновременно оказывается равным нулю или бесконечности.

В таких случаях пределы функций находят с помощью различных искусственных приемов.

5. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

3.Найти $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x+5}$

Решение. При $x\to\infty$ знаменатель x + 5 также стремится к бесконечности, а обратная ему величина $\frac{1}{x+5}\to$ 0. Следовательно, произведение $\frac{1}{x+5}\cdot 3$ $\frac{3}{x+5}$ стремится к нулю, если $x\to\infty$. Итак $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x+5}=0$

6. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ

Некоторые пределы невозможно найти теми способами, которые были изложены выше. Пусть например, требуется найти $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$. Непосредственная подстановка вместо аргумента его предела дает неопределенность вида 0/0. Невозможно также преобразовать числитель и знаменатель таким образом, чтобы выделить общий множитель, предел которого равен нулю.

Поступим следующим образом. Возьмем круг с радиусом, равным 1, и построим центральный угол AOB, равный 2x радианам. Проведем хорду AB и касательные AD и BD к окружности в точках A и B. Очевидно, что |AC| = |CB| = sin x, |AD| = |DB| = tg x

$\lim_{x\to P}\frac{\sin x}{x}$ = 1 – Первый замечательный предел.

$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$ ≈2,7182...,.

4. $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x$ - Второй замечательный предел.

Решение. Разделив числитель и знаменатель на x,получим

$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{(1+\frac{1}{x})^x}$ $\frac{1}{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x}$ $\frac{1}{e}$

7. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕДЕЛОВ

1. $\lim\limits_{x\to 3} x^2 - 7x + 4) = 3^2 - 7\cdot 3 + 4 = -8.$

Решение. Для нахождения предела непосредственного нахождения заменим пределы функции в точ$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$

2. . $\to 0$

Решение. Здесь пределы числителя и знаменателя при x равным нулю. Умножим числитель и $\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$ ль н$\dfrac{(\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x})(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}$ чи$\dfrac{2+x-2+x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}$м $\dfrac{2x}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}$ $\dfrac{2}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{5x}$, $= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{5x(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} = \dfrac{\lim\limits_{x\to 0} 2}{5\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})} = \dfrac{2}{5\cdot 2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном проекте рассматривался наряду с теоретическим материалом и практический.

В практическом применении рассмотрели всевозможные способы вычисления пределов.

Изучение второго раздела высшей математики уже вызывает большой интерес, так как в прошлом году рассматривали тему «Матрицы. Применение свойств матрицы к решению систем уравнений», которая была простой, хотя бы по той причине, что получаемый результат был контролируемым. Здесь такого контроля нет. Изучение Разделов высшей математики дает свой положительный результат.

Занятия по данному курсу принесли свои результаты:

- изучен большой объем теоретического и практического материала;
- выработано умение выбирать способ вычисления предела;
- отработано грамотное использование каждого способа вычисления;
- закреплено умение проектировать алгоритм задания.

Мы будем продолжать изучение разделов высшей математики. Цель ее изучения состоит в том, что мы будем хорошо готовы к повторному изучению курса высшей математики.