**Урок в 11 академическом классе по теме:**

# От показательных уравнений - к показательным не

"Что значит решить задачу? Это значит свести ее к уже реш

С.А. Яновска

# - Какие из данных уравнений являются показательными?

1) $100^2(0{,}01)^2 = 10^x$

2) $(x+1)^5 = 25$

3) $(\sqrt{3})^{2x} = (tg\dfrac{\pi}{3})^{x+1} \longrightarrow$ 3) $(\sqrt{3})^{2x} = (\sqrt{3})^{x+1}$

4) $6^{\sqrt{x}} + 8^{\sqrt{x}} = 10^{\sqrt{x}}$

5) $2^x = 3 - x$

6) $2^{\cos^2 x} - 8^{\sin^2 x} = 0$

7) $\cos(3\pi \cdot 5^x) - \cos(\pi \cdot 5^x) = \sin(\pi \cdot 5^x)$

8) $\sqrt{3^{\frac{1}{x}} + 7} = 4$

9) $\sqrt[x]{3} \cdot \sqrt[x]{5} = 225$

10) $x^2 + 3x - 4 = 0$

11) $(2x+1)^{x^2} = (2x+1)^x$

12) $5^{2x+12} = \sin 210^\circ$

Определение.

***Показательное***

уравнение –
это уравнение,

неравенство –
это неравенство,

содержащее переменную
в показателе степени

- Каков общий вид простейших показательных уравнений?

- Метод решения?

1. $$a^{f(x)} = a^{g(x)},\ a > 0, a \neq 1,$$

равносильно уравнению <u>*f(x) = g(x)*</u>

**(уравнивание показателей)**

Обоснование: *1) Если степени с равными основаниями, отличными от единицы и большими нуля, равны, то показатели равны;*

*2) функция монотонна на R, поэтому каждое свое значение она принимает при единственном значении аргумента.*

2. $$a^{f(x)} = b, \quad a > 0, a \neq 1, b > 0$$

- Каков общий вид простейших показательных неравенств?

- Метод решения?

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***

2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

**(сравнение показателей)**

**Обоснование:** ***а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.***

***б) Если a>1, то из неравенства*** $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

***если 0<a<1, то из неравенства*** $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$

# Работаем устно:

**Сравните *x* и *y*:** $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^y$ $\qquad \pi^x < \pi^y$

**Сравните основание *a* с единицей**: $a^{\frac{2}{5}} > a^{\frac{3}{5}}$, $\quad a^{-5,7} > a^{-6}$,

**1.** $5^x < 125$ **2.** $4^x > 1$ **3.** $0,2^x > \left(\frac{1}{5}\right)^2$

**4.** $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} < -12$ **5.** $3^x > -1$

**6.** $100^{3-x} > \cos\frac{2\pi}{3}$ **7.** $0,1^{3x} > 0,01$

**8.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-2)} > 1$

# Решите двойные неравенства:

$$1 < 5^x < 125$$

**Решение.** $1 < 5^x < 125$

$$5^0 < 5^x < 5^3$$

**т.к. показательная функция с основанием *а* =5, *а*>1 возрастает на R, то большему значению функции соответствует большее значение аргумента, имеем**

$$0 < x < 3$$

***Ответ: (0;3)***

$$3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le 27$$

**Решение.**

$$3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le 27$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

**т.к. основание степени *а* = 1/3, 0<*а*<1, то из неравенства**

$$a^u < a^t < a^v \Rightarrow \textit{неравенство}$$

$$v < t < u$$

**Имеем**

$$-1 > x \ge -3$$

$$-3 \le x < -1$$

$$\textit{Ответ}: [-3;-1)$$

# *Функционально-графический метод решения неравенства $f(x) < g(x)$*

1. Подбором найдем корень уравнения $f(x)=g(x)$, используя свойства монотонных функций;

2. Построим схематически графики обеих функций, проходящие через точку с найденной абсциссой;

3. Выберем решение неравенства, соответствующее знаку неравенства;

4. Запишем ответ.

## *Решить неравенства, используя функционально-графический метод*

$$1)\quad \left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1 \qquad\qquad 2)\quad 2^x \leq 3-\sqrt{x}$$

1) Решение.

1. $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ убывает на R

2. $g(x)=2x+1$ возрастает на R

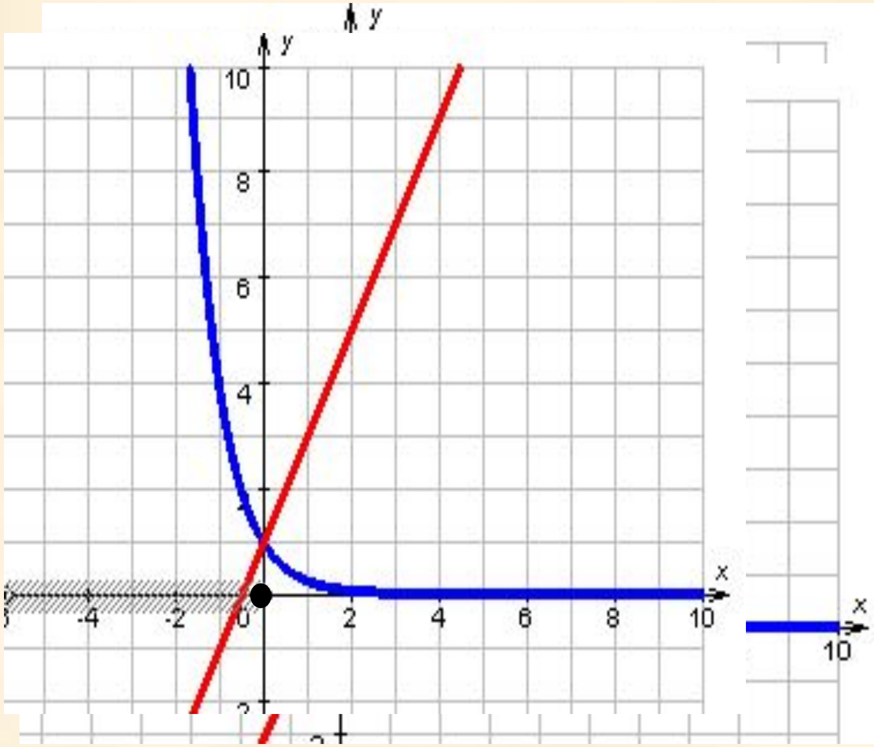
3. Уравнение ***f(x)=g(x)*** *имеет* не более одного корня

4. Подбором x=0

5. Строим схематически графики через точку (0, 1)

6. Неравенство выполняется при $x \leq 0$

**7.** $Ответ: (-\infty;0]$



# *Решить неравенства, используя функционально-графический метод*

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1$ 2) $2^x \leq 3-\sqrt{x}$

**2) Решение.**

1. $f(x) = 2^x$ **возраст. на R**

**2.** $g(x) = 3-\sqrt{x}$ **убывает на** $[0;+\infty)$

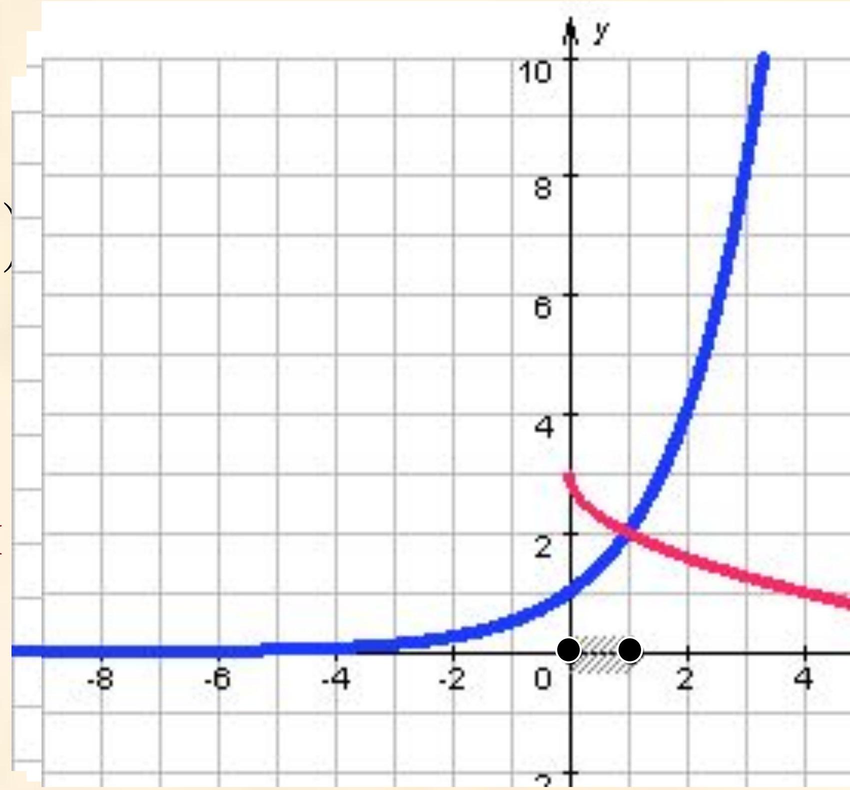
**3. Уравнение** ***f(x)=g(x) имеет***

**не более одного корня**

**4. Подбором x=1**

**5. Строим схематически графики**

**через точку (1, 2)**




**6. Неравенство выполняется при**

$$0 \leq x \leq 1$$

**7.** *Ответ* $:[0;1]$

- Каков общий вид простейших показательных неравенств?
- Метод решения?

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***
2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

**(сравнение показателей)**

**Обоснование:** ***а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.***

***б) Если a>1, то из неравенства*** $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

***если 0<a<1, то из неравенства*** $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$

# «Ключ»

| Вариант – 1 | Вариант - 2 |
|---|---|
| -1 | 1 |
| Б | В |
| 2 | 2 |
| $\left(-1;+\infty\right)$ | $\left[2;+\infty\right)$ |

# Задания группам:

**1 группа** $\dfrac{1}{2^x-1}+2^x=3$ **(>)**

**2 группа** $(\sqrt{7}-\sqrt{6})^{\frac{x-1}{x-3}}=\sqrt[x]{(\sqrt{7}+\sqrt{6})^2}$ **(≥)**

**3 группа** $9^x+6^x=4^{x+0,5};$ **( > )**

**4 группа** $\sqrt{2^x-1}+\sqrt{2^x+2}=3;$ **(≤)**

**5 группа** $(\dfrac{1}{5})^x+125\cdot(\dfrac{1}{5})^{-x}=30$ **(<)**

***В каждом уравнении замените знак равенства на указанный знак неравенства и решите полученное неравенство. (Используйте при необходимости метод интервалов).***

Спасибо всем за уро