

ЛОГАРИФМЫ

Подготовила Сухорукова Е.В.
МОУ «Борисовская средняя
общеобразовательная школа №2»

Содержание:

- Открытие логарифма
- Определение логарифма
- Свойства логарифмов
- Дополнительные формулы
- Свойства логарифмической функции
- График функции
- Решение логарифмических уравнений
- Примеры решения уравнений
- Решение логарифмических неравенств
- Примеры решения неравенств
- Попробуй решить!

открытие логарифма



- История логарифма началась в 17 веке. Логарифмы были изобретены шотландским дворянином Джоном Непером (1550-1617), опубликовавшим свои работы в 1614 году. Независимо от него и примерно в то же время пришел к открытию логарифмов швейцарский часовщик, математик и изобретатель Йост Бюрги (1552-1632), который опубликовал свои таблицы в 1620 году. Таблицы, опубликованные Непером и Бюрги были таблицами натуральных логарифмов, а первая таблица десятичных логарифмов опубликована в 1617 году Г.Бриггсом.

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получить b ($\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$), при этом должно быть $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$

Основное логарифмическое тождество:
$$a^{\log_a b} = b, b > 0$$

Свойства логарифмов

При любом $a > 0$ ($a \neq 1$) и любых положительных x и y :

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

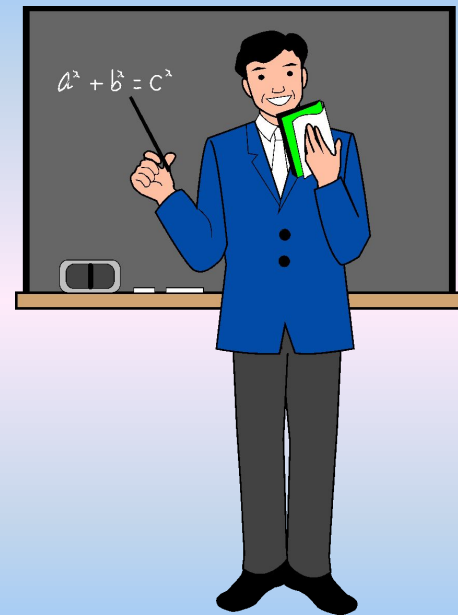
$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

Дополнительные формулы

$$\log_a b = \frac{1}{\log_{b.a}}$$

$$\log_n b * \log_m c = \log_m b * \log_n c$$

$$\log_{a^k} b^k = \log_a b$$



Свойства функции

$$D(y) = R_+$$

$$E(y) = R$$

Логарифмическая функция

$$y = \log_a x$$

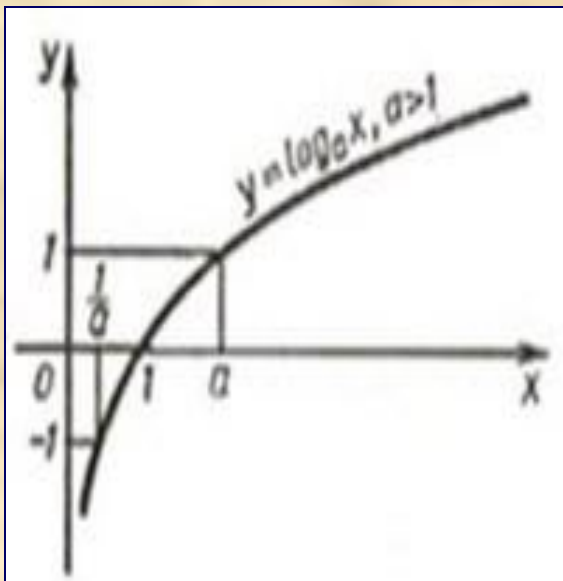
$$a > 1$$

$$0 < a < 1$$

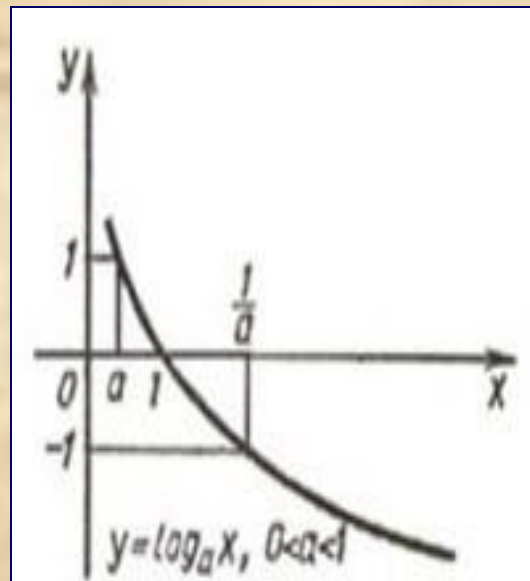
у возрастает на R_+

у убывает на R_+

График функции $y = \log_a x$



$$a > 1$$



$$0 < a < 1$$

Решение логарифмических уравнений

Логарифмическое уравнение

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим

Простейшее логарифмическое уравнение $\log_a x = b$,
 $a > 0$; $a \neq 1$

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$
равносильно системе:
 $\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \quad g(x) > 0 \end{cases}$

Корни подставляют в уравнение для исключения посторонних корней

Полезен метод введения новой переменной

Метод логарифмирования, если переменная есть и в основании, и в показателе степени

Примеры решения уравнений

$$\log_2(x-1)=6,$$

$$x-1>0, \text{ т.е. } x>1$$

По определению
логарифма:

$$x - 1 = 6^2$$

$$x - 1 = 36$$

$$x = 37$$

$$\log_5^2 x - \log_5 x = 2$$

$$\text{Пусть } \log_5 x = y,$$

$$\text{тогда } y^2 - y = 2,$$

$$y^2 - y - 2 = 0,$$

$$y = 2 \text{ или } y = -1$$

$$\log_5 x = 2, \log_5 x = -1$$

$$x = 25 \text{ или } x = 1/5$$

$$x^{\log_2 x + 2} = 8$$

Прологарифмируем
обе части уравнения
по основанию 2:

$$\log_2(x^{\log_2 x + 2}) = \log_2 8,$$

$$(\log_2 x + 2) * \log_2 x = 3.$$

Пусть $\log_2 x = y$, тогда

$$y^2 + 2y - 3 = 0,$$

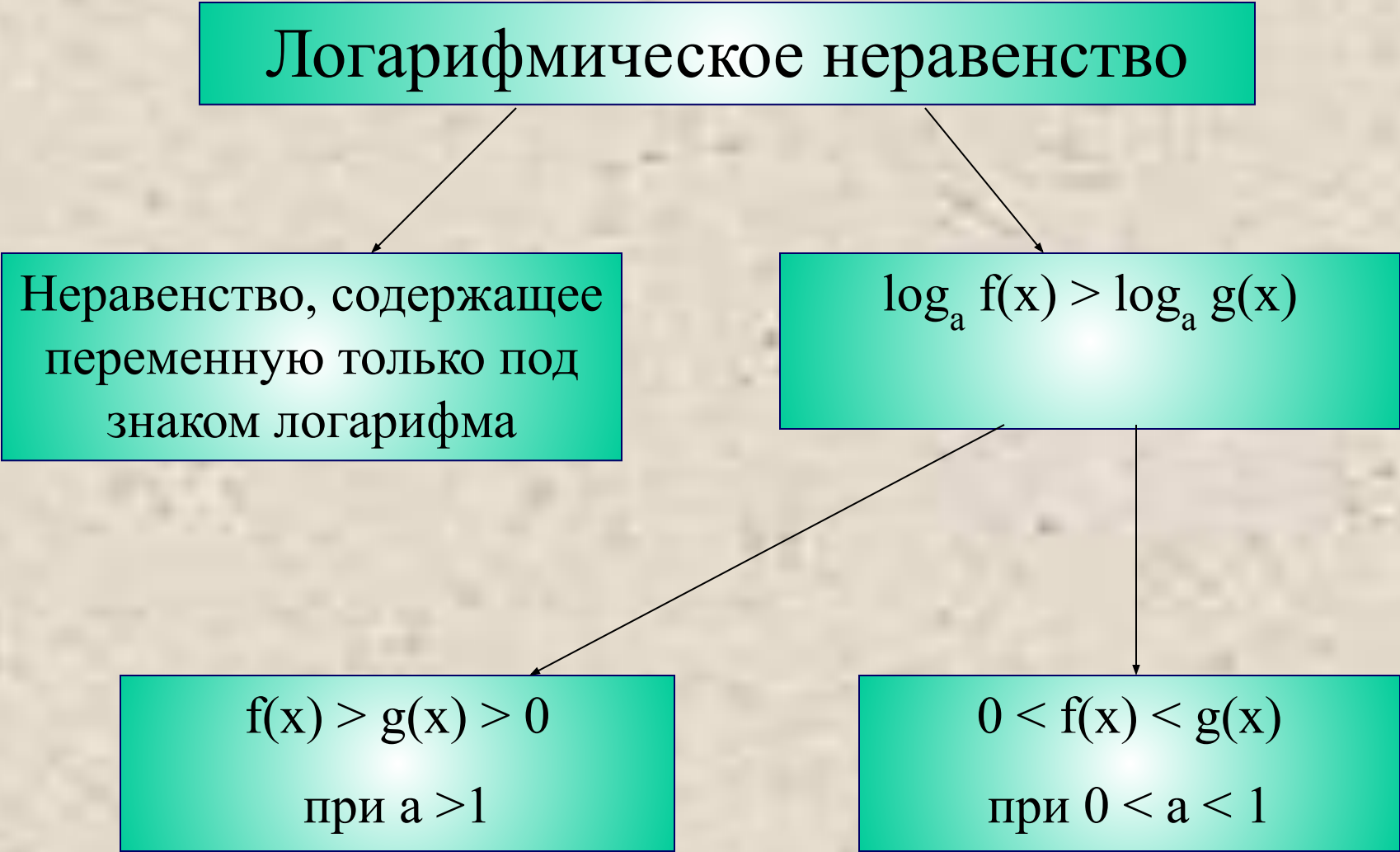
$$y = 1 \quad \text{или} \quad y = -3.$$

$$\log_2 x = 1 \text{ или } \log_2 x = -3$$

$$x = 2 \quad \text{или} \quad x = 1/8$$

Решение логарифмических неравенств

Логарифмическое неравенство



```
graph TD; A[Логарифмическое неравенство] --> B[Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма]; A --> C["log_a f(x) > log_a g(x)"]; C --> D["f(x) > g(x) > 0<br/>при a > 1"]; C --> E["0 < f(x) < g(x)<br/>при 0 < a < 1"];
```

Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

$$f(x) > g(x) > 0$$

при $a > 1$

$$0 < f(x) < g(x)$$

при $0 < a < 1$

Примеры решения неравенств

$$\log_5 (x - 3) < 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 3 > 0 \\ x - 3 < 25 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 3 \\ x < 28 \end{array} \right.$$

Ответ: (3;28)

$$\log_{0,5} (2x-4) > -1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - 4 > 0 \\ 2x - 4 < 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 2 \\ x < 3 \end{array} \right.$$

Ответ: (2;3)

Попробуй решить!

$$\log_2(x^2+4x+3) = 3$$

$$\log_x(125x) * \log_{25}^2 x = 1$$

$$\log_{0,5} x^2 > \log_{0,5} 3x$$

