

# АЛГЕБРА, 8 класс

## Тема урока: «Квадратные уравнения»

Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно только не знать.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

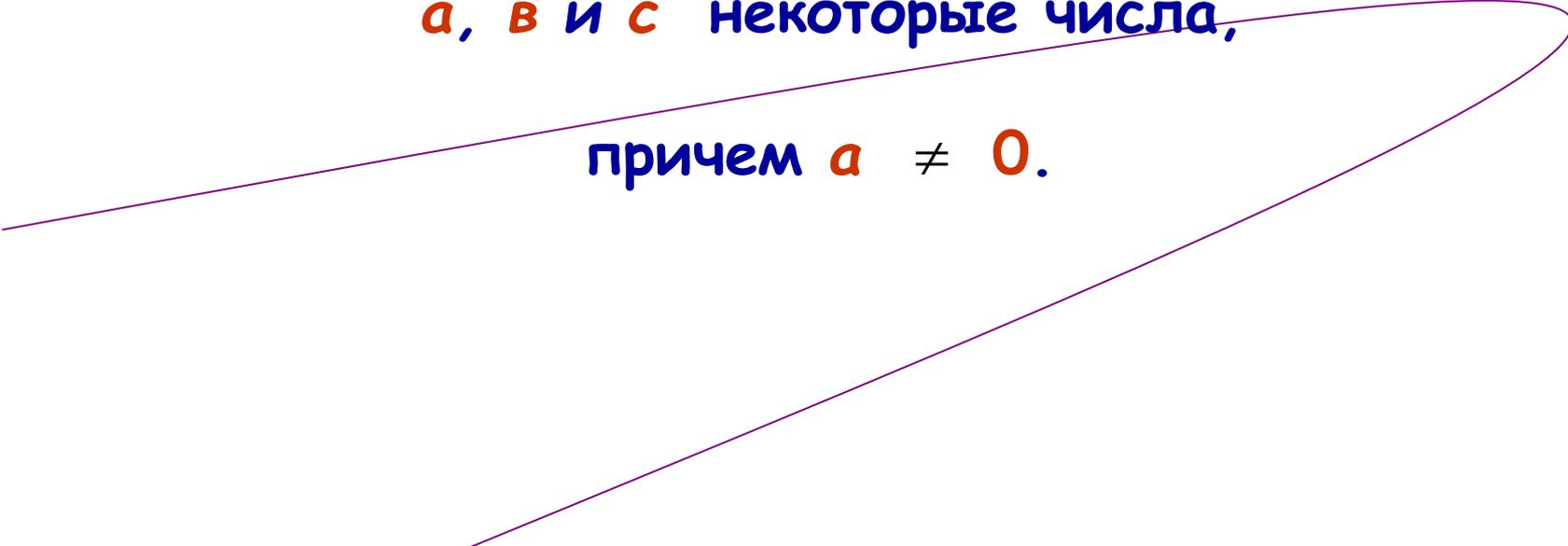
Квадратным уравнением называется

уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,

где  $x$  - переменная,

$a$ ,  $b$  и  $c$  некоторые числа,

причем  $a \neq 0$ .



# КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

## ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x - 7 &= 0 \\ 6x + x^2 - 3 &= 0 \\ x^2 - 8x - 7 &= 0 \\ 25 - 10x + x^2 &= 0 \end{aligned}$$

## НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x &= 0 \\ 2x + x^2 &= 0 \\ 125 + 5x^2 &= 0 \\ 49x^2 - 81 &= 0 \end{aligned}$$

# Определите коэффициенты квадратного уравнения:

1 вариант

а)  $6x^2 - x + 4 = 0$

б)  $12x - x^2 = 0$

в)  $8 + 5x^2 = 0$

2 вариант

а)  $x - 6x^2 = 0$

б)  $-x + x^2 - 15 = 0$

в)  $-9x^2 + 3 = 0$

1 вариант

а)  $a = 6, b = -1, c = 4;$

б)  $a = -1, b = 12, c = 0;$

в)  $a = 5, b = 0, c = 8;$

2 вариант

а)  $a = -6, b = 1, c = 0;$

б)  $a = 1, b = -1, c = -15;$

в)  $a = -9, b = 0, c = 3.$

# РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

1. Перенос  $c$  в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на  $a$ .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если  $-c/a > 0$  - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{и} \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если  $-c/a < 0$  - нет решений

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

1. Вынесение  $x$  за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$$x=0 \quad \text{и} \quad ax + b = 0$$

3. Два решения:

$$x = 0 \quad \text{и} \quad x = -b/a$$

$$b, c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Деление обеих частей уравнения на  $a$ .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение:  $x = 0$ .

# РЕШИ НЕПОЛНЫЕ УРАВНЕНИЯ :

## 1 вариант

а)  $2x + 3x^2 = 0$

б)  $3x^2 - 243 = 0$

в)  $6x^2 = -10x - 2x(5 - 3x)$ .

## 2 вариант

а)  $3x^2 - 2x = 0$

б)  $125 - 5x^2 = 0$

в)  $-12x - 6x(2 - 3x) = 18x^2$

# Проверь товарища

## 1 вариант

а)  $x(2+3x)=0$ ,

$x=0$  или  $2+3x=0$ ,

$3x = -2$ ,

$x = -2/3$ .

Ответ: 0 и  $-2/3$ .

б)  $3x^2 = 243$ ,

$x^2 = 243/3$ ,

$x^2 = 81$ ,

$x = -9$ ,  $x = 9$ .

Ответ:  $-9$  и  $9$ .

в)  $6x^2 = -10x -10x + 6x^2$ ,

$6x^2 +10x +10x - 6x^2 =0$ ,

$20x = 0$ ,

$x=0$ .

Ответ: 0.

## 2 вариант

а)  $x(3x -2) =0$ ,

$x=0$  или  $3x-2=0$ ,

$3x = 2$ ,

$x = 2/3$ .

Ответ: 0 и  $2/3$ .

б)  $-5x^2 = -125$ ,

$x^2 = -125/-5$ ,

$x^2 = 25$ ,

$x = -5$ ,  $x = 5$ .

Ответ:  $-5$  и  $5$ .

в)  $-12x -12x +18x^2 - 18x^2 = 0$ ,

$-24x = 0$ ,

$x = 0$ .

Ответ: 0.

# Динамическая пауза

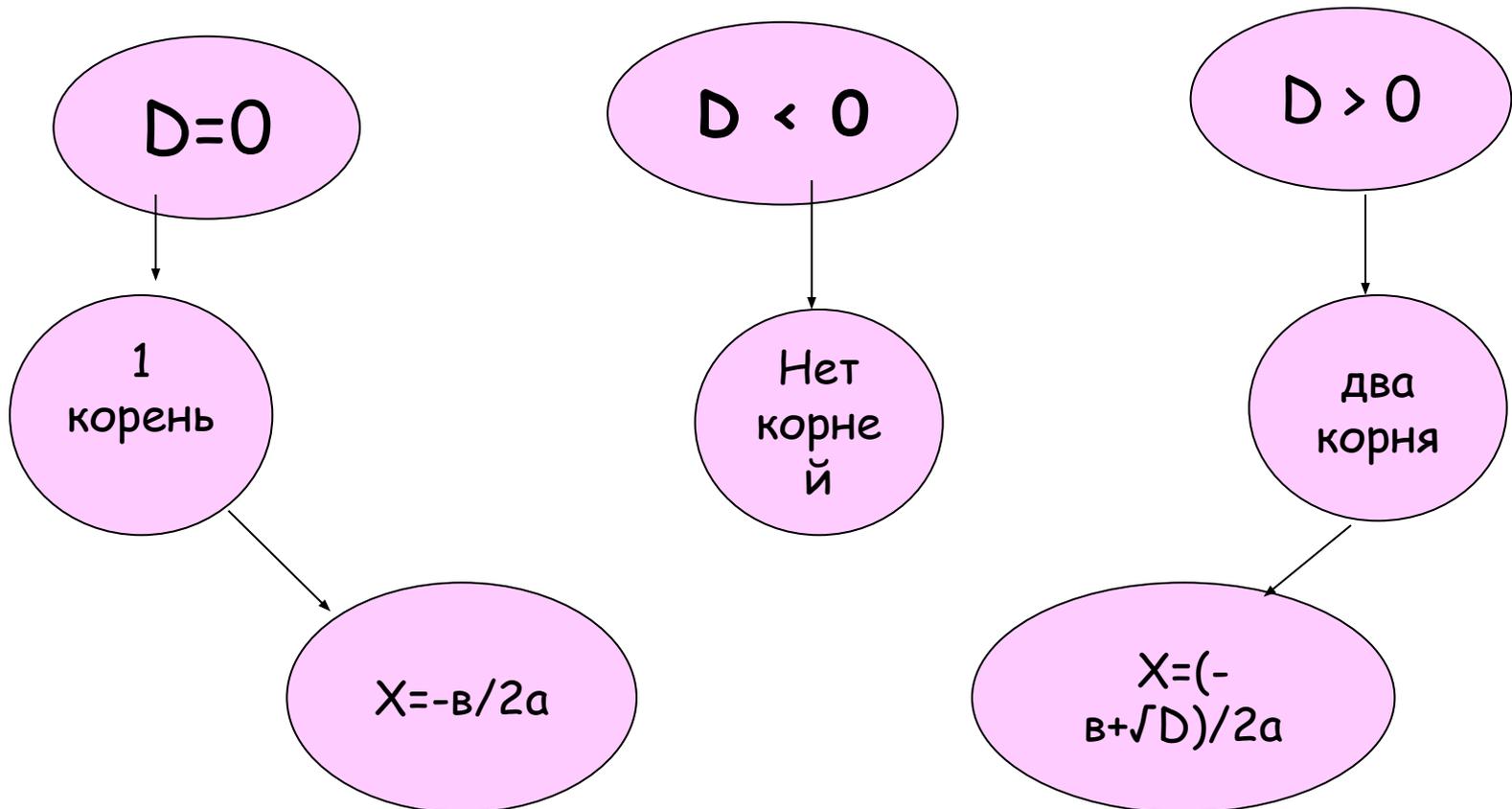
- а)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- б)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- в)  $x^2 - 2x + 3 = 0$
- г)  $6x^2 - x + 4 = 0$
- д)  $12x - x^2 = 0$
- е)  $8 + 5x^2 = 0$
- ж)  $5x^2 - 4x + 2 = 0$
- з)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- и)  $x^2 - 6x + 9 = 0$
- к)  $x - 6x^2 = 0$
- л)  $-x + x^2 - 15 = 0$
- м)  $-9x^2 + 3 = 0$

# Способы решения полных квадратных уравнений

1. Выделение квадрата двучлена.
2. Формула:  $D = b^2 - 4ac$ ,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
3. Теорема Виета.

# От чего зависит количество корней квадратного уравнения?

Ответ: От знака  $D$  - дискриминанта.



# Вычисли дискриминант и определи количество корней квадратного уравнения

- **1 вариант**

- а)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$
- б)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$
- в)  $x^2 - 2x + 3 = 0$

- **2 вариант**

- а)  $5x^2 - 4x + 2 = 0$
- б)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$
- в)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

# Проверь товарища $D=b^2-4ac$

## *1 вариант*

- а)  $D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49$ ,  
2 корня;
- б)  $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$ ,  
1 корень;
- в)  $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$ ,  
нет корней

## *2 вариант*

- а)  $D = (-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = -24$ ,  
нет корней;
- $D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 25$ ,  
2 корня;
- $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$ ,  
1 корень

# РЕШИ УРАВНЕНИЯ

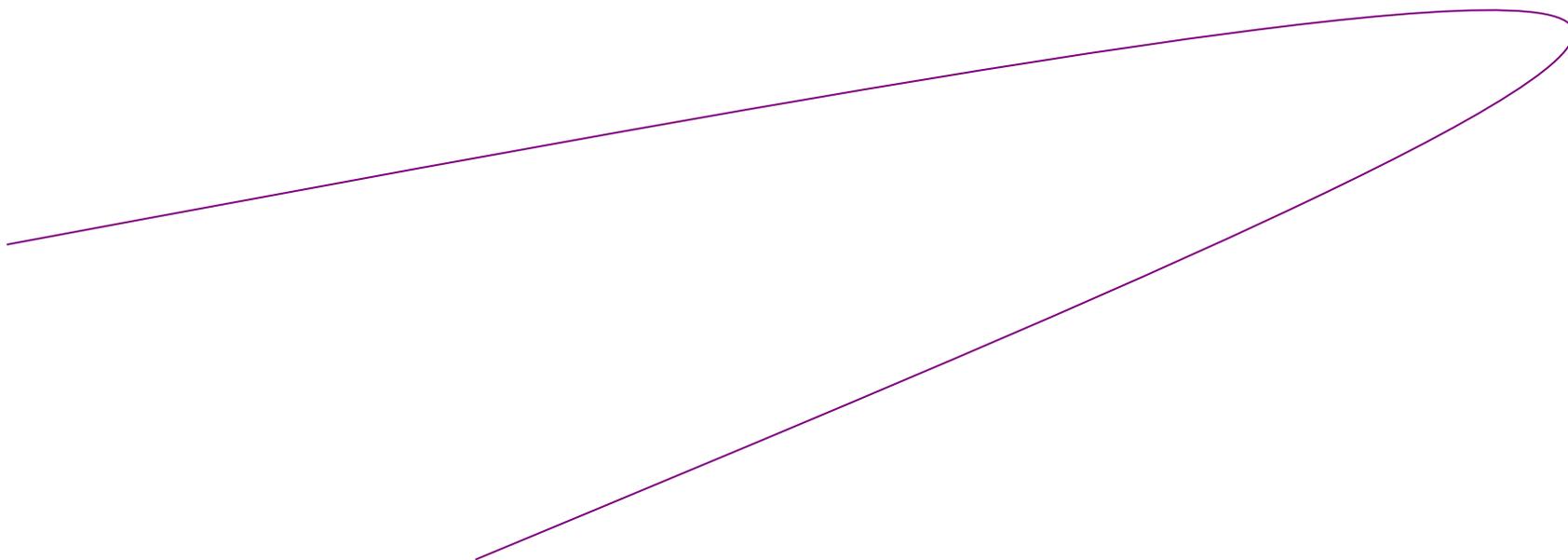
с помощью формулы :

**1 вариант**

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

**2 вариант**

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$



# Проверь себя

## 1 вариант

$$2x^2 + 5x - 7 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81 = 9^2,$$

$$x = (-5 - 9) / 2 \cdot 2 = -14 / 4 = -3,5,$$

$$x = (-5 + 9) / 4 = 4 / 4 = 1.$$

Ответ: -3,5 и 1.

## 2 вариант

$$2x^2 + 5x - 3 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 = 7^2,$$

$$x = (-5 - 7) / 2 \cdot 2 = -12 / 4 = -3,$$

$$x = (-5 + 7) / 4 = 2 / 4 = 0,5.$$

Ответ: -3 и 0,5.

## Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

---

### Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.

А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

### Решение задачи Бхаскары:

Пусть было  $x$  обезьянок,  
тогда на поляне забавлялось  $-(x/8)^2$  и 12 прыгали по  
лианам.

Составим уравнение:

$$\bullet (x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 + 12 - x = 0, \quad / * 64$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0,$$

$$D = (-64)^2 - 4 * 1 * 768 = 4096 - 3072 = 1024 = 32^2,$$

2 корня

$$x = (64 - 32)/2 = 16,$$

$$x = (64 + 32)/2 = 48.$$

**Ответ 16 или 48 обезьянок.**

СПАСИБО ЗА ПОК!

