

Урок по алгебре и начала анализа в 11классе

Интеграл

Учитель Стрельникова Любовь
Петровна

«Путешествие в мир интегралов и первообразных

Путешествие в мир интегралов и первообразных.



**Достижения крупные
людям
Никогда не давались
легко!**

Цели и задачи:

Обучающие:

обобщение и систематизация знаний учащихся;
закрепление основных понятий базового уровня.

Развивающие:

развитие познавательного интереса;
развитие логического мышления и внимания;
формирование потребности в приобретении знаний.

Воспитательные:

воспитание сознательной дисциплины и норм
поведения;
воспитание ответственности, умения принимать
самостоятельные решения.

Верно ли утверждение, определение, свойство?



1. Функция F называется первообразной для функции f на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка $F'(x)=f(x)$

2. Если $F'(x)=0$ на некотором промежутке I , то функция F не всегда постоянна на этом промежутке.

3. Пусть на отрезке $[a; b]$ оси Ox задана непрерывная функция f , не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком $[a; b]$ и прямыми $x=a$ и $x=b$ называют криволинейной трапецией

4. Для любой непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции f S_n при $n \rightarrow \infty$ стремится к некоторому числу. Это число называют (по определению) интегралом функции f от a до b и обозначают

$$\int_a^b f(x) dx$$

5. Официальной датой рождения дифференциального исчисления можно считать май 1684, когда Лейбниц опубликовал первую статью «Новый метод максимумов и минимумов...». Эта статья в сжатой и малодоступной форме излагала принципы нового метода, названного дифференциальным исчислением.

Устная работа.



Существуют ли интегралы:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2}; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x} dx; \quad \int_0^7 \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} dx.$$

Назовите одну из первообразных для каждой из следующих функций:

$$f(x) = 4; \quad f(x) = -1; \quad f(x) = x^3; \quad f(x) = \cos x; \\ f(x) = x^2 + 3\cos x.$$

Пример

1) $\int_{-1}^1 x^4 dx;$

Ответ: а) $\frac{2}{5}$; б) 0,6; в) $2\frac{1}{2}$

2) $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos dx;$

Ответ: а) 2; б) 1; в) 1,5

3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$

Ответ: а) 0; б) 2; в) 1

4) $\int_2^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{x^2};$

Ответ: а) $2\frac{1}{2}$; б) $-2\frac{1}{2}$; в) 2

5) $\int_{-5}^{-2} (-x^2 - 6x - 5) dx;$

Ответ: а) 9; б) 9,5; в) -9

6) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2(\pi+x)}$

Ответ: а) 1; б) 1,5; в) 2

7) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{(2x+1)^2};$

Ответ: а) -0,6; б) 0,6; в) 1

Немного истории

$$\int y dx \quad -1675 \text{ г, опубликовано в } 1686 \text{ г}$$

ввел Г.Лейбниц

$$f'(x) \quad - 1675 \text{ г, Ж Лагранж}$$

Официальной датой рождения дифференциального исчисления можно считать май 1684, когда Лейбниц опубликовал первую статью «Новый метод максимумов и минимумов...»

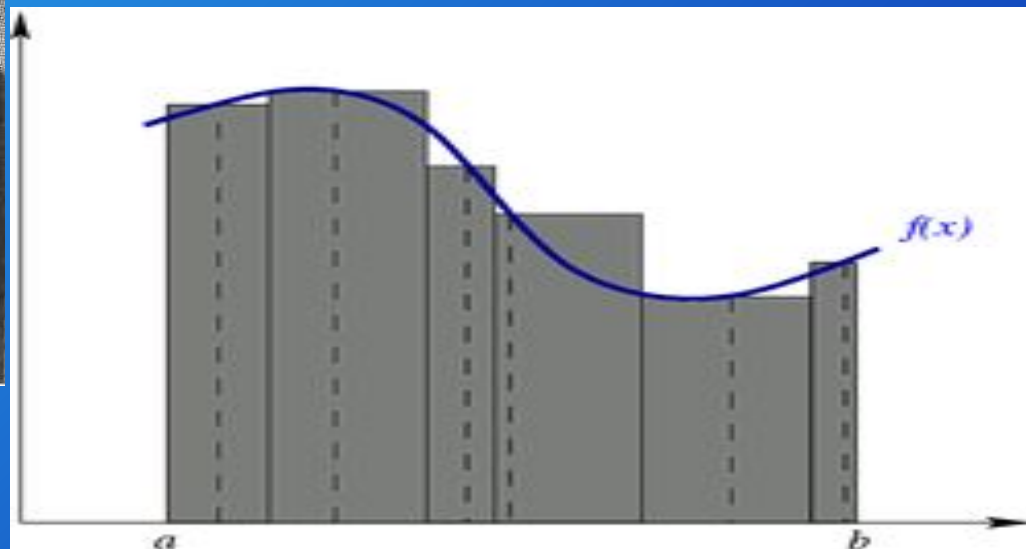
В XIX веке Коши первым дал анализу твёрдое логическое обоснование, введя понятие предела последовательности, он же открыл новую страницу комплексного анализа. Пуассон, Лиувиль, Фурье и другие изучали дифференциальные уравнения в частных производных и гармонический анализ.



Лейбниц Готфрид Вильгельм (1646-1716)

«Общее искусство знаков
представляет чудесное
пособие, так как оно
разгружает воображение...»

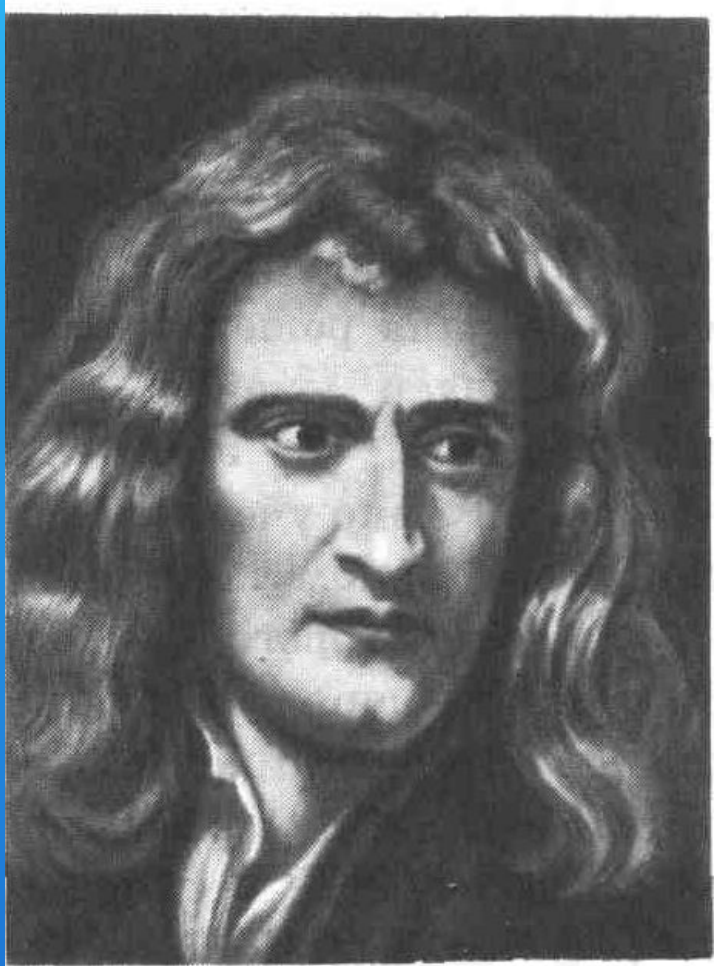
Лейбниц



Формула Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Исаак Ньютон (1643-1727)

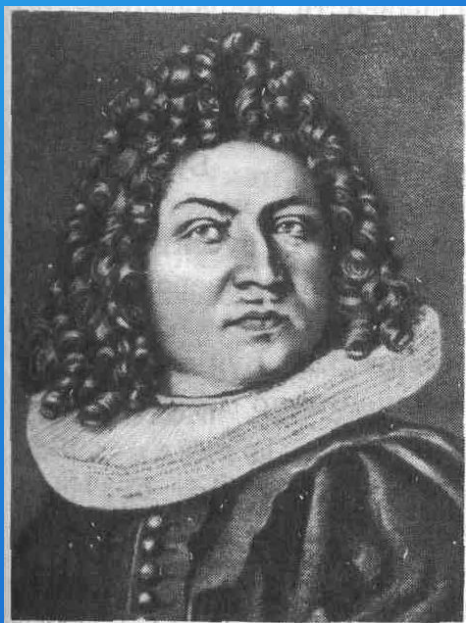


Разумом он
превосходил род
человеческий.

Лукреций

Немного истории

- «Интеграл» придумал Я.Бернулли (1690)
 - «восстанавливать» от латинского *integro*
«целый» от латинского *integer*



ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

```
graph TD; A[ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ] --> B[неопределенный интеграл (первообразная)]; A --> C[определенный интеграл (площадь криволинейной фигуры)]; B --> D[И.НЬЮТОН]; C --> E[Г.Лейбниц];
```

неопределенный
интеграл
(первообразная)

И.НЬЮТОН

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

определенный
интеграл
(площадь
криволинейной
фигуры)

Г.Лейбниц

Дифференцирование

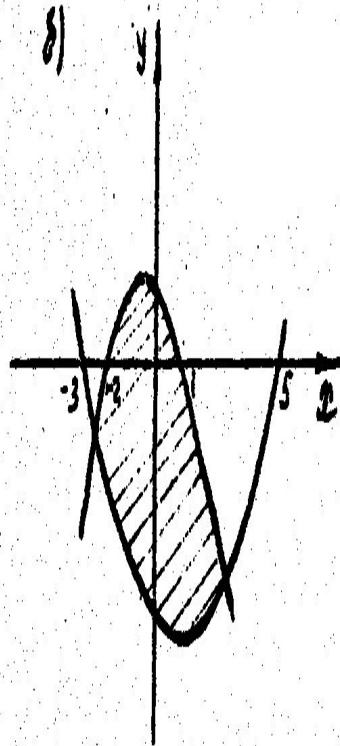
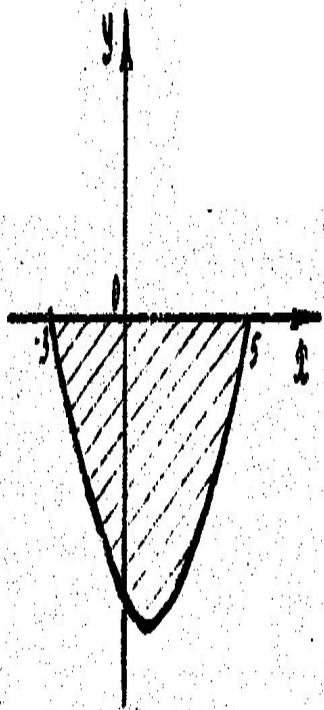


$x(t)$ $v(t)$ $a(t)$

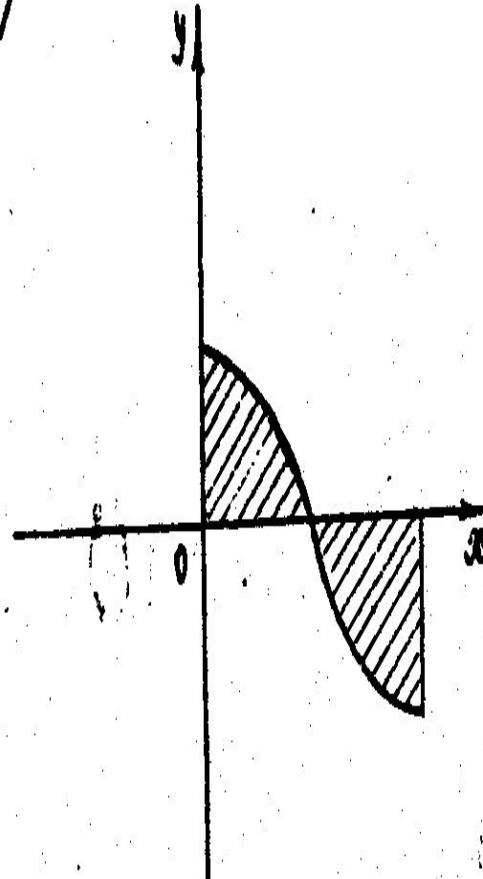
Интегрирование

Интеграл функции — естественный аналог суммы последовательности. Согласно основной теореме анализа, интегрирование — операция, обратная к дифференцированию. Процесс нахождения интеграла называется интегрированием.

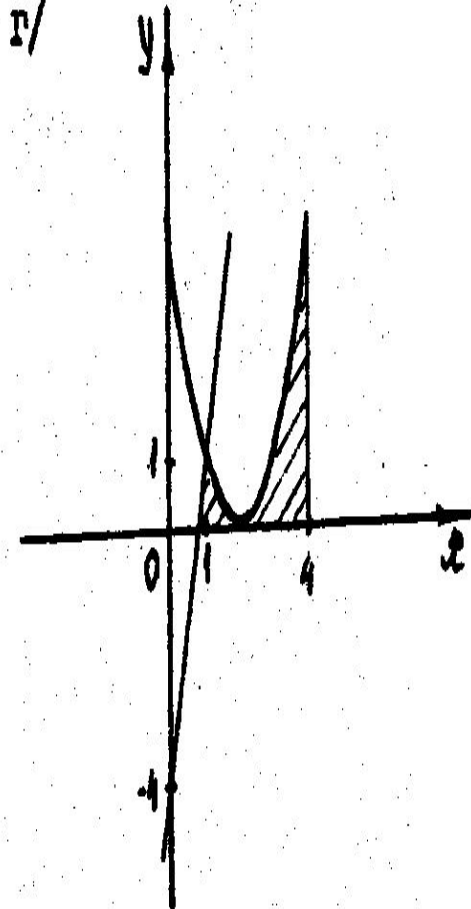
Являются ли фигуры криволинейными трапециями ?



в/



г/



Применение интеграла

- Площадь фигуры
- Объем тела вращения
- Работа электрического заряда
- Работа переменной силы
- Центр масс



Спасибо за мир!