



ФРАКТАЛЫ

Путешествие в мир фракталов

- *Математика,
если на нее правильно
посмотреть,
отражает не только
истину,
но и несравненную
красоту.*



Фракталы в природе



Понятие "фрактал".

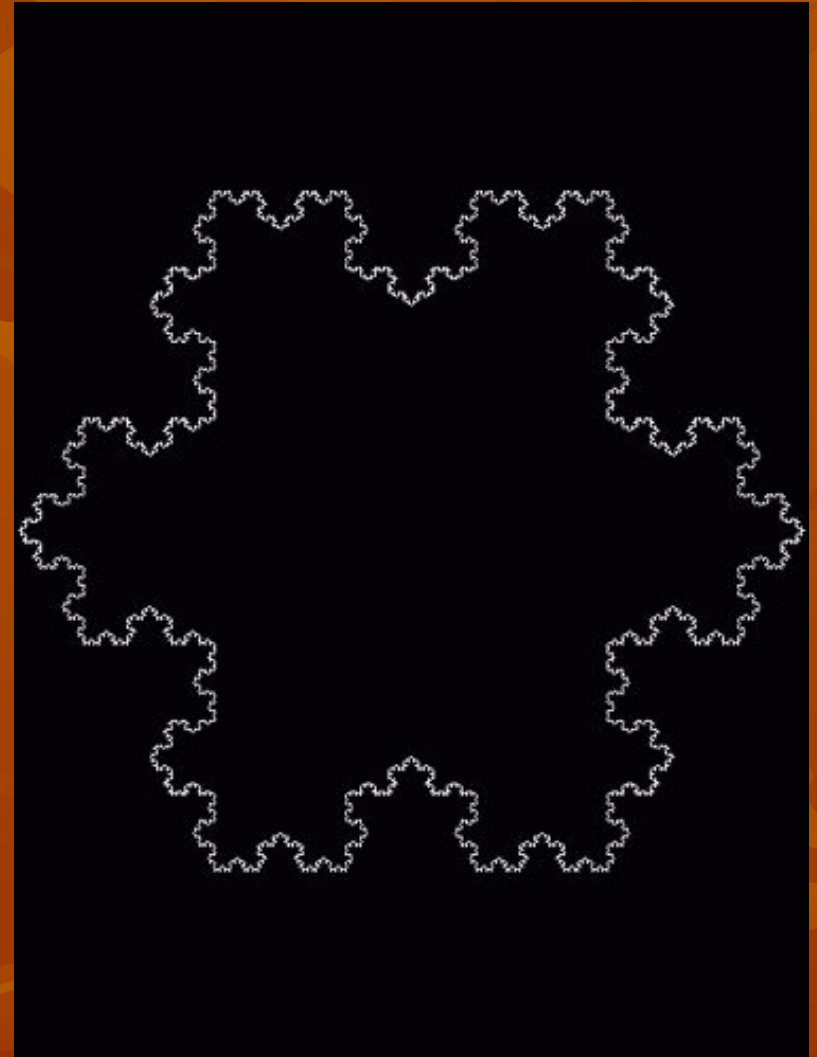
- Понятия **фрактал** и **фрактальная геометрия**, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово **фрактал** образовано от латинского **fractus** и в переводе означает *состоящий из фрагментов*. Оно было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур, которыми он занимался. Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта *'The Fractal Geometry of Nature'*. В его работах использованы научные результаты других ученых, работавших в период 1875-1925 годов в той же области (Пуанкаре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф). Но только в наше время удалось объединить их работы в единую систему

Геометрические фракталы

- . Геометрические фракталы
- Именно с них и начиналась история фракталов. Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" - аксиома - набор отрезков, на основании которых будет строиться фрактал. Далее к этой "затравке" применяют набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру. Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований - получим геометрический фрактал

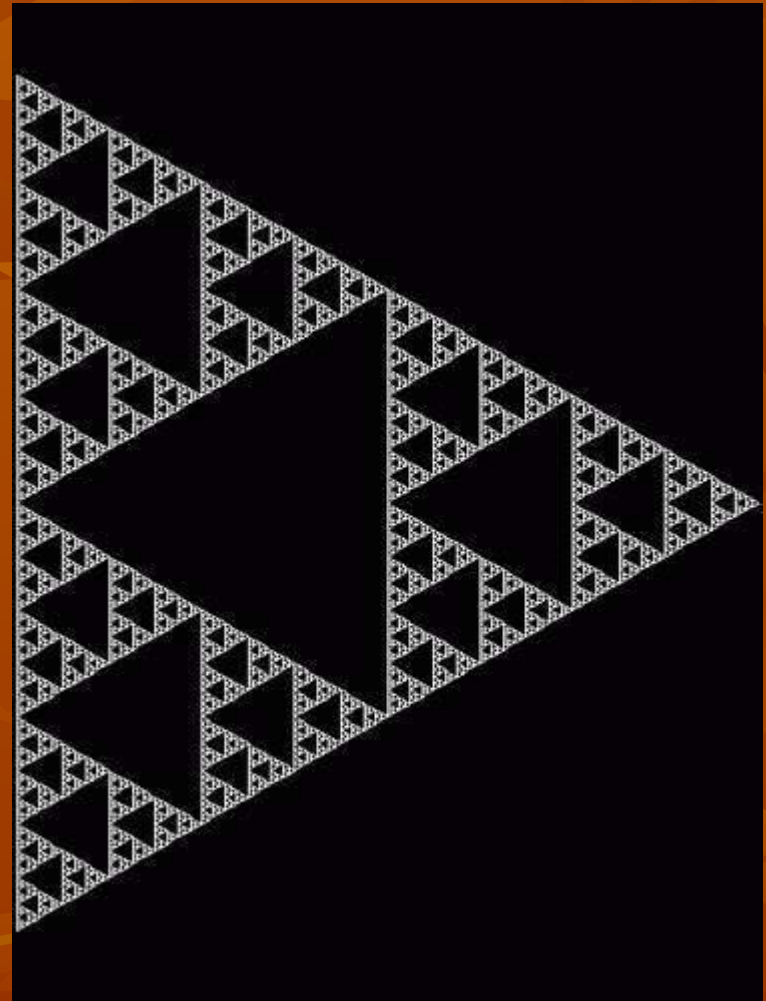
Снежинка Коха

- Из геометрических фракталов очень интересным и довольно знаменитым является первый - снежинка Коха. Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого $\rule{0.5cm}{0.4pt}$ заменяется на 4 линии каждая длиной в $1/3$ исходной $\rule{0.5cm}{0.4pt}$. Таким образом, с каждой итерацией длина кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длины. Получается, что наша бесконечная кривая покрывает ограниченную площадь

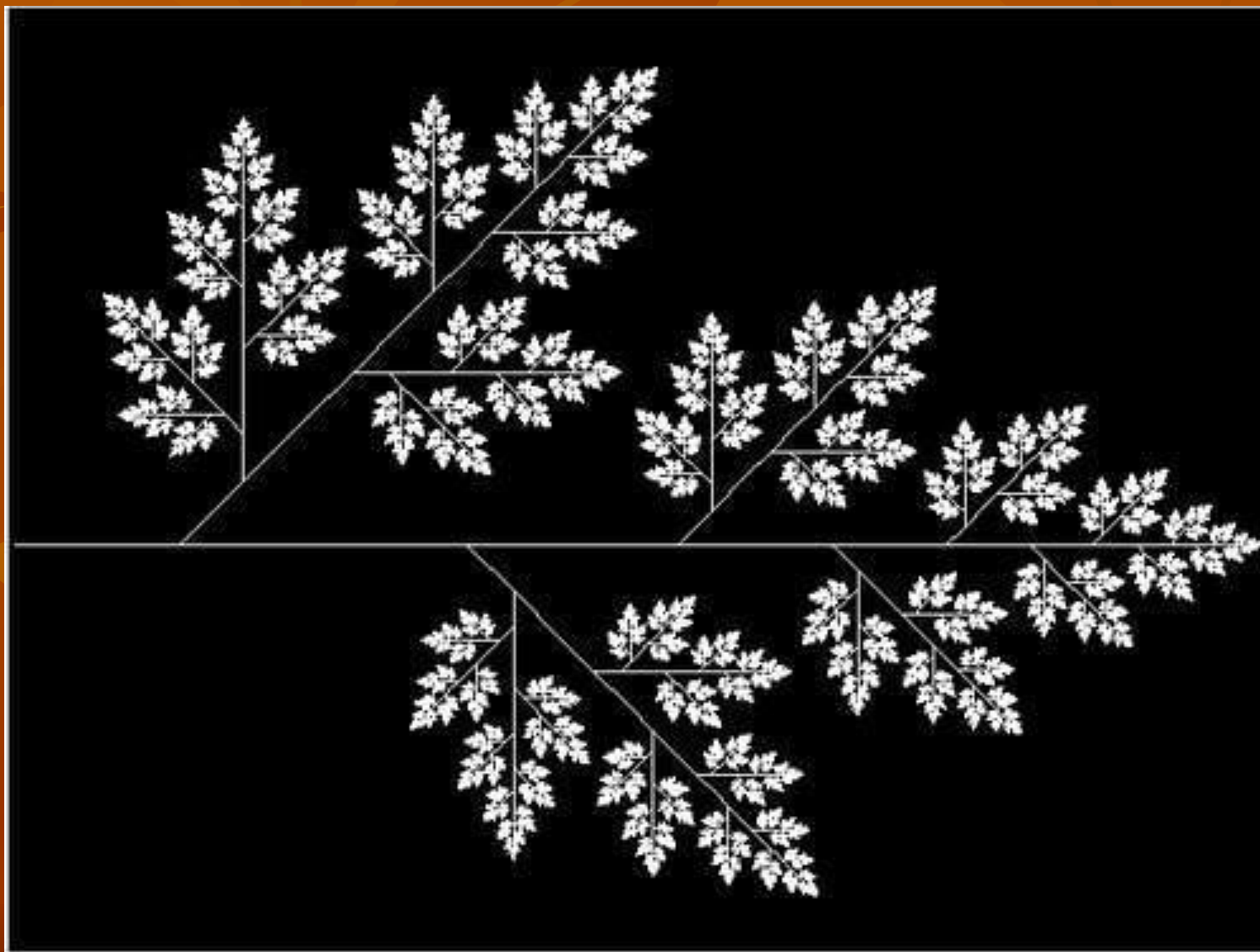


Треугольник Серпинского

- Для построения из центра равностороннего треугольника "вырежем" треугольник. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если мы теперь возьмем любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с полным самоподобием.



Лист



Алгебраические фракталы

- .
Вторая большая группа фракталов - алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул иногда весьма простых. Методов получения алгебраических фракталов несколько. Один из методов представляет собой многократный (итерационный) расчет функции $Z_{n+1}=f(Z_n)$, где Z - комплексное число, а f некая функция. Расчет данной функции продолжается до выполнения определенного условия. И когда это условие выполнится - на экран выводится точка. При этом значения функции для разных точек комплексной плоскости может иметь разное поведение:
 - С течением времени стремится к бесконечности.
 - Стремится к 0
 - Принимает несколько фиксированных значений и не выходит за их пределы.
 - Поведение хаотично, без каких либо тенденций.

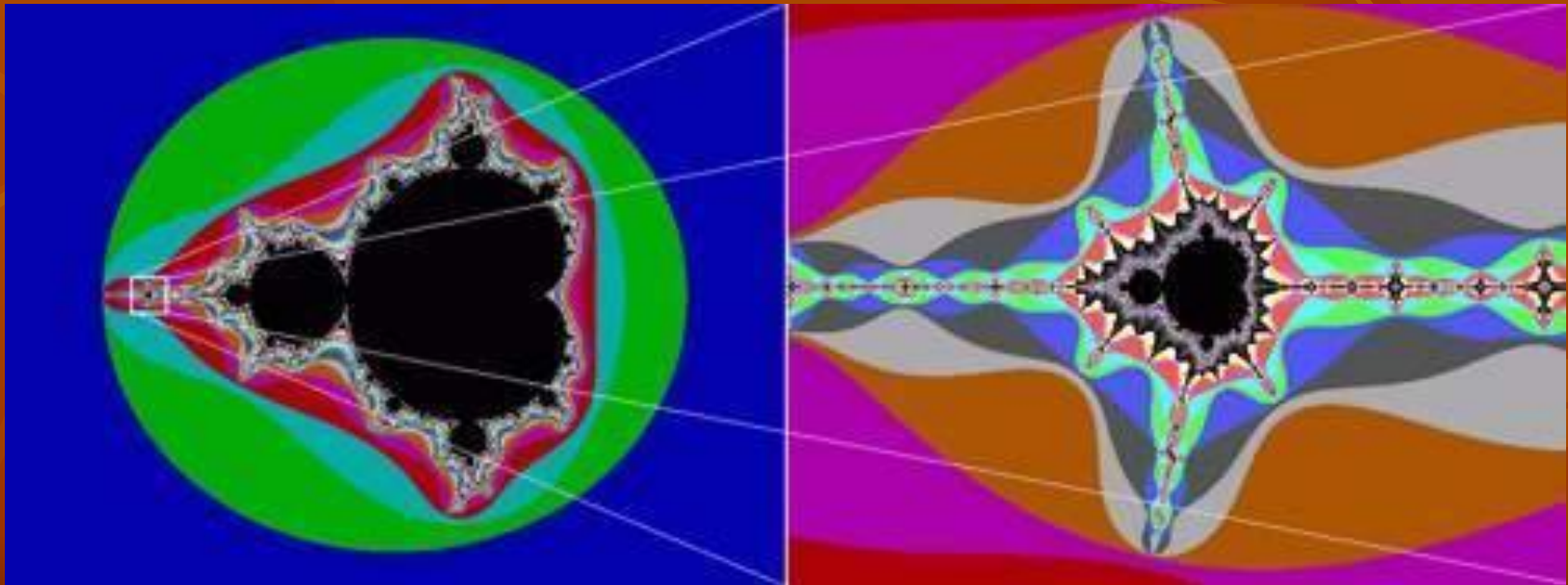
Множество Мандельброта

- обратимся к классике - множеству Мандельброта.
-
- Для его построения нам необходимы комплексные числа. На всякий случай напомним, что такое комплексные числа. Комплексное число - это число, состоящее из двух частей - действительной и мнимой, и обозначается оно $a+bi$. Действительная часть a это обычное число в нашем представлении, а вот мнимая часть bi интересней. i - называют мнимой единицей. Почему мнимой? А потому, что если мы возведем i в квадрат, то получим -1 .
- Комплексные числа можно складывать, вычитать, умножать, делить, возводить в степень и извлекать корень, нельзя только их сравнивать. Комплексное число можно изобразить как точку на плоскости, у которой координата X это действительная часть a , а Y это коэффициент при мнимой части b .
- Функционально множество Мандельброта определяется как $Z_{n+1}=Z_n*Z_n+C$.

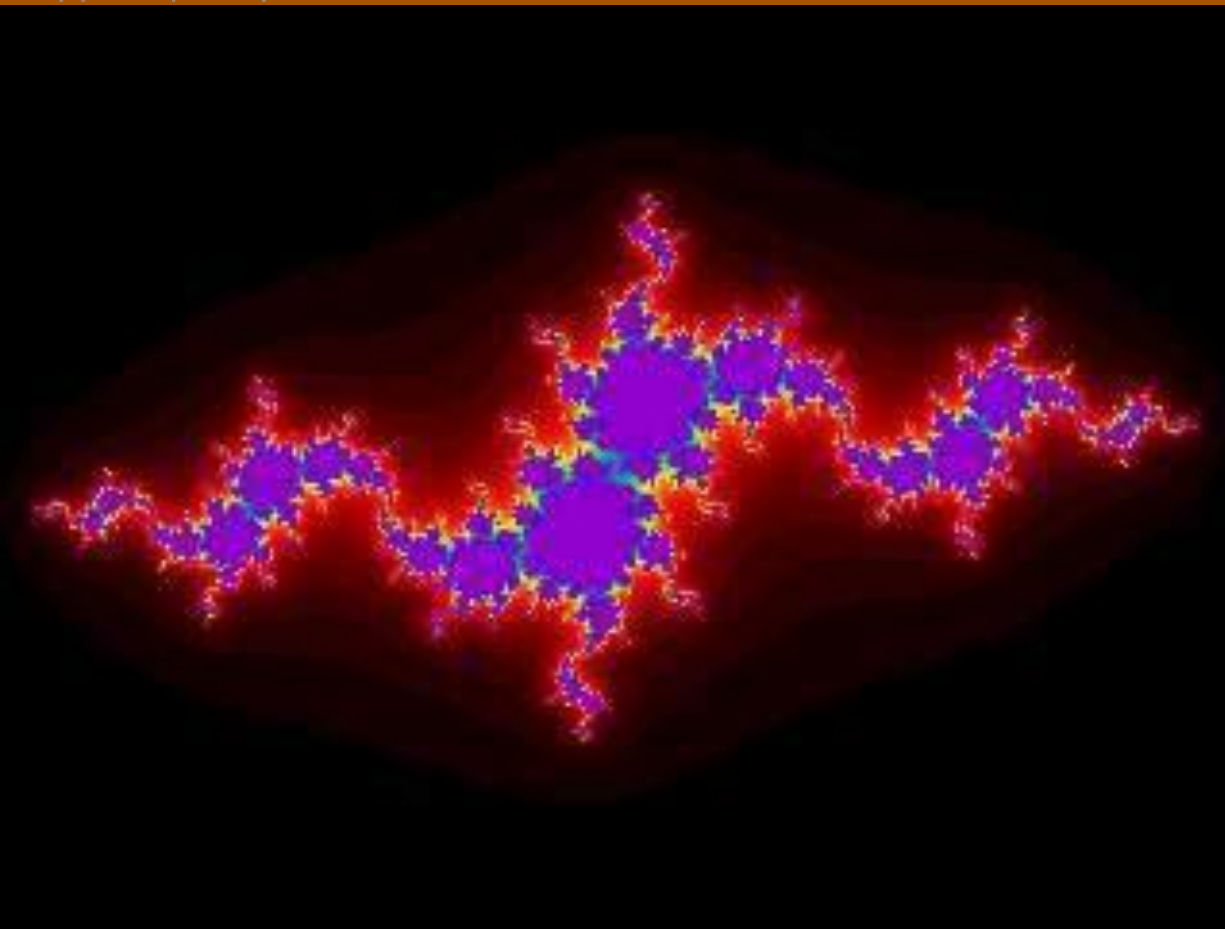
- Для всех точек на комплексной плоскости в интервале от $-2+2i$ до $2+2i$ выполняем некоторое достаточно большое количество раз $Z_n = Z_0 * Z_0 + C$, каждый раз проверяя абсолютное значение Z_n . Если это значение больше 2, то рисуем точку с цветом равным номеру итерации на котором абсолютное значение превысило 2, иначе рисуем точку черного цвета. Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами.
- Черный цвет в середине показывает, что в этих точках функция стремится к нулю - это и есть множество Мандельброта. За пределами этого множества функция стремится к бесконечности. А самое интересное это границы множества. Они то и являются фрактальными. На границах этого множества функция ведет себя непредсказуемо - хаотично.

Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами

- Справа-небольшой участок множества Мандельброта, увеличенное до размеров предыдущего рисунка.



$$f(z) = a(z^2 + b)$$



$$f(z) = a(z^2 + b)$$

- множество Жюлиа.



Галерея фракталов

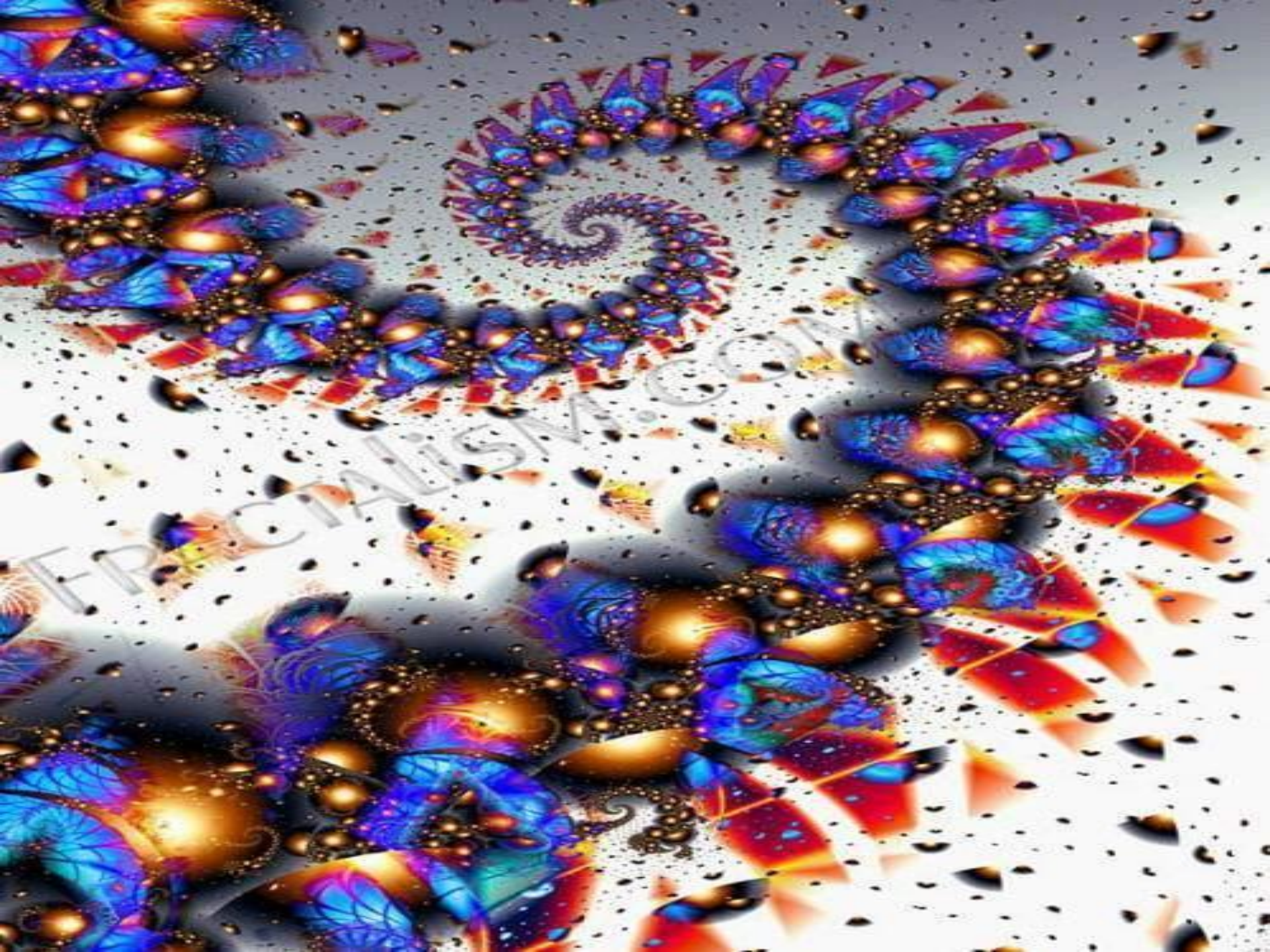


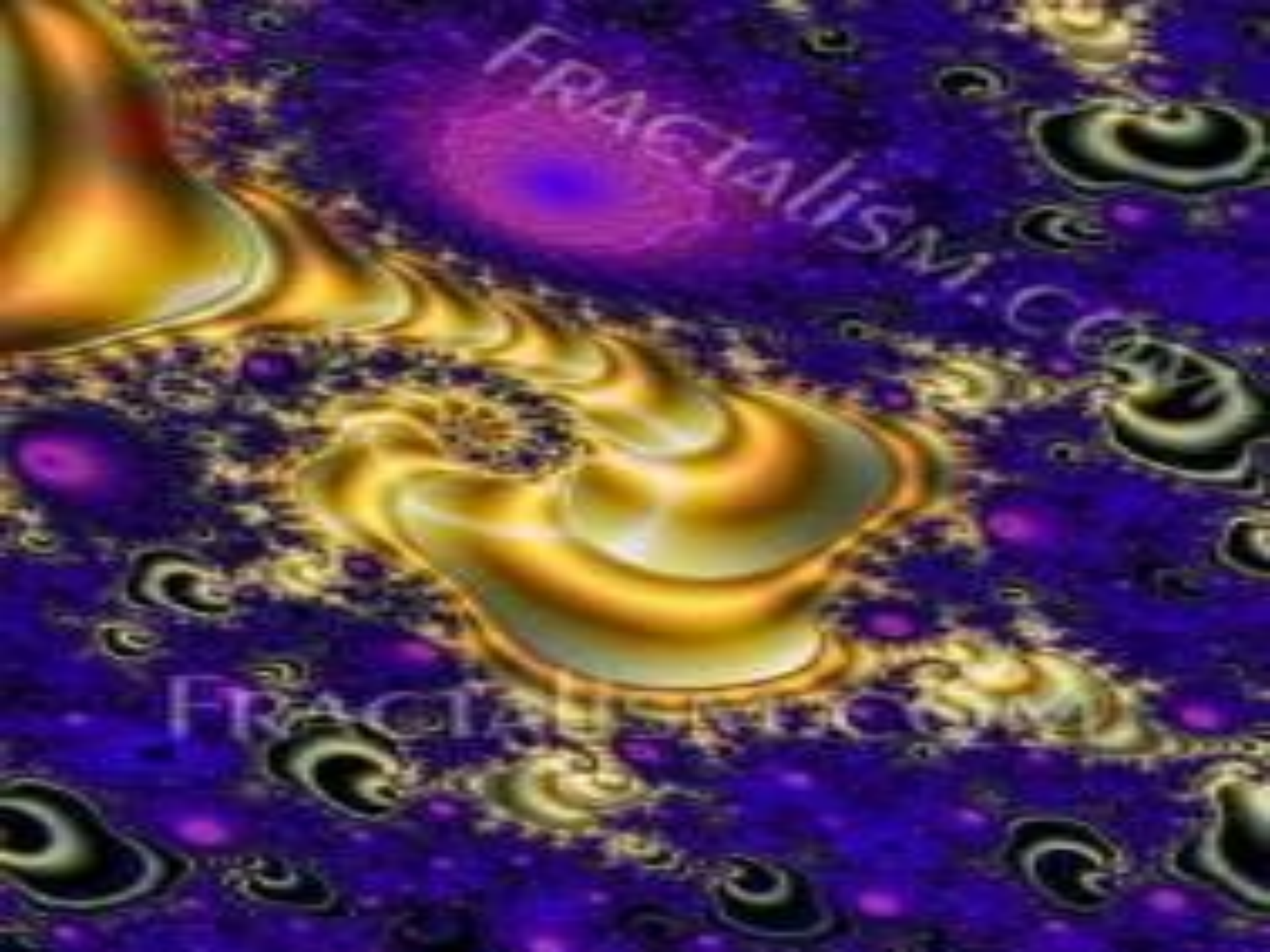
Fractalism.com

Fractalism.com



FRACTALISACONI







FRACALISN.COM

