

Формулы для решения квадратного уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ если } D \geq 0$$

нет корней, если $D < 0$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

$$\text{если } D_1 \geq 0, \text{ то } x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

если $D_1 < 0$, то нет корней

Образец :

Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$

а) неполное

б) приведённое

в) полное

ФРАНСУА ВИЕТ (1540—1603)

— французский математик, ввел систему алгебраических символов, разработал основы элементарной алгебры. Он был одним из первых, кто числа стал обозначать буквами, что существенно развило теорию уравнений.



Теорема Виета

Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство:

рассмотрим приведённое квадратное уравнение

$$x^2 + px + c = 0$$

Пусть $D > 0$ и $D = p^2 - 4ac$

Тогда это уравнение

имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$$

Найдём сумму и произведение корней

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \\ &= \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q. \end{aligned}$$

Итак

$$: \quad x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Пример 1: Найдём сумму и произведение

~~$3x^2 - 5x + 2 = 0$~~ корней уравнения

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 > 0$$

*Сделаем приведённое
квадратное уравнение*

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}$$

Обратная теорема:

*Если числа x_1 и x_2 таковы,
что их сумма равна $-p$,
а произведение равно q ,
то эти числа являются
корнями уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$

Пример: Найдём подбором корни
уравнения
 $x^2 - x - 12 = 0$

Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения

Тогда $x_1 + x_2 = 1$

$$x_1 \cdot x_2 = -12$$

Нетрудно догадаться,

что $x_1 = -3$ $x_2 = 4$

По праву достойна в стихах быть воспета
О свойствах корней теорема Виета.
Что лучше, скажи постоянства такого:
Умножишь ты корни – и дробь уж готова.
В числителе с, в знаменателе а.
А сумма корней также дроби равна.
Хоть с минусом дробь, что за беда!
В числителе в, в знаменателе а.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Домашнее задание:

выучить теоремы и решить № 575(а,
в,д)

№ 577