

ТЕМА УРОКА: «ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ» (ПРАКТИКУМ)

Цели:

- Повторить основные понятия комбинаторики
- Сформировать умения решать различные виды комбинаторных задач



Проверь себя!

- 1 Что такое комбинаторика?
- 2 В чем состоит комбинаторное правило умножения?
- 3 Что такое перестановки?
- 4 Записать формулу для нахождения числа перестановок?
- 5 Что такое факториал?
- 6 Что такое размещения?
- 7 Записать формулу формулу для нахождения числа размещений?
- 8 Что такое сочетания?
- 9 Записать формулу для нахождения числа сочетаний?
- 10 В чём различие между перестановками, размещениями и сочетаниями?



Подбор комбинаторных задач

А_{№1} Восьмиклассники Анна, Борис, Виктор и Галина побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькими способами подбежавшие к столу восьмиклассники могут занять очередь для игры в настольный теннис? ([решение](#))

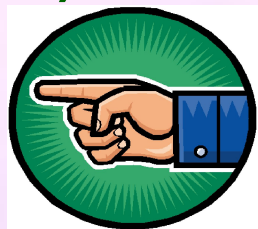
№2 Сколькими способами можно расставить 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках? ([решение](#))

№3 Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета? ([решение](#))

№4 Из набора, состоящего из 15 красок, надо выбрать 3 краски для окрашивания шкатулки. Сколькими способами можно сделать этот выбор? ([решение](#))

[Далее](#)

[Устал - отдохни](#)



Решение:

№1 Первым в очередь мог встать любой из четырёх ребят, вторым – любой из оставшихся трёх, третьим – любой из оставшихся двух и четвёртым - последний. По правилу произведения : $4*3*2*1=24$ способа.

№2 Число способов равно числу перестановок из 8 элементов : $P_8=8!=1*2*3*4*5*6*7*8=40\ 320$

№3 Любое расписание на один день, составленное из 4 различных предметов, отличается от другого либо набором предметов, либо порядком их следования. Имеем размещения из 9 по 4:

$$A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = 6*7*8*9=3024$$

№4 Каждый набор трёх красок отличается от другого хотя бы одной краской. Имеем сочетания из 15 по 3 ∴

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = \frac{15!}{3!12!} = \frac{13*14*15}{1*2*3} = 455$$



В №1 В шахматном кружке занимаются 16 человек. Сколькими способами тренер может выбрать из них для предстоящего турнира : а) команду из четырёх человек;

б) команду из четырёх человек, указав при этом, кто из членов команды будет играть на первой, второй, третьей и четвёртой досках?

№2 У Антона 6 друзей. Он может пригласить в гости одного или несколько из них. Определите общее число возможных вариантов.

№3 В 9 «а» классе учатся 25 учащихся, в 9 «б» - 20 учащихся, а в 9 «в» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить трёх учащихся из 9 «а», двух - из 9 «б» и одного – из 9 «в». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке?

С №1 Пять мальчиков и четыре девочки хотят сесть на девятиместную скамейку так, чтобы каждая девочка сидела между двумя мальчиками. Сколькими способами они могут это сделать?

№2 Из 12 солдат, в число которых входят Иванов и Петров, надо отправить в наряд трёх человек. Сколькими способами это можно сделать, если: а) Иванов и Петров должны пойти в наряд обязательно; б) Иванов и Петров должны остаться; в) Иванов должен пойти в наряд, а Петров – остаться?

(Ответы)

Устал - отдохни



Ответы:

В №1 а) 1820 способов;
б) 43 680 способов.

№2 63 способа,

указание: $C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6$.

№3 7 866 000 способов,

указание: $C_{25}^3 * C_{20}^2 * C_{18}^1$.

С №1 2880 способов,

указание: $P_5 * P_4$.

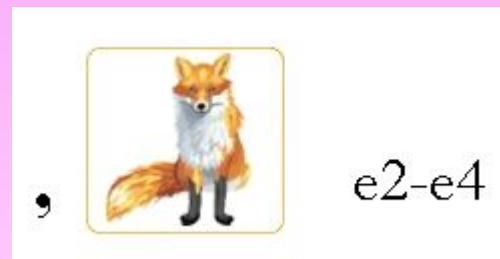
№2 а) 10 способов;

б) 120 способов;

в) 45 способов.



отгадай ребусы



Понятие науки « Комбинаторика »

- Комбинаторикой называется раздел математики, в котором исследуется, сколько различных комбинаций (всевозможных объединений элементов), подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.
- Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».



Правило

*Пусть имеется n элементов и требуется выбрать один за другим некоторые k элементов. Если первый элемент можно выбрать n_1 способами, после чего второй элемент можно выбрать из оставшихся элементов n_2 способами, затем третий элемент – n_3 способами и т.д., то число способов, которыми могут быть выбраны все k элементов, равно произведению: $n_1 * n_2 * n_3 * \dots * n_k$*



Определение:

комбинации из n -элементов, отличающихся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются перестановками из n элементов.

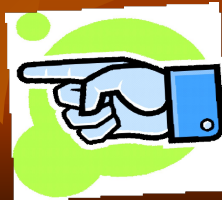
Перестановки из n элементов обозначают P_n и вычисляют по формуле: $P_n = n!$

$$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * n \text{ (} n \text{ факториал)}$$

Свойство: $0! = 1$

Задача: Сколькими способами могут разместиться 5 пассажиров в пятиместной каюте?

Решение: $P_5 = 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$

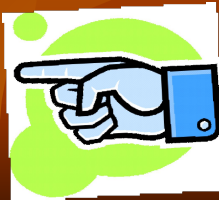


Определение:

- Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.
- Число размещений из n элементов по k обозначаются A_n^k (читается: «А из n по k »)



$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

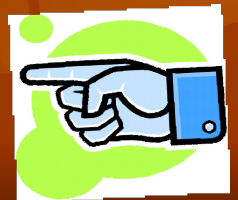


Определение:

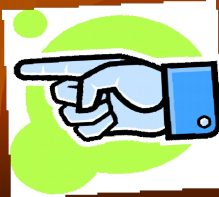


Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов (не имеет значения, в каком порядке указаны элементы).

Число сочетаний из n элементов по k обозначают C_n^k (читается: «С из n по k »).



$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$





МОЛОДЦЫ!

СПАСИБО ЗА УРОК!