

Кафедра математики и моделирования  
Старший преподаватель Г.В. Аверкова  
Курс «Высшая математика»

## Тема 11 «Алгебраические поверхности в пространстве»

Сфера, эллипсоид, конус, цилиндрические поверхности, поверхности вращения. Канонические уравнения поверхности, построение поверхности по ее уравнению.

# Цели и задачи

---

- Цели:

- Рассмотреть основные понятия по теме «Алгебраические поверхности второго порядка в пространстве»

- Задачи:

- Рассмотреть понятие поверхности второго порядка
- Исследовать различные виды уравнений с помощью проекций на координатные плоскости
- Установить взаимосвязь между уравнением поверхности и расположением в пространстве

# Теоретический материал

---

Рассмотрим многочлен второй степени от трех переменных

$$F(x, y, z) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + a_{22}y^2 + \\ + 2a_{23}yz + a_{33}z^2 + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

где  $a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{22}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 > 0$ .

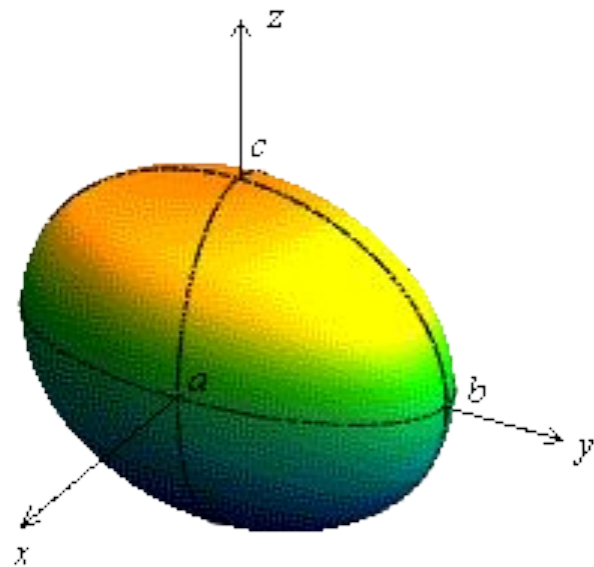
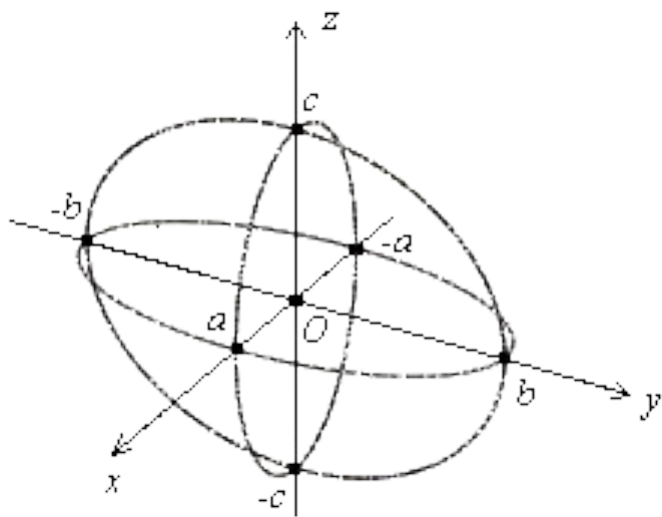
Уравнением поверхности второго порядка  
называется уравнение вида

$$F(x, y, z) = 0$$

# Теоретический материал

## Эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad a \geq b \geq c > 0$$

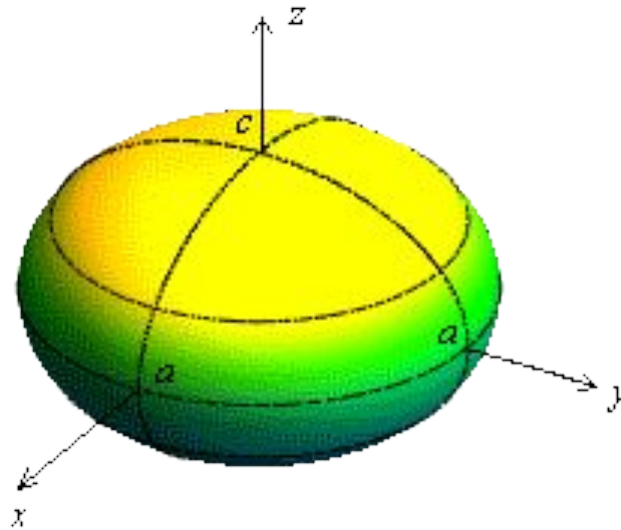


# Теоретический материал

---

## Эллипсоид вращения

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

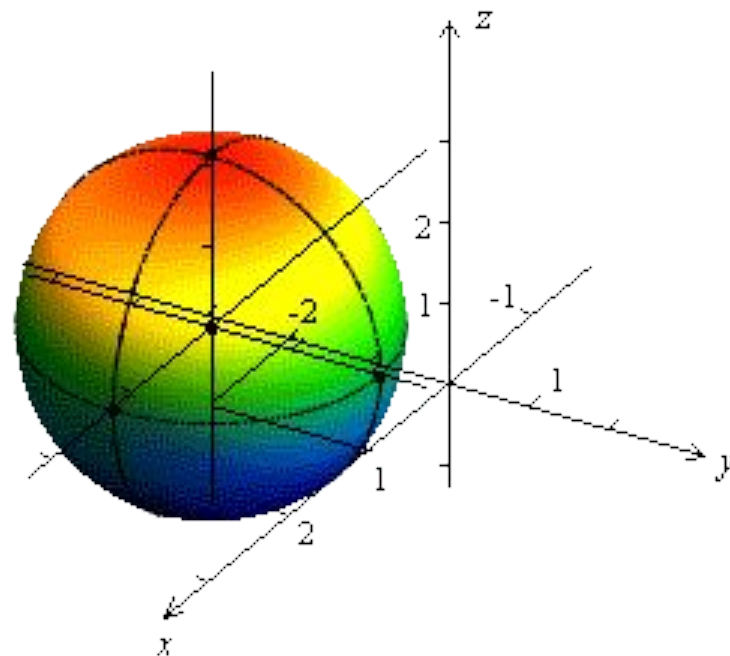
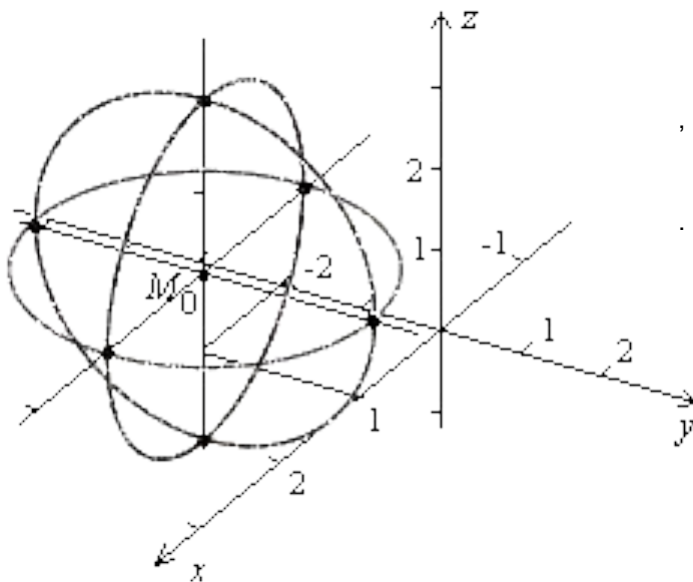


# Теоретический материал

## Сфера

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

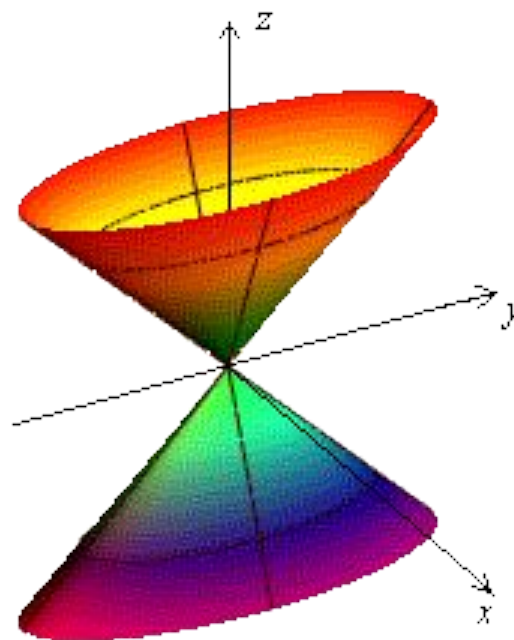
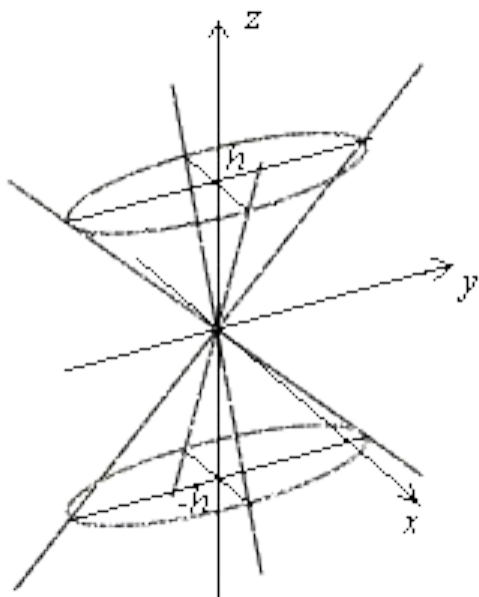


$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 4$$

# Теоретический материал

## Конус второго порядка

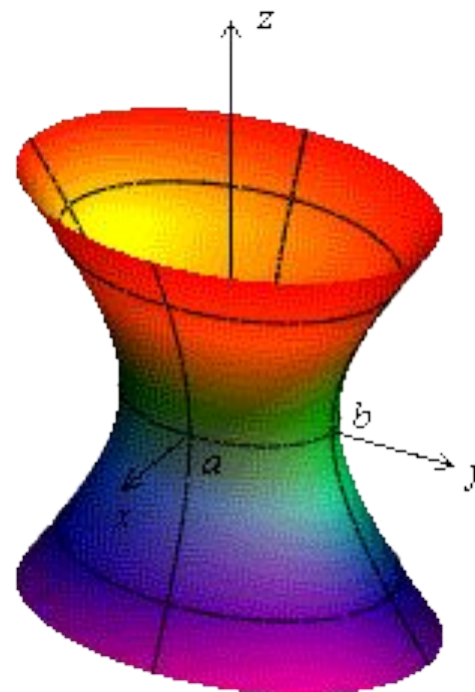
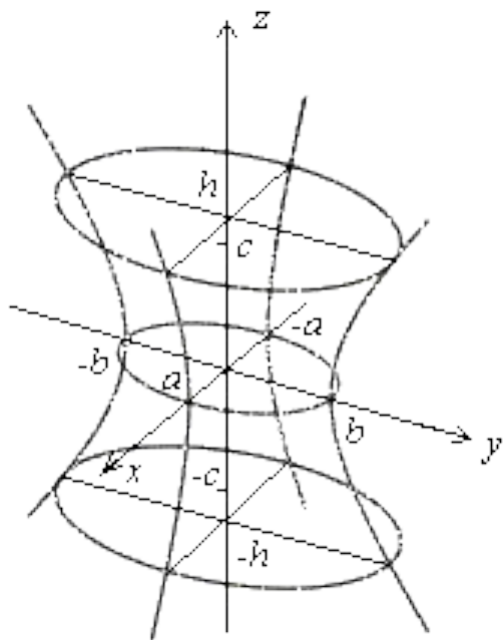
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$



# Теоретический материал

## Однополостной гиперboloид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



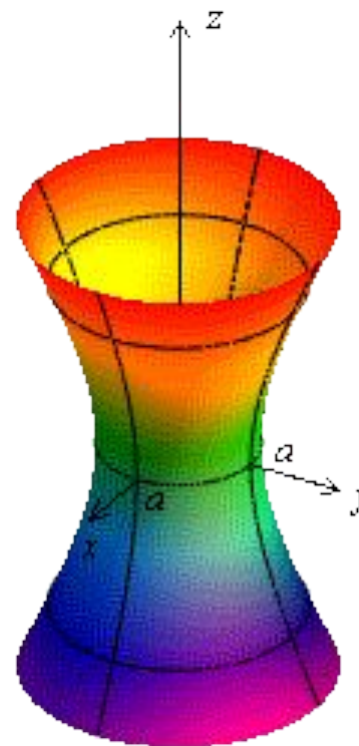


# Теоретический материал

---

## Однополостной гиперболоид вращения

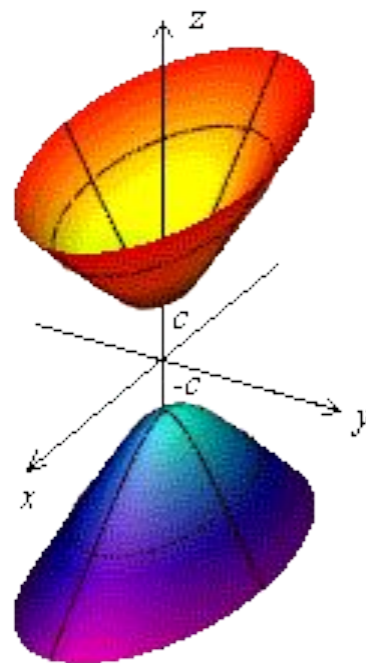
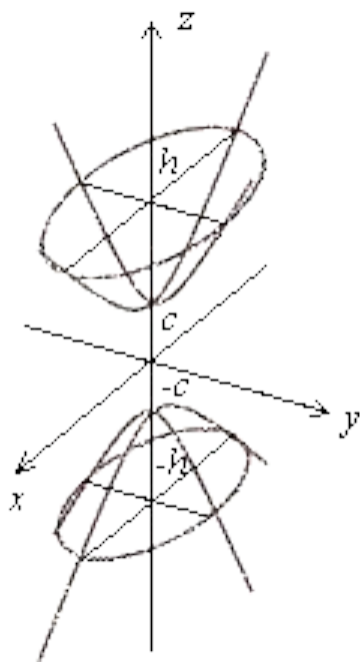
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$



# Теоретический материал

## Двуполостной гиперboloид

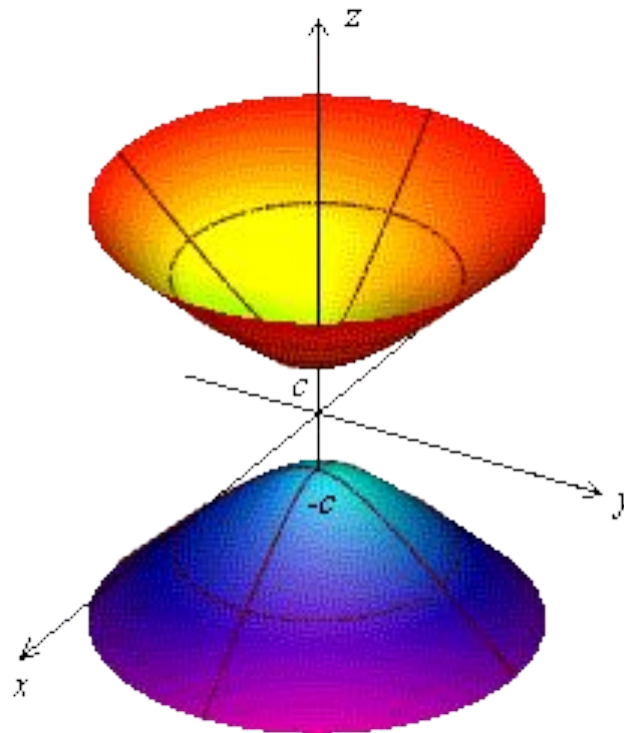
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



# Теоретический материал

## Двуполостной гиперboloид вращения

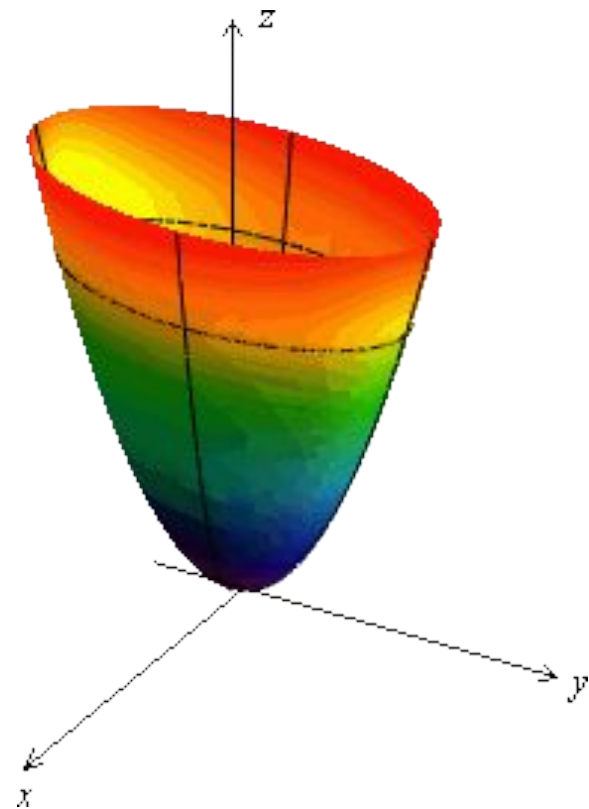
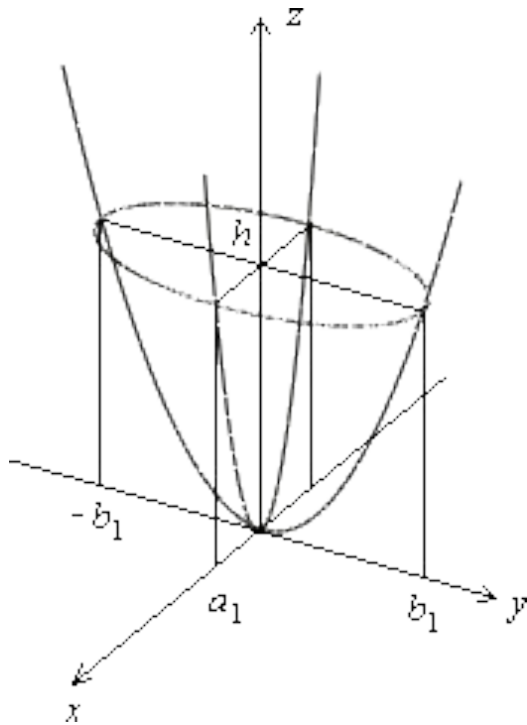
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$



# Теоретический материал

## Эллиптический параболоид

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$$

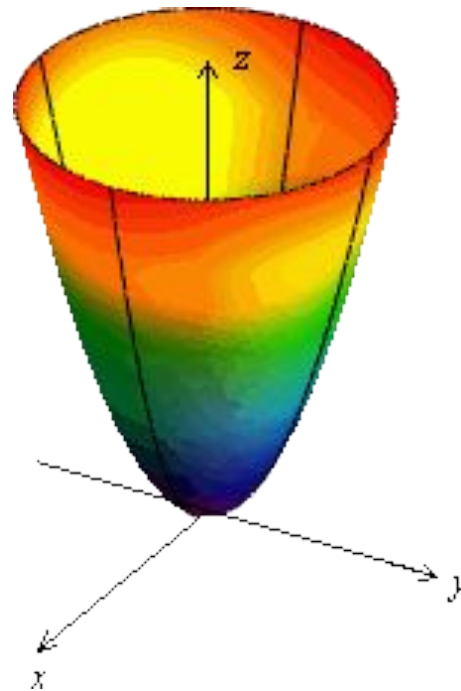


# Теоретический материал

---

## Эллиптический параболоид вращения

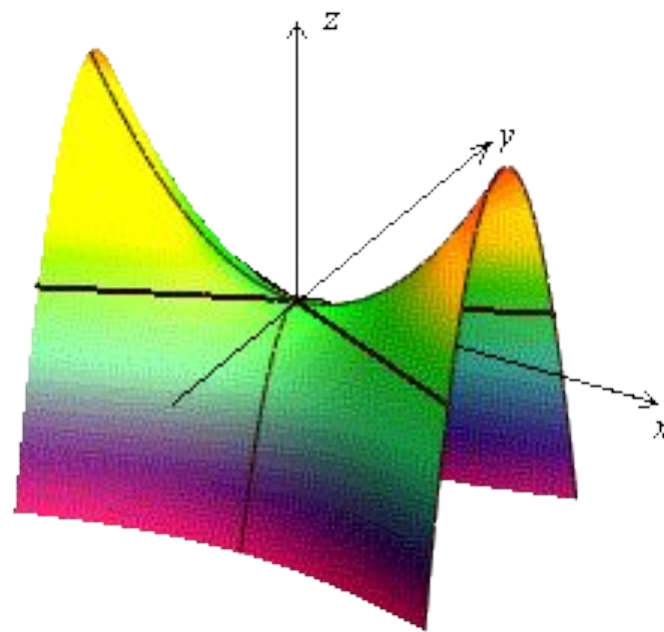
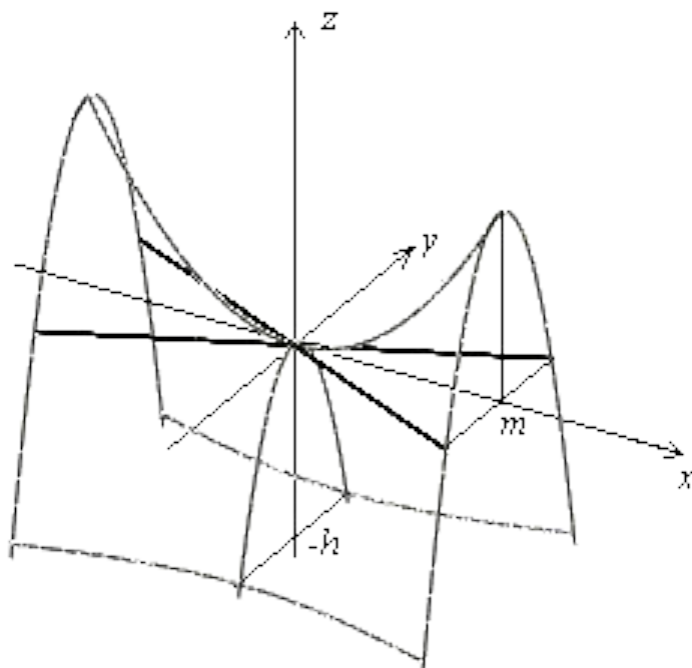
$$\frac{x^2 + y^2}{p} = 2z$$



# Теоретический материал

## Гиперболический параболоид

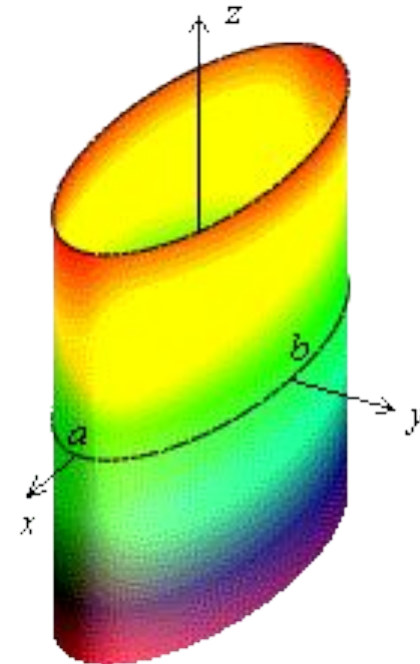
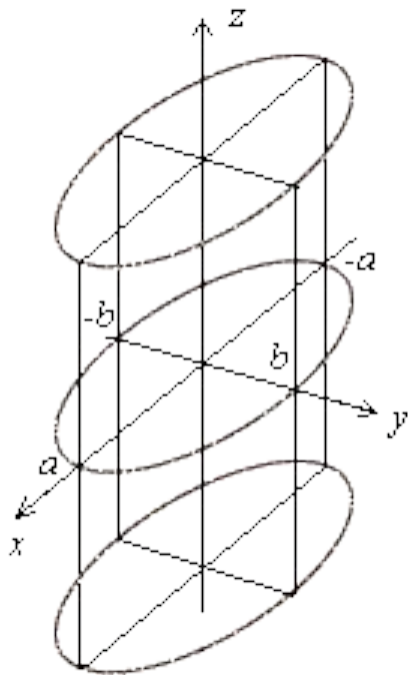
$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$$



# Теоретический материал

## Эллиптический цилиндр

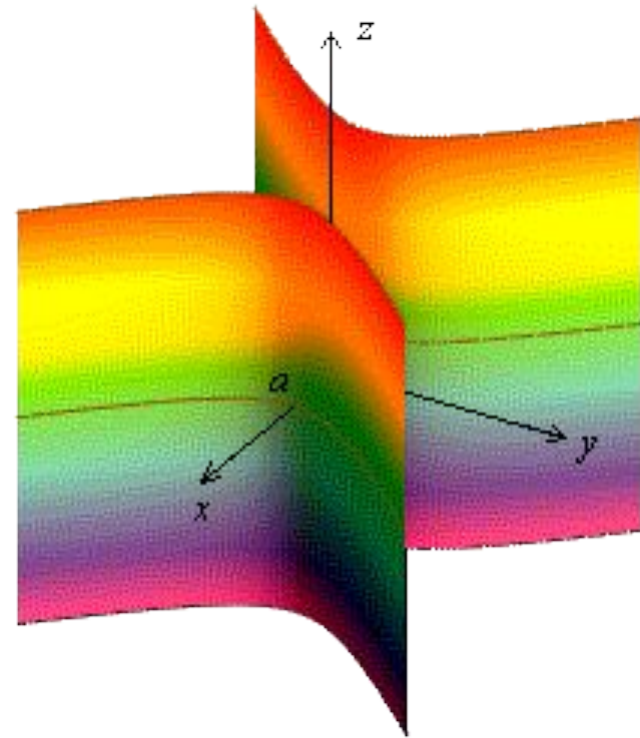
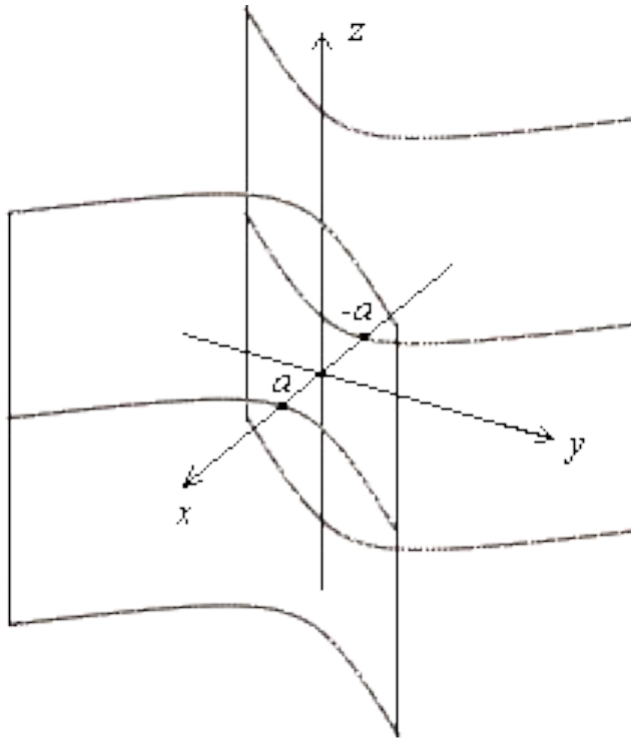
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



# Теоретический материал

## Гиперболический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

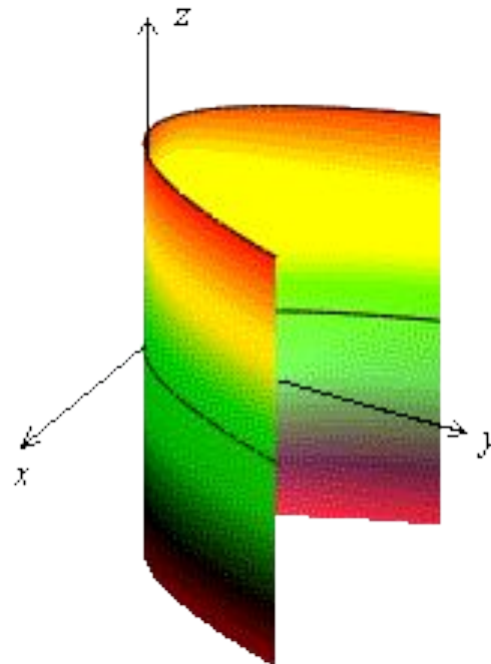
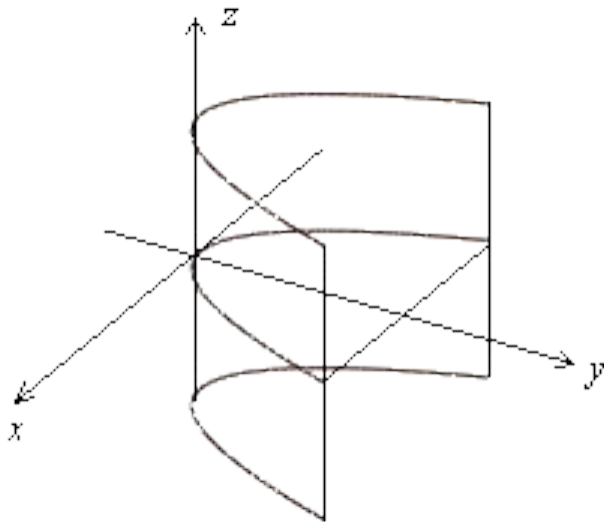




# Теоретический материал

## Параболический цилиндр

$$y^2 = 2px$$



# Ключевые понятия

---

- Поверхность
- Сфера
- Эллипсоид
- Гиперболоид
- Параболоид
- Конус
- Цилиндр
- Поверхности вращения

# Контрольные вопросы

---

- Определение поверхности второго порядка
- Сфера
- Эллипсоид. Сфера как частный случай эллипсоида
- Однополостной и двуполостной гиперболоиды
- Эллиптический и гиперболический параболоиды
- Конус второго порядка
- Цилиндрические поверхности
- Поверхности вращения и их виды

# Дополнительная литература

---