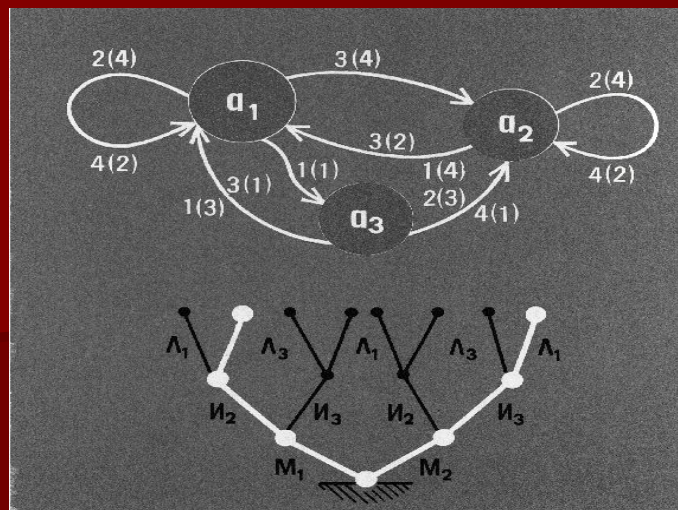


АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ.

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ.



ВОПРОСЫ

1. Что такое логика? Формальная логика.
Математическая логика.
2. Этапы развития логики.
3. Применение математической логики.
4. Алгебра высказываний. Простые и сложные высказывания.
5. Основные операции алгебры высказываний.

ВОПРОС №1

■ Что такое логика?

■ Формальная
логика

■ Математическая
логика



LOGOS (ГРЕЧ.)- СЛОВО, ПОНЯТИЕ, РАССУЖДЕНИЕ, РАЗУМ

**СЛОВО «ЛОГИКА» ОБОЗНАЧАЕТ
СОВОКУПНОСТЬ ПРАВИЛ, КОТОРЫМ
ПОДЧИНЯЕТСЯ ПРОЦЕСС
МЫШЛЕНИЯ.**

**ОСНОВНЫМИ ФОРМАМИ
АБСТРАКТНОГО МЫШЛЕНИЯ
ЯВЛЯЮТСЯ: ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ,
УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.**

ПОНЯТИЕ - ФОРМА МЫШЛЕНИЯ, В КОТОРОЙ ОТРАЖАЮТСЯ СУЩЕСТВЕННЫЕ ПРИЗНАКИ ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА ИЛИ КЛАССА ОДНОРОДНЫХ ПРЕДМЕТОВ. *(ТРАПЕЦИЯ, ДОМ)*

СУЖДЕНИЕ - МЫСЛЬ, В КОТОРОЙ ЧТО-ЛИБО УТВЕРЖДАЕТСЯ ИЛИ ОТРИЦАЕТСЯ О ПРЕДМЕТАХ. *(ВЕСНА НАСТУПИЛА, И ГРАЧИ ПРИЛЕТЕЛИ)*

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ - ПРИЕМ МЫШЛЕНИЯ, ПОСРЕДСТВОМ КОТОРОГО ИЗ ИСХОДНОГО ЗНАНИЯ ПОЛУЧАЕТСЯ НОВОЕ ЗНАНИЕ. *(ВСЕ МЕТАЛЛЫ - ПРОСТЫЕ ВЕЩЕСТВА)*

**ЛОГИКА (ФОРМАЛЬНАЯ) - НАУКА О
ЗАКОНАХ И ФОРМАХ
ПРАВИЛЬНОГО МЫШЛЕНИЯ.**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА -
ИЗУЧАЕТ ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И
ОТНОШЕНИЯ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ
ЛОГИЧЕСКОГО (ДЕДУКТИВНОГО)
ВЫВОДА.**

ВОПРОС №2

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ



АРИСТОТЕЛЬ (384-322 гг. до н.э.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК ЛОГИКИ

КНИГИ:

- «КАТЕГОРИИ»
- «ПЕРВАЯ АНАЛИТИКА»
- «ВТОРАЯ АНАЛИТИКА»



(ИССЛЕДОВАЛ РАЗЛИЧНЫЕ ФОРМЫ
РАССУЖДЕНИЙ, ВВЕЛ ПОНЯТИЕ СИЛЛОГИЗМА)

**СИЛЛОГИЗМ - РАССУЖДЕНИЕ, В
КОТОРОМ ИЗ ЗАДАННЫХ ДВУХ
СУЖДЕНИЙ ВЫВОДИТСЯ ТРЕТЬЕ.**

**1. ВСЕ МЛЕКОПИТАЮЩИЕ ИМЕЮТ
СКЕЛЕТ. ВСЕ КИТЫ -
МЛЕКОПИТАЮЩИЕ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО,
ВСЕ КИТЫ ИМЕЮТ СКЕЛЕТ.**

**2. ВСЕ КВАДРАТЫ - РОМБЫ. ВСЕ РОМБЫ -
ПАРАЛЛЕЛЕГРАММЫ. СЛЕДОВАТЕЛЬНО,
ВСЕ КВАДРАТЫ - ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ.**

**АРИСТОТЕЛЬ ВЫДЕЛИЛ ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ
ФОРМЫ СИЛЛОГИЗМОВ, КОТОРЫЕ МОЖНО
СОСТАВИТЬ ИЗ РАССУЖДЕНИЙ ВИДА:**

- «Все А суть В»
- «Некоторые А суть В»
- «Все А не суть В»
- «Некоторые А не суть В»

**Логика, основанная на теории
силлогизмов называется классической.**

Декарт Рене (1596-1650, фр. философ, математик)



**РЕКОМЕНДОВАЛ В
ЛОГИКЕ
ИСПОЛЬЗОВАТЬ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ.**

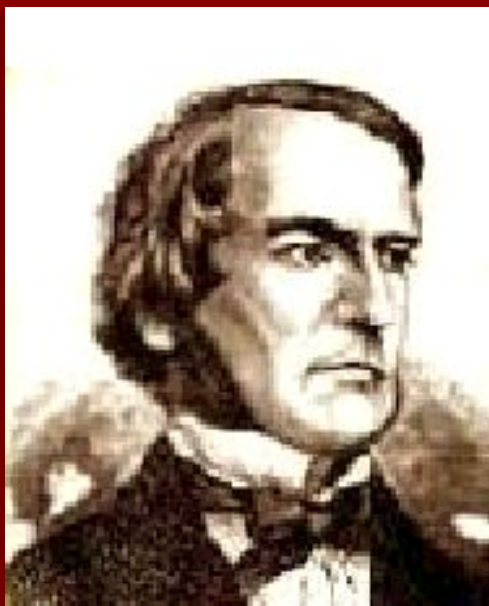
Лейбниц Г.В. (1646-1716, нем. ученый и математик) -



Предложил использовать в логике математическую символику и впервые высказал мысль о возможности применения в ней двоичной системы счисления.

Логика обретает символьный язык, конкретность законов, распространяется за рамки гуманитарных наук.

Джордж Буль (1815-1864, англ.) - ОСНОВОПОЛОЖНИК МАТ. ЛОГИКИ.



1847 г. – Джордж Буль в работе «Математический анализ логики» изложил основы булевой алгебры.

**РАЗРАБОТАЛ АЛФАВИТ,
ОРФОГРАФИЮ И ГРАММАТИКУ.**

1815 – 1864 гг. благодаря трудам математика Дж. Буля появился раздел математической логики, получивший название *алгебры логики* или *булевой алгебры*.

ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:



АУГУСТУС ДЕ МОРГАН
(1806 - 1871)

ВКЛАД В СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ МАТ. ЛОГИКИ:

- **УИЛЬЯМ СТЕНЛИ ДЖЕВОНС**
(1835 - 1882)
- **ПЛАТОН СЕРГЕЕВИЧ**
ПОРЕЦКИЙ (1846-1907)
- **ЧАРЛЗ САНДЕРС ПИРС**
(1839-1914)

ВОПРОС №3

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ



1) Логика оказала влияние на развитие математики, прежде всего теории множеств, функциональных систем, алгоритмов, рекурсивных функций.

2) В гуманитарных науках (логика, криминалистика).



3) Математическая логика является средством для изучения деятельности мозга - для решения этой самой важной проблемы биологии и науки вообще.



4) Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, ВТ и электротехнике (построены компьютеры на основе законов математической логики).



1938 г. – американский математик и инженер Клод Шеннон связал Булеву алгебру (аппарат математической логики), двоичную систему кодирования и релейно-контактные переключательные схемы, заложив основы будущих ЭВМ.

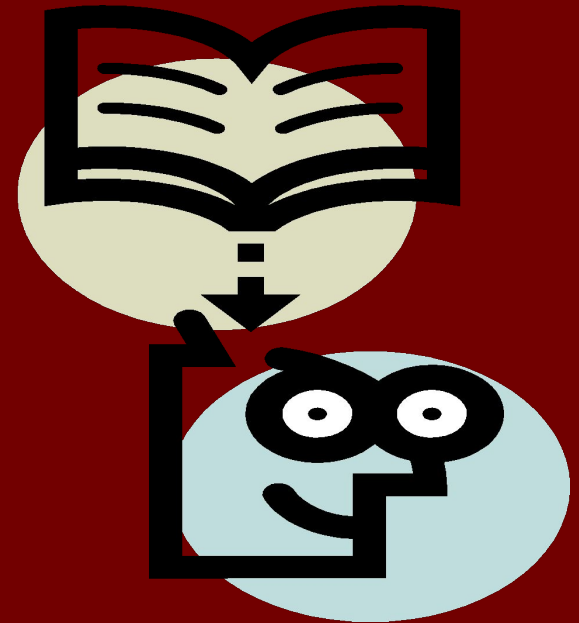
5) Идеи и аппарат логики используется в программировании, базах данных и экспертных системах.



PROLOG – язык логического программирования

ВОПРОС №4

- **Алгебра
высказываний**
- **Простые и
сложные
высказывания**



АЛГЕБРА ЛОГИКИ (ВЫСКАЗЫВАНИЙ) -

РАЗДЕЛ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
ЛОГИКИ, ИЗУЧАЮЩИЙ
ВЫСКАЗЫВАНИЯ И
ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД
НИМИ.

**ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ЭТО
ПОВЕСТВОВАТЕЛЬНОЕ
ПРЕДЛОЖЕНИЕ, О КОТОРОМ
МОЖНО СКАЗАТЬ, ЧТО ОНО
ИСТИННО ИЛИ ЛОЖНО.**

- 1) Земля - планета Солнечной системы.
- 2) $2+8<5$
- 3) $5 \cdot 5=25$
- 4) Всякий квадрат есть параллелограмм
- 5) Каждый параллелограмм есть квадрат
- 6) $2 \cdot 2 =5$

ВЫСКАЗЫВАНИЕМ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ:

1) ВОСКЛИЦАТЕЛЬНЫЕ И
ВОПРОСИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.

2) ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

3) ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТИПА:

- «ОН СЕРОГЛАЗ»
- « $X^2 - 4X + 3 = 0$ »

**ВЫСКАЗЫВАНИЕ, КОТОРОЕ МОЖНО
РАЗЛОЖИТЬ НА ЧАСТИ, БУДЕМ
НАЗЫВАТЬ СЛОЖНЫМ, А
НЕРАЗЛОЖИМОЕ ДАЛЕЕ
ВЫСКАЗЫВАНИЕ - ПРОСТЫМ.**

1) На улице идет дождь. (А)

2) На улице идет дождь. (В)

**3) На улице светит солнце и на улице идет
дождь. (А и В)**

**4) На улице светит солнце или на улице идет
дождь. (А или В)**

А $\equiv$ 1; В $\equiv$ 0

ВОПРОС №5

ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ



ИНВЕРСИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ ОТРИЦАНИЕ) -
ПРИСОЕДИНЕНИЕ ЧАСТИЦЫ «НЕ» К
СКАЗУЕМОМУ ДАННОГО ПРОСТОГО
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИЛИ ПРИСОЕДИНЕНИЕ
СЛОВ «НЕВЕРНО ЧТО. . .» КО ВСЕМУ
ВЫСКАЗЫВАНИЮ.

**ИНВЕРСИЯ ЛОГИЧЕСКОЙ
ПЕРЕМЕННОЙ ИСТИННА,
ЕСЛИ САМА ПЕРЕМЕННАЯ
ЛОЖНА, И, НАОБОРОТ,
ИНВЕРСИЯ ЛОЖНА, ЕСЛИ
ПЕРЕМЕННАЯ ИСТИННА.**

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

ДИЗЬЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ) -

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В
В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «ИЛИ»,
УПОТРЕБЛЯЕМОГО В НЕИСКЛЮЧАЮЩЕМ
ВИДЕ.

ДИЗЬЮНКЦИЯ ДВУХ
ЛОГИЧЕСКИХ
ВЫСКАЗЫВАНИЙ
ЛОЖНА ТОГДА И ТОЛЬКО
ТОГДА, КОГДА ОБА
ВЫСКАЗЫВАНИЯ
ЛОЖНЫ.

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

КОНЪЮНКЦИЯ (ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ) - СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ А И В В ОДНО С ПОМОЩЬЮ СОЮЗА «И».

КОНЪЮНКЦИЯ ДВУХ
ЛОГИЧЕСКИХ
ВЫСКАЗЫВАНИЙ
ИСТИННА ТОГДА И
ТОЛЬКО ТОГДА,
КОГДА ОБА
ВЫСКАЗЫВАНИЯ
ИСТИННЫ.

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ИМПЛИКАЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ЕСЛИ . . . , ТО . . . »

**ИМПЛИКАЦИЯ
ВЫСКАЗЫВАНИЙ
ЛОЖНА ЛИШЬ В
СЛУЧАЕ, КОГДА А
ИСТИННО, А В ЛОЖНО.**

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ЭКВИВАЛЕНЦИЯ -

ЛОГИЧЕСКАЯ ОПЕРАЦИЯ,
СООТВЕТСТВУЮЩАЯ СОЮЗУ «ТОГДА И
ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ...»

**ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ДВУХ
ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИСТИННА
В ТОМ И ТОЛЬКО ТОМ
СЛУЧАЕ, КОГДА ОБА ЭТИ
ВЫСКАЗЫВАНИЯ ИСТИННЫ
ИЛИ ЛОЖНЫ.**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ПРИОРИТЕТ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ:

- ИНВЕРСИЯ;
- КОНЪЮНКЦИЯ;
- ДИЗЪЮНКЦИЯ;
- ИМПЛИКАЦИЯ И
ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ.

Логическая операция	Обозначения	Эквивалент в русском языке
Инверсия (логическое отрицание)	НЕ, NOT, $\neg$, $\bar{a}$	не; неверно, что ...
Конъюнкция (логическое умножение)	И, AND, $\wedge$, $\&$, $\bullet$, $\cap$	И А НО
Дизъюнкция (логическое сложение)	ИЛИ, OR, $\vee$, $+$, $ $, $\cup$	Или; Либо..., либо ... Или..., или...
Импликация (логическое следование)	$\rightarrow$, $\Rightarrow$, $\supset$	если ..., то ...; из ... следует ...; ... достаточно для ...; для ... , необходимо ...
Эквиваленция (логическое равенство)	$\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\equiv$, $\sim$	... если и только если ...; ... тогда и только тогда, когда ...; ... в том и только в том случае, когда ...; необходимо и достаточно

С помощью логических переменных и символов логических операций любое высказывание можно формализовать, т.е. заменить логической формулой.

1. Всякая логическая переменная и символы «истина» («1») и «ложь» («0»)- формулы.
2. Если A и B – формулы, то «не A », « A и B », « A или B », «если A , то B », «тогда и только тогда A , когда B » - формулы.
3. Никаких других формул в алгебре логики нет.

Простые высказывания будем называть **логическими переменными**, а сложные **логическими функциями**.